

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو

# جاسازی گراف در فضای برداری با استفاده از رویکرد تفکیک چندگانه

سیده فاطمه موسوی<sup>۱</sup>، مهران صفایانی<sup>۲</sup>، عبدالرضا میرزایی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، ایران sf.mousavi@ec.iut.ac.ir

<sup>۲</sup>دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، ایران safayani@cc.iut.ac.ir

<sup>۳</sup>دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، ایران mirzaei@cc.iut.ac.ir

## چکیده

جاسازی گراف در فضای برداری با بهره‌گیری هم‌زمان از جامعیت گراف‌ها در نمایش الگو و برتری محاسباتی بردارهای ویژگی، یک راه‌حل آسان برای مسائل یادگیری ماشین ارائه می‌کند. کاهش اطلاعات از دست‌رفته در طی تبدیل گراف با قدرت نمایشی بالا به برداری با نمایش محدودتر، نقطه‌مقابل کاهش هزینه محاسباتی این رویه برای استخراج ویژگی است. هدف از این مقاله ارائه چارچوبی سلسله‌مراتبی برای رسیدگی هم‌زمان به این مسائل است. تبدیل موجه در حوزه پردازش تصویر، ایده تجزیه گراف به چندین گراف مستقل را به‌منظور پردازش بهتر اجزای آن تداعی می‌کند. براین‌اساس چارچوبی تعریف می‌گردد که به جاسازی یک سطح انتزاعی از گراف و سطوح جزئیات متعاقب آن می‌پردازد. این امر منجر به تکمیل ویژگی‌های از دست‌رفته گراف در فرایند جاسازی می‌شود. درنهایت ارزیابی‌های آزمایشی، مزیت‌های این رویکرد جدید را از نظر دقت و زمان در زمینه مسائل رده‌بندی در مقایسه با روش پایه انتخاب‌شده نشان می‌دهد.

## واژه‌های کلیدی

نمایش مبتنی بر گراف، جاسازی گراف، نظریه سلسله‌مراتبی، هرم گراف، تبدیل موجه، رده‌بندی گراف‌ها.

## ۱- مقدمه

بردارهای ویژگی به دلیل اساس ریاضی استوار و فراهم آوردن ابزارهای الگوریتمی غنی، از اهمیت زیادی در بازشناسی الگو برخوردار هستند. با این‌وجود در مواردی که ساختار نقش مهمی در الگوهای مورد بررسی بازی می‌کند، نمایش‌های مبتنی بر گراف می‌توانند بر محدودیت‌های نمایشی بردارها چیره شوند. هرچند فضای پراکنده گراف‌ها باعث شده است که تعریف بسیاری از عملیات پایه‌ای ریاضی در آن، چنان‌چه غیرممکن نباشد بسیار سخت باشد. این موضوع سبب شده است تنها تعداد اندکی ابزار برای پردازش گراف‌های ورودی وجود داشته باشد. این ابزارها عمدتاً مبتنی بر فرایند ارزیابی عدم شباهت دو گراف و از نوع الگوریتم‌های ساده نزدیک‌ترین همسایه ( $k$ -NN) هستند [۱]. یک روش جالب برای غلبه بر این مشکل جدی، جاسازی گراف در فضای برداری است. به‌طور رسمی، جاسازی را می‌توان تابع نگاشت  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{R}^n$  دانست که گراف‌ها را از حوزه گراف دلخواه  $G$  به یک فضای برداری حقیقی  $\mathbb{R}^n$  نگاشت می‌کند. درنهایت براساس نتیجه نگاشت گراف، وظیفه بازشناسی الگوی مورد نظر انجام می‌شود. از این‌رو کل سلاح ابزارهای الگوریتمی که در اصل برای فضاهای برداری توسعه داده شده بودند برای گراف‌ها (و به‌طور دقیق‌تر برای نگاشت‌های گراف  $\varphi(g) \in \mathbb{R}^n$ ) نیز در دسترس قرار می‌گیرند. به‌منظور تبدیل گراف‌های با اندازه دلخواه به بردارهای ویژگی با اندازه ثابت، نیاز است ویژگی‌های مهم موجود در گراف‌ها به‌گونه‌ای استخراج شوند که در فضای حاصل از جاسازی ساختارهای مشابه به همدیگر نزدیک و

ساختارهای متفاوت از هم دور باشند، یعنی یک خوشه‌بندی ضمنی از گراف‌ها به‌دست آید [۲]. با توجه به رویکرد استخراج ویژگی‌ها از گراف، روش‌های جاسازی را می‌توان به سه خانواده اصلی تقسیم نمود.

روش‌های خانواده اول مبتنی بر نمایش‌های عدم شباهت می‌باشند. بر این مبنا، ریزن و بونکه [۳] به معرفی روشی پرداختند که در آن هر گراف در برداری جاسازی می‌شود که هر مؤلفه از آن نشان‌دهنده میزان فاصله گراف تا یک گراف پیش‌الگو است. خانواده دوم مبتنی بر فرکانس حضور زیرساختارهای مشخص، استفاده از اطلاعات توپولوژی و محتوای برچسب‌های آن است. برای نمونه، بردار مرتبط با یک گراف را می‌توان با شمارش تعداد دفعات حضور مدل‌های ساختاری متفاوت در گراف موردنظر ایجاد نمود [۴]. روش اخیر گیبرت و همکاران او [۵] براساس آمار حضور یک مجموعه مشخص از نمایندگان برچسب‌های رأس و یال‌های میان آن‌ها است. لقمان و همکارانش [۶] در روشی دیگر اطلاعات گراف را در چندین سطح از توپولوژی، ساختار و خصایص در نظر می‌گیرند. خانواده سوم یعنی جاسازی طیفی گراف مبتنی بر استخراج ویژگی از تجزیه ویژه ماتریس مجاورت یا ماتریس لاپلاسیان است [۲، ۷]. برای نمونه رن و همکارانش [۸] ضرایب ترکیب خطی حاصل از تابع ایهارا را به‌عنوان نماینده‌هایی از تعداد دوره‌های موجود در گراف مورد استفاده قرار دادند.

هر یک از این خانواده‌ها در کنار مزایای خود دارای محدودیت‌هایی هستند. روش‌های مبتنی بر عدم شباهت [۳] به دلیل استفاده از فاصله ویرایش گراف به‌عنوان معیار عدم شباهت، قابلیت اعمال بر روی انواع گراف‌ها و مقابله با انحرافات متنوع را دارد. با این‌حال، زمان محاسبه آن

گراف دوم تعریف می‌کند. یک مجموعه استاندارد از عملیات ویرایشی با درج، حذف و جایگزینی رأس‌ها و یال‌ها تعریف می‌شود. برای نمونه جایگزینی یک رأس با رأس دیگر هم‌ارز با تغییر برچسب آن‌ها است. برای هر زوج از گراف‌ها معمولاً دنباله‌های متفاوتی از عملیات ویرایش برای تبدیل یک گراف به دیگری وجود دارد. بنابراین به هر عمل ویرایش یک هزینه بیان‌گر میزان قدرت آن عمل تخصیص داده می‌شود و هزینه کلی مسیر ویرایش از مجموع هزینه عملیات ویرایشی به‌کاررفته به‌دست می‌آید.

**تعریف ۲** (فاصله ویرایش گراف). اگر  $g_1 = (V_1, E_1, \mu_1, \vartheta_1)$  گراف منبع و  $g_2 = (V_2, E_2, \mu_2, \vartheta_2)$  گراف مقصد باشد. فاصله ویرایش گراف میان  $g_1$  و  $g_2$  با رابطه (۱) تعریف می‌شود. در این رابطه،  $E(g_1, g_2)$  مجموعه مسیرهای ویرایش تبدیل‌کننده  $g_1$  به  $g_2$ ،  $C$  تابع هزینه ویرایش و  $e_i$  یک عمل ویرایش دلخواه است.

$$d(g_1, g_2) = \min_{(e_1, \dots, e_k) \in E(g_1, g_2)} \sum_{i=1}^k c(e_i) \quad (1)$$

در این مقاله، روش نیمه‌بهمینه معرفی شده در [۱۰] برای محاسبه فاصله‌های ویرایش انتخاب شده است. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌های موجود این است که دارای پیچیدگی چندجمله‌ای  $O(n^3)$  نسبت به مجموع تعداد رأس‌های دو گراف است.

**تعریف ۳** (روش پایه: جاسازی مبتنی بر عدم شباهت [۱۵]). فرض کنید حوزه گراف  $G$  نمایش‌دهنده مجموعه تمامی گراف‌ها بر روی الفبای برچسب  $L_V$  و  $L_E$  باشد. اگر  $\mathcal{T} = \{g_1, \dots, g_N\}$  مجموعه آموزشی با  $N$  گراف و  $\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_n\} \subseteq \mathcal{T}$  مجموعه پیش‌الگوها با  $n \leq N$  باشد. نگاشت  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{R}^n$  با تساوی (۲) تعریف می‌شود.

$$\varphi(g) = (d(g, p_1), \dots, d(g, p_n)) \quad (2)$$

به‌طورشهودی، مجموعه پیش‌الگوها باید شامل گراف‌هایی باشد که به‌طور یکنواخت بر روی کل مجموعه الگوها توزیع شده باشند. بنابراین، اولین پیش‌الگو گراف میانه مجموعه است یعنی گرافی که مجموع فاصله‌اش با تمام گراف‌های دیگر حداقل باشد. سپس در هر بار انتخاب، گرافی انتخاب می‌شود که بیشترین فاصله را با مجموعه پیش‌الگوهای انتخاب‌شده قبلی داشته باشد.

### ۳- چارچوب پیشنهادی

مفاهیم دقت یا مقیاس، متناظر با میزان جزئیاتی است که می‌تواند توسط مشاهده‌گر درک شود. فرموله‌سازی این مفاهیم ابتدایی امکان‌پذیر بوده و نظریه پردازش سیگنال و تصویر به آن‌ها یک معنای دقیق بخشیده است. الگوریتم‌های متنوعی در پردازش تصویر می‌توان یافت که به‌منظور تحلیل تصویر آن را به چندین جزء تجزیه می‌کنند. هر یک از این اجزاء اطلاعات موجود در یک مقیاس مشخص را دربردارد. در میان روش‌های مختلف، تبدیل موجک [۹] به‌عنوان روشی سلسله‌مراتبی معرفی می‌شود که می‌تواند قدرت‌های تفکیک متفاوت در تصویر را به‌خوبی مدیریت کند. در تجزیه موجک، تصویر به مجموعه‌ای از زیرتصاویر تجزیه می‌شود که علاوه بر مقیاس درشت یا تقریبی از تصویر، جزئیات آن را با جهات مختلف فضایی نمایش می‌دهد. به‌طور کلی هدف از تبدیل موجک بسط یک تابع به تقریبی از آن و مجموعه‌ای از توابع جزئیات است که برای ارزیابی تابع

برای گراف‌های بزرگ چالش‌برانگیز است. روش‌های خانواده دوم با یافتن زیرساختارها قادر به بهره‌برداری از دانش دامنه هستند [۴]، اما یافتن این زیرساختارها یک مسئله یک‌ریختی زیرگراف است و دارای پیچیدگی زمانی بالا است. روش‌های جدیدتر در این خانواده [۵، ۶] تکیه بیشتری بر برچسب‌های موجود در گراف و روابط همسایگی داشته‌اند و تا حدی از زیرساختارهای پیچیده‌تر صرف‌نظر نموده‌اند. روش‌های طیفی [۷] می‌توانند در زمان چندجمله‌ای، خصوصیات مفید و معناداری از ساختار گراف فراهم آورند. اما مشکل ذاتی آن‌ها، حساسیت به نویز است. به‌علاوه تنها می‌توانند بر روی گراف‌هایی با الفبای برچسب به‌شدت محدود شده استفاده شوند.

به‌طور کلی، یافتن نمایش‌های برداری مناسب برای گراف‌ها با پیچیدگی‌هایی همراه است. با توجه به این‌که توان نمایشی گراف‌ها به وضوح بیشتر از بردارهای ویژگی است، ویژگی‌های استخراج‌شده می‌بایست تا جای ممکن اطلاعات گراف به ویژه اطلاعات ساختاری و پیچیدگی‌های آن را به نمایش بگذارند. از طرف دیگر استخراج ویژگی از گراف به‌منظور جاسازی نباید شامل عملیات هزینه‌بر باشد. این نیازمندی‌های متضاد به‌خصوص با افزایش اندازه گراف بیشتر به چشم خواهند آمد. درحقیقت هرچه گراف استخراج‌شده بزرگ‌تر باشد، پردازش اطلاعات موجود در تمامی اجزای گراف به‌منظور جاسازی مطمئن آن در فضای برداری هزینه بیشتری را در بر خواهد داشت. علاوه‌براین، به دلیل افزایش پیچیدگی‌های ساختاری، احتمال بروز انحراف از ساختار و محتوای اصلی گراف بیشتر خواهد بود. درنتیجه یک نمایش برداری از گراف برای اهداف رده‌بندی و خوشه‌بندی، باید با برقراری مصالحه‌ای وابسته به کاربرد میان زمان جاسازی و حفظ اطلاعات به‌دست آید. بدین‌منظور در این مقاله از یک چارچوب سلسله‌مراتبی استفاده شده است. ایده اصلی، بهره‌مندی از موفقیت‌های حاصل‌شده از نظریه چنددقتی در حوزه پردازش سیگنال و تصویر [۹] بوده است. این نظریه ابزار قدرتمندی برای نمایش کارآمد توابع در چندین سطح از اطلاعات به‌حساب می‌رود. استفاده از این مفاهیم در حوزه گراف منجر به یک جاسازی قوی با حفظ اطلاعات سراسری یک گراف در کنار اطلاعات محلی آن می‌شود.

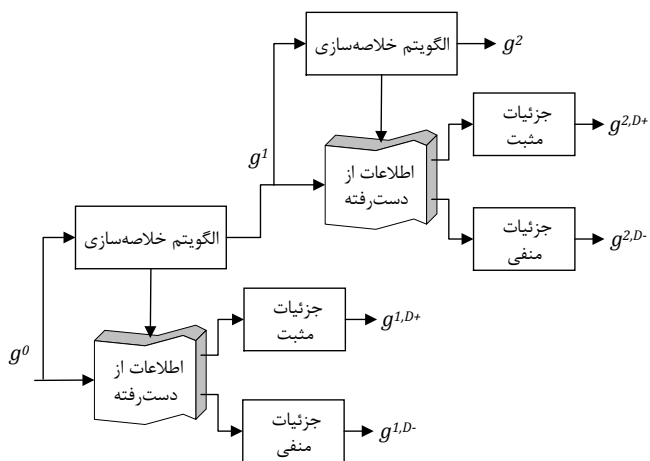
سازمان‌دهی مطالب باقی‌مانده بدین‌صورت است: بخش بعد اشاره‌ای مختصر به مفاهیم اولیه و روش جاسازی پایه استفاده‌شده در این مقاله می‌کند. بخش ۳ چارچوب کلی مبتنی بر جاسازی سطوح انتزاعی و جزئیات گراف را معرفی می‌کند. بخش ۴ به تحلیل نتایج آزمایش‌های رده‌بندی می‌پردازد. سرانجام مقاله با نتیجه‌گیری و کارهای آینده در بخش ۵ به پایان می‌رسد.

### ۲- تعاریف و مفاهیم پایه

**تعریف ۱** (گراف). گراف  $g$  چهارتایی  $g = (V, E, \mu, \vartheta)$  است که در آن  $V$  مجموعه متناهی از رأس‌ها،  $E \subseteq V \times V$  مجموعه‌ای از یال‌ها،  $\mu: V \rightarrow L_V$  تابع برچسب‌گذاری رأس و  $\vartheta: E \rightarrow L_E$  تابع برچسب‌گذاری یال می‌باشد.  $L_V$  و  $L_E$  به‌ترتیب مجموعه برچسب‌های متناهی یا نامتناهی برای رأس‌ها و یال‌ها هستند.

فاصله ویرایش گراف [۳، ۱۰] جهت مقایسه دو گراف، میزان عدم‌شباهت آن‌ها را کم‌ترین تغییرات مورد نیاز برای تبدیل گراف اول به

تقریبی  $\{g^P, g^{P,D+}, g^{P,D-}, g^{P-1,D+}, g^{P-1,D-}, \dots, g^{1,D+}, g^{1,D-}\}$  دیگری از بازسازی گراف  $g^0$  خواهد بود.



شکل ۱: نمودار بلوکی تفکیک دو مرحله‌ای گراف ورودی.

### ۳-۱- جاسازی مبتنی بر تفکیک چندگانه گراف

با توجه به این‌که تجزیه گراف از سطوح مختلف انتزاع و جزئیات به گراف نگاه می‌کند، ارائه چارچوبی برای جاسازی چنین تجزیه‌ای به فضای برداری، این امکان را فراهم می‌آورد که ویژگی‌های متمایزکننده‌تری از گراف به‌منظور افزایش دقت رده‌بندی به‌دست آید. عمده دلایل استفاده از این چارچوب سلسله‌مراتبی برای جاسازی گراف عبارتند از:

- ✓ یافتن مدل‌ها و زیرساخت‌های گراف در سطوح انتزاعی بالاتر گراف و به‌کارگیری این زیرساخت‌ها در یک رویه تحلیلی با هزینه پایین؛
- ✓ کاهش اطلاعات از دست‌رفته در طی جاسازی با بهره‌مندی هم‌زمان از عناصر توصیفی اولیه گراف (مانند رابطه‌های همسایگی و برچسب‌ها) و عناصر توصیفی بیشتر (مانند زیرساخت‌ها)؛
- ✓ جاسازی مستقل و موازی سطوح مختلف گراف به‌منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی.

به‌طور رسمی، فرض کنید مجموعه گراف  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_N\}$  مقیاس دلخواه  $P$  و ضریب کاهشی  $\lambda$  داده شده باشد. هدف، نگاشت هر یک از گراف‌های این مجموعه مانند  $g_i$ ،  $1 \leq i \leq N$ ، به یک بردار مانند  $v_i$  در فضای برداری است. در مرحله اول، پس از انتخاب یک الگوریتم خلاصه‌سازی مناسب، هرم گراف  $\Pi_{P,\lambda}(g_i)$  هر یک از گراف‌های  $g_i \in G$  ایجاد می‌گردد. در این‌صورت مجموعه‌های گرافی  $G^l$  برای  $0 \leq l \leq P$  را می‌توان متشکل از گراف سطح  $l$ ام تمامی هرم‌های ساخته‌شده دانست. علاوه‌براین، جزئیات  $g_i^{l,D+}$  و  $g_i^{l,D-}$  از دست‌رفته بین سطح  $l-1$  و سطح  $l$ ام هرم هر یک از گراف‌ها نیز به‌ترتیب مجموعه جزئیات مثبت  $D_+^l = \{g_1^{l,D+}, g_2^{l,D+}, \dots, g_N^{l,D+}\}$  و مجموعه جزئیات منفی  $D_-^l = \{g_1^{l,D-}, g_2^{l,D-}, \dots, g_N^{l,D-}\}$  را تشکیل می‌دهند. برای شفاف‌تر شدن این رویه به معرفی درخت تفکیک در حوزه گراف می‌پردازیم. برای نمونه، بخش تفکیک دو مرحله‌ای شکل ۱ را در نظر بگیرید. ساختار درخت تفکیک آن در شکل ۲ نشان داده شده است. در درخت سمت راست، ریشه گراف ورودی را نشان می‌دهد. فرزندان ریشه، گراف خلاصه و جزئیات

اصلی ضروری هستند. این روش از سازمان‌دهی و نمایش پراکندگی داده منجر به یک پیاده‌سازی کارآمد شده و یک قانون راهنما برای به‌دست آوردن الگوریتم‌های جدید برای مسائل دیگر فراهم می‌آورد.

بر مبنای قانون گفته‌شده اگر یک گراف را بتوان به‌صورت تعدادی گراف دیگر نمایش داد، امکان تحلیل بهتر آن وجود خواهد داشت. بر این اساس، در یک گام جلوتر از معرفی هرم گراف برای جاسازی [۱۱] به ارائه روشی خواهیم پرداخت که بر مبنای مقیاس تقریبی و جزئیات استخراج‌شده از گراف عمل می‌کند.

گراف  $g = (V, E, \mu, \vartheta)$  و هرم  $\Pi_{P,\lambda}(g)$  ساخته‌شده از آن را در نظر بگیرید. متناظر با هر سطح از این هرم، یک گراف کاهش‌یافته از  $g$  وجود دارد که تعداد رأس‌های آن با هر گام پیش رفتن به سمت بالای هرم با ضریب کاهشی  $\lambda > 1$  کاهش می‌یابد. بنابراین تعداد سطوح هرم برابر با  $L = \lfloor \log_\lambda |V| \rfloor$  خواهد بود. پایه هرم (سطح صفر) همان گراف اصلی  $g$  با  $|V|$  رأس و قله آن (سطح  $L$ ام) انتزاعی‌ترین سطح از گراف با یک رأس را نمایش می‌دهد. به‌طور کلی، گراف سطح  $l$  ( $0 \leq l \leq L$ ) که آن را با  $g^l$  نشان می‌دهیم، دارای  $|V^l| = \lfloor \frac{|V|}{\lambda^l} \rfloor$  رأس است. از آن‌جایی که بالاترین سطوح انتزاع مانند گرافی با یک رأس، معمولاً اطلاعات چندانی در اختیار نمی‌گذارند، می‌توان هرم گراف را به  $P$  ( $1 \leq P \leq L$ ) تخمین دقت از گراف اصلی محدود کرد. بنابراین هرم گراف از  $P+1$  سطح انتزاعی اول تشکیل می‌شود که بالاترین انتزاع در سطح  $P$  و بیشترین جزئیات در سطح صفر قرار دارد و بقیه سطوح دور ریخته می‌شوند.

رأس‌های گراف هر سطح بر اساس یک روال کاهشی از رأس‌های سطح پایین آن به‌دست می‌آیند. در حقیقت، مجموعه‌ای از رأس‌ها در یک سطح به رأسی در سطح بالاتر کاهش می‌یابند. یال‌ها نیز براساس روابط همسایگی و شباهت میان رأس‌های کاهش‌یافته ساخته می‌شوند. ما این فرآیند را محلی‌سازی می‌نامیم، به این مفهوم که ساختارهای سراسری یک گراف را به ساختارهای محلی گراف سطح بالاتر تبدیل می‌کند. عملگر محلی‌سازی پیشنهادی برای گراف‌ها، خلاصه‌سازی گراف [۱۲، ۱۳] است. خلاصه‌سازی گراف، گزینه مناسبی است که علاوه بر محاسبات کم می‌تواند تصویر روشنی از سطح بالاتر گراف ارائه دهد. الگوریتم خلاصه‌سازی در سطح  $l$  بر روی گراف  $g^l$  اجرا شده و گراف خروجی  $g^{l+1}$  را تولید می‌کند. اکنون دو گراف  $g^l$  و خلاصه  $g^{l+1}$  متعاقب آن را در نظر بگیرید. آن‌چه که باعث تفاوت این دو گراف می‌شود جزئیاتی از  $g^l$  است که در  $g^{l+1}$  نادیده گرفته شده‌اند. یک الگوریتم خلاصه‌سازی مناسب مانند الگوریتم معرفی‌شده در بخش ۳-۲ می‌تواند قابلیت نگهداری جزئیات مثبت و منفی را به شکل گراف داشته باشد. برای به‌دست آوردن گراف اصلی از گراف خلاصه، جزئیات مثبت  $g^{l+1,D+}$  باید به گراف خلاصه  $g^{l+1}$  اضافه شود و جزئیات منفی  $g^{l+1,D-}$  باید از گراف خلاصه  $g^{l+1}$  حذف شود. بدین‌ترتیب گراف  $g^l$  را می‌توان به‌طور تقریبی با سه گراف  $g^{l+1}$ ،  $g^{l+1,D+}$  و  $g^{l+1,D-}$  بازسازی نمود. شکل ۱ نمودار بلوکی ساده‌ای از تفکیک دو مرحله‌ای گراف ورودی  $g^0$  را نمایش می‌دهد. گراف  $g^0$  را می‌توان با دو مجموعه مختلف از گراف‌های حاصل از تجزیه  $\{g^1, g^{1,D+}, g^{1,D-}\}$  یا  $\{g^2, g^{2,D+}, g^{2,D-}, g^{1,D+}, g^{1,D-}\}$  بازسازی نمود. با انجام بازگشتی مراحل تفکیک متوالی تا مقیاس  $P$ ، مجموعه

قرارگیری آن‌ها در یک خوشه بیشتر خواهد بود. روش‌های طیفی به دلیل کارایی و تولید خوشه‌هایی با کیفیت بالا مورد توجه هستند. از این رو در اینجا از یک الگوریتم ساده طیفی مبتنی بر محاسبه بردارهای ویژه ماتریس وابستگی استفاده شده است [۱۵].

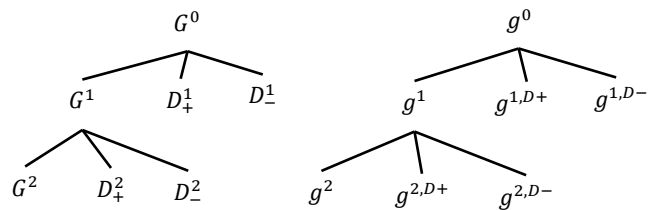
**درج ابريال‌های گراف خلاصه:** به منظور تصمیم‌گیری درباره ساختار گراف خلاصه، از یک روش آستانه‌گذاری استفاده می‌شود. دو ابررأس مانند  $C_p = \{u_1, u_2, \dots, u_m\} \in V$  و  $C_q = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \in V$  را در نظر بگیرید. یک راه منطقی برای درج یک ابريال میان این دو ابررأس آن است که نسبت تعداد یال‌های موجود میان این دو ابررأس  $\sigma_{C_p C_q}$  به تعداد یال‌های ممکن میان تمام زوج‌های مرتب یعنی  $\Sigma_{C_p C_q}$  بزرگ‌تر از یک آستانه مشخص  $\frac{\sigma_{C_p C_q}}{\Sigma_{C_p C_q}} \geq \delta$  باشد. اگر این دو ابررأس متمایز باشند  $\Sigma_{C_p C_q}$  برابر با تعداد یال‌های یک گراف دوبخشی کامل یعنی  $|C_p| \times |C_q|$  بوده و آستانه را با  $\delta_{edge}$  نشان می‌دهیم و اگر دو ابررأس یکسان باشد  $\Sigma_{C_p C_q}$  برابر با تعداد یال‌های یک گراف کامل ساخته‌شده با رأس‌های  $C_p$  یعنی  $|C_p| \times (|C_p| - 1) / 2$  است و آستانه را با  $\delta_{loop}$  نشان می‌دهیم. نکته حائز اهمیت آن است که برای آن که گراف خلاصه شکل ساده خود را حفظ کند، معمولاً آستانه درج ابرحلقه‌ها باید بزرگ‌تر از آستانه انتخاب‌شده برای درج ابريال‌ها باشد.

**ساختار گراف‌های جزئیات:** ساخت گراف‌های جزئیات بر این ایده استوار است که وجود ابريال، نمایش‌دهنده وجود یال میان هر زوج رأس تشکیل‌دهنده ابررأس‌های دو طرف آن است. بنابراین گراف خلاصه‌شده ممکن است یال‌هایی را نمایش دهد که در گراف اصلی نباشند و یا به‌طور برعکس یال‌هایی در گراف اصلی وجود داشته باشند که گراف خلاصه آن‌ها را نمایش ندهد. چنین یال‌هایی را می‌توان در قالب گراف‌های جزئیات نگهداری نمود. بر این اساس می‌توان با بسط گراف خلاصه و استفاده از جزئیات ازدست‌رفته به تقریبی از گراف اصلی دست یافت.

به‌طور رسمی، اگر  $(C_p, C_q)$  یک ابريال از گراف خلاصه باشد فرض می‌شود که میان هر زوج رأس  $(u_i, v_j)$  از گراف اصلی یک یال وجود دارد که برای آن  $u_i \in C_p$  و  $v_j \in C_q$  است. در این حالت، مجموعه تمام یال‌هایی که در واقعیت در گراف اولیه وجود ندارند به‌عنوان مجموعه یال‌های گراف جزئیات منفی و مجموعه رأس‌های دو سر چنین یال‌هایی به‌عنوان مجموعه رأس‌های آن در نظر گرفته می‌شود. به‌طور برعکس، اگر ابريالی میان دو ابررأس  $C_p$  و  $C_q$  از گراف خلاصه وجود نداشته باشد، فرض می‌شود که میان هیچ یک از زوج رأس‌های  $(u_i, v_j)$  با  $u_i \in C_p$  و  $v_j \in C_q$  از گراف اصلی یالی وجود ندارد. در این حالت، مجموعه تمام یال‌هایی که در واقعیت در گراف اولیه وجود داشته‌اند به‌عنوان مجموعه یال‌های گراف جزئیات مثبت و مجموعه رأس‌های دو سر چنین یال‌هایی به‌عنوان مجموعه رأس‌های آن در نظر گرفته می‌شود.

**برچسب‌گذاری رأس‌ها و یال‌ها:** بخشی از اطلاعات ازدست‌رفته در فرایند خلاصه‌سازی با برچسب‌گذاری مناسب بر روی رأس‌ها و یال‌ها قابل نگهداری است. این برچسب‌ها وابسته به کاربرد و این که بازسازی دقیق گراف چقدر اهمیت دارد، انتخاب می‌شوند. در مورد گراف‌های خلاصه، برچسب ابررأس  $C_p$  می‌تواند اطلاعاتی از قبیل تعداد رأس‌های

استخراج‌شده از گراف هستند. گره میانی  $g^1$ ، گراف خلاصه‌شده ورودی است که در نهایت به سه برگ تفکیک می‌شود. چون هر کدام از این گراف‌ها در مجموعه انتزاعی یا جزئیات مشخصی قرار دارند، می‌توان درخت تفکیک متناظر با مجموعه‌ها را نیز مشابه با درخت سمت چپ به‌دست آورد.



شکل ۲: درخت تفکیک دومرحله‌ای و مجموعه گرافی تجزیه آن.

در مرحله بعد، مجموعه‌های گرافی  $G^P, D_+^P, D_-^P, D_+^{P-1}, D_-^{P-1}, \dots$  در  $D_+^1$  و  $D_-^1$  به‌منظور جاسازی در فضای برداری انتخاب می‌شوند. وابسته به شرایط گراف‌های موجود در هر مجموعه (سایز گراف‌ها، برچسب‌دار یا بدون برچسب بودن آن‌ها، میزان خطاهای ساختاری و ...) می‌توان یک روش جاسازی دلخواه برای نگاشت آن‌ها به بردارها به‌کار برد. از یک نقطه‌نظر دیگر می‌توان روش جاسازی هر سطح را یکسان در نظر گرفت و چارچوب معرفی‌شده را به‌عنوان راه‌حلی برای بهبود آن تلقی نمود. تحت روش جاسازی انتخابی، مجموعه بردارهای متناظر با هر یک از مجموعه گراف‌ها حاصل می‌شود. بخش ارزیابی تجربی به بررسی نتایج این دیدگاه پرداخته است. در نهایت، بردارهای متناظر با گراف  $g_i$  از هر یک از مجموعه‌های برداری در کنار هم قرار گرفته و بردار نهایی  $v_i$  به‌دست می‌آید. همان‌طور که ذکر شد یکی از مشکلات معمول جاسازی گراف‌های بزرگ، زمان بالای مورد نیاز برای جاسازی است. چارچوب ارائه‌شده برای حل این مشکل، گراف را به‌گونه‌ای تفکیک می‌کند که گراف‌های حاصل دارای اندازه مناسبی برای کاربرد خاص مورد نظر و امکانات پردازشی در دسترس باشند. جاسازی این گراف‌ها را می‌توان به‌طور مستقل انجام داد. هر یک از گراف‌های جزئیات را نیز می‌توان به‌طور تکراری به یک گراف خلاصه و دو گراف جزئیات مثبت و منفی دیگر تفکیک کرد.

### ۳-۲- الگوریتم خلاصه‌سازی پیشنهادی

برای پیاده‌سازی چارچوب ارائه‌شده به یک الگوریتم خلاصه‌سازی نیاز است که علاوه بر قابلیت کنترل دقت گراف‌های خلاصه قادر به ذخیره اطلاعات ازدست‌رفته در طی خلاصه‌سازی و استفاده از آن‌ها برای ساخت گراف‌های جزئیات [۱۲, ۱۳] باشد. در این بخش به معرفی الگوریتمی از این دست می‌پردازیم که قابلیت به‌کارگیری بر روی گراف‌های با برچسب پیوسته را دارد. با فرض آن که ورودی الگوریتم گرافی مانند  $g = (V, E, \mu, \vartheta)$  باشد، در ادامه جزئیات مراحل این الگوریتم به تفکیک شرح داده شده است.

**ساخت ابررأس‌های گراف خلاصه:** به منظور ساخت  $k = \lfloor \frac{|V|}{\lambda} \rfloor$  ابررأس، از هر یک از الگوریتم‌های خوشه‌بندی بر روی رأس‌ها [۱۴] می‌توان استفاده نمود. اساس کار این الگوریتم‌ها استفاده از ماتریس وابستگی  $A \in \mathbb{R}^{|V| \times |V|}$  است که درایه  $a_{uv} = a_{vu}$  در آن برابر با هزینه حذف یال میان رأس‌های  $u$  و  $v$  و درحقیقت میزان شباهت آن‌ها بسته به دانش و فرضیات مسئله است. هر قدر این وزن بیشتر باشد احتمال

لازمه استفاده از معیار فاصله ویرایش، تعریف تابع هزینه مناسب برای انجام عملیات انحرافی در آن است. در مورد گراف‌های COIL، هزینه جایگزینی رأس‌ها برابر با فاصله اقلیدسی میان مختصات آن‌ها و هزینه جایگزینی یال‌ها برابر با صفر در نظر گرفته شده است. از این‌رو پارامترهایی که باید اعتبارسنجی شوند عبارتند از: هزینه حذف/ درج رأس  $\tau_{node}$ ، هزینه حذف/ درج یال  $\tau_{edge}$  و پارامتر وزن  $\alpha \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$  که میزان اهمیت عملیات ویرایش رأس را نسبت به عملیات ویرایش یال کنترل می‌کند. با در نظر گرفتن بازه‌های مشخص برای دو پارامتر  $\tau_{node}$  و  $\tau_{edge}$ ، برای هر ترکیب از مقادیر سه‌تایی  $(\tau_{node}, \tau_{edge}, \alpha)$ ، فاصله ویرایش گراف‌های مجموعه اعتبارسنجی با گراف‌های مجموعه آموزشی محاسبه می‌شود. در نهایت ترکیبی از مقادیر انتخاب می‌گردد که دارای بیشترین میزان دقت رده‌بندی  $k$ -NN ( $k = \{1, 3, 5\}$ ) بر روی گراف‌های مجموعه اعتبارسنجی باشد.

با توجه به زمان اجرای بالای محاسبه فاصله ویرایش، تغییر در بازه‌ها و انتخاب یک بازه مناسب برای تنظیم پارامترها در مورد گراف‌های بزرگ از نظر عملی ناشدنی است. جدول ۱ میانگین زمان اعتبارسنجی سه‌تایی  $(\tau_{node}, \tau_{edge}, \alpha)$  توسط رده‌بند  $k$ -NN را نشان می‌دهد. در این خصوص برنامه‌ها به صورت موازی بر روی ۱۶ هسته از ماشین‌هایی با پردازنده‌های Core I5 اینتل با سرعت پردازشی سه گیگا هرتز و تحت سیستم‌عامل لینوکس CentOS 6.3 اجرا شده‌اند. واضح است که زمان اعتبارسنجی برای گراف‌های اصلی در این مورد تقریباً ۳٫۹ برابر بیشتر از زمان اعتبارسنجی سطوح دیگر است. در چنین شرایطی آزمایشات نشان می‌دهد که استفاده از بازه‌های انتخاب‌شده برای گراف‌های خلاصه یا جزئیات، گزینه بسیار مناسبی برای تنظیم پارامترهای گراف‌های اصلی هستند.

جدول ۱: میانگین زمان اعتبارسنجی پارامترهای هزینه فاصله ویرایش توسط رده‌بند  $k$ -NN و برای سطوح مختلف از گراف‌های COIL (برحسب ساعت).

مجموعه‌های گرافی متناظر با سطوح مختلف از گراف‌ها	
اصلی $G^0$	خلاصه $G^1$
جزئیات مثبت $D_+^1$	جزئیات منفی $D_-^1$
۲۲،۱۸	۴،۲۲
زمان	۷،۸۹
	۶،۰۹

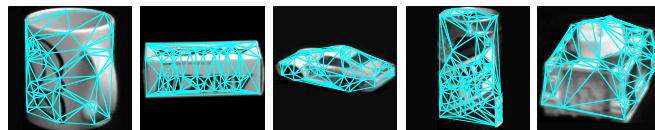
**ارزیابی الگوریتم خلاصه‌سازی:** هدف از این آزمایش بررسی میزان حفظ اطلاعات گراف‌های حاصل از خلاصه‌سازی است. برای این منظور به محاسبه دقت رده‌بند  $k$ -NN مبتنی بر فاصله ویرایش گراف به‌عنوان یکی از معیار رده‌بندی قابل استفاده در حوزه گراف می‌پردازیم. جدول ۲ دقت رده‌بند  $k$ -NN در حوزه گراف را بر روی گراف‌های آزمون COIL نشان می‌دهد. مقایسه دقت‌های رده‌بندی سطوح انتزاعی و جزئیات نسبت به دقت‌های سطح اصلی به خوبی نشان می‌دهد که روش خلاصه‌سازی به کار برده شده تا حد زیادی اطلاعات لازم برای رده‌بندی را نگاه‌داری می‌کند. این بدان معناست که الگوریتم خلاصه‌سازی به شکل مناسبی توزیع فاصله میان گراف‌ها را حفظ می‌کند و به‌طور خاص با حفظ پراکندگی رده‌ها می‌تواند در رده‌بندی گراف‌ها مؤثر واقع شود. بدین ترتیب، با استفاده از گراف‌های خلاصه یا جزئیات می‌توان با صرف زمان بسیار کم‌تر در به‌دست آوردن فاصله‌های میان گراف‌ها، به دقتی نزدیک و گاهی برابر با دقت گراف‌های اصلی رسید.

تشکیل‌دهنده آن، میانگین و انحراف معیار برچسب رأس‌های موجود در آن باشد. برچسب ابريال  $(C_p, C_q)$  نیز می‌تواند  $\sigma_{C_p C_q}$  یا  $\sigma_{C_p C_q} / \Delta_{C_p C_q}$  باشد. برای مثال، قرار دادن تنها میانگین مختصات رأس‌ها به‌عنوان برچسب ابررأس‌ها در مورد گراف‌های استخراج‌شده از تصاویر (بخش ۴-۱) کفایت می‌کند. گراف‌های جزئیات شامل رأس‌ها و یال‌های گراف اصلی بدون هیچ تغییری هستند بنابراین برچسب رأس و یال خود را از گراف اصلی به ارث می‌برند. برای مثال برچسب رأس‌های گراف جزئیات حاصل از گراف مرتبط با یک تصویر، همان مختصات خواهد بود.

#### ۴- ارزیابی تجربی

##### ۴-۱- مجموعه داده

از آن‌جا که قدرت روش‌های سلسله‌مراتبی در داده‌های بزرگ که سلسله‌مراتب معناداری در آن‌ها وجود دارد بیشتر نمایان است در این مقاله گراف‌های استخراج‌شده از پایگاه تصاویر اشیاء COIL به‌عنوان پایگاه داده گرافی استفاده شده است. این پایگاه شامل تصاویر  $128 \times 128$  از ۷۲ جهت مختلف ۱۰۰ شیء است. برای تولید گراف از تصویر، ابتدا گوشه‌های تصویر با استفاده از الگوریتم تشخیص گوشه هریس [۱۶] استخراج شده و به‌عنوان رأس‌های گراف در نظر گرفته شدند. سپس یال‌ها با استفاده از مثلثی‌سازی دلونه میان این رأس‌ها قرار گرفتند. حاصل این رویه، گرافی فاقد برچسب یال و شامل برچسب مختصات  $(x, y)$  رأس‌ها است. شکل ۳ برخی از تصاویر این پایگاه و گراف‌های متناظر با آن‌ها را نمایش می‌دهد. از مجموعه گرافی حاصل‌شده از COIL، ۱۵ شیء با میانگین تعداد رأس بالاتر انتخاب شده‌اند. در آزمایشات رده‌بندی، این مجموعه به سه زیرمجموعه مجزای آموزشی، اعتبارسنجی و آزمون به‌ترتیب شامل ۲۴، ۵ و ۱۰ گراف از هر شیء تقسیم شده است.



شکل ۳: نمونه‌هایی از گراف‌های استخراج‌شده از برخی تصاویر COIL.

##### ۴-۲- تنظیمات و نتایج

برای سادگی، مقیاس  $P$  در آزمایشات برابر با یک در نظر گرفته شده است. این بدان معناست که هر گراف با سطح خلاصه اول و جزئیات مثبت و منفی متناظر با آن تقریب زده می‌شود. ضریب کاهشی الگوریتم خلاصه‌سازی  $\lambda$  با الهام از تبدیل مویک در تصاویر برابر با دو قرار داده شده است. با توجه به گراف‌های توپولوژی معرفی‌شده در بخش ۴-۲، ماتریس شباهت برای ساخت ابررأس‌ها با استفاده از تابع گوسی محاسبه می‌شود. یعنی اگر یالی میان دو رأس  $u$  و  $v$  وجود نداشته باشد آن‌گاه  $a_{uv} = 0$  و در غیر این صورت  $a_{uv} = \exp(-\|\mu(u) - \mu(v)\|_2^2) / 2\theta^2$ . انحراف معیار فاصله برچسب رأس‌های دو سر تمامی یال‌ها به‌عنوان تخمینی از پارامتر  $\theta$  در نظر گرفته شده است. ساختار گراف‌های خلاصه نیز با در نظر گرفتن آستانه‌های درج ابريال  $\delta_{edge} = 0.5$  و درج ابرحلقه  $\delta_{loop} = 0.75$  شکل گرفته است.

## ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

این مقاله به ارائه چارچوبی جهت جاسازی سلسله‌مراتبی گراف پرداخت که باعث بهبود دقت رده‌بندی و کاهش پیچیدگی مدیریت داده‌های گرافی در مقیاس بزرگ می‌شود. آزمایشات نشان می‌دهند که با وجود آن‌که از دست رفتن بخشی از قدرت نمایشی گراف‌ها ویژگی ذاتی رویکرد جاسازی است، قرار دادن بردارهای سطوح مختلف انتزاعی و جزئیات در کنار هم، بازسازی بهتری از مشخصات گراف نسبت به استفاده از گراف‌های اصلی در اختیار می‌گذارد و باعث کاهش چشم‌گیری در زمان جاسازی می‌شود. برخی جهت تحقیقاتی این کار عبارتند از: یادگیری میزان اهمیت سطوح مختلف، انجام عملیات پیش‌پردازش مانند کاهش بُعد بر روی بردارهای حاصل و بهبود روش‌های جاسازی دیگر توسط این چارچوب.

## مراجع

- [1] H. Bunke and K. Riesen, "Towards the unification of structural and statistical pattern recognition," *Pattern Recognition Letters*, vol. 33, pp. 811-825, 2012.
- [2] R.C. Wilson, E.R. Hancock, and L. Bin, "Pattern vectors from algebraic graph theory," *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, IEEE Transactions on, vol. 27, pp. 1112-1124, 2005.
- [3] K. Riesen and H. Bunke, *Graph Classification and Clustering Based on Vector Space Embedding*, World Scientific, vol. 77, 2010.
- [4] N. Sidere, P. Heroux, and J.-Y. Ramel, "A Vectorial Representation for the Indexation of Structural Informations," in: *Structural, Syntactic, and Statistical Pattern Recognition*, pp. 45-54, 2008.
- [5] J. Gibert, E. Valveny, and H. Bunke, "Graph embedding in vector spaces by node attribute statistics," *Pattern Recognition*, vol. 45, pp. 3072-3083, 2012.
- [6] M.M. Luqman, J.-Y. Ramel, J. Lladós, and T. Brouard, "Fuzzy multilevel graph embedding," *Pattern Recognition*, vol. 46, pp. 551-565, 2013.
- [7] B. Luo, R. C. Wilson, and E.R. Hancock, "Spectral embedding of graphs, Publisher," *Pattern Recognition*, vol. 36, pp. 2213-2230, 2003.
- [8] R. Peng, R.C. Wilson, and E.R. Hancock, "Graph Characterization via Ihara Coefficients," *Neural Networks*, IEEE Transactions on, vol. 22, pp 245-233, 2011.
- [9] R.C. Gonzalez and R.E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 2001.
- [10] K. Riesen and H. Bunke, "Approximate graph edit distance computation by means of bipartite graph matching," *Image and Vision Computing*, vol. 27, pp. 950-959, 2009.
- [11] S.F. Mousavi, M. Safayani, and A. Mirzaei, "Graph pyramid embedding in vector space," in: *Computer and Knowledge Engineering (ICCKE)*, 2014 4th International eConference on, 2014, pp. 146-151.
- [12] Y. Tian, R.A. Hankins, and J.M. Patel, "Efficient aggregation for graph summarization," in: *Proceedings of the 2008 ACM SIGMOD international conference on Management of data*, ACM, Vancouver, Canada, 2008, pp. 567-580.
- [13] S. Navlakha, R. Rastogi, and N. Shrivastava, "Graph summarization with bounded error," in: *Proceedings of the 2008 ACM SIGMOD international conference on Management of data*, ACM, Vancouver, Canada, 2008, pp. 419-432.
- [14] I.S. Dhillon, Y. Guan, and B. Kulis, "A Unified View of Kernel k-means, Spectral Clustering and Graph Cuts," in: *University of Texas at Austin*, 2005.
- [15] J.P. Hespanha, "grPartition a MATLAB function for graph partitioning," 2004.
- [16] C. Harris, and M. Stephens, "A Combined Corner and Edge Detector," in: *4<sup>th</sup> Alvey vision conference*, pp. 147-151, 1988.

جدول ۲: دقت رده‌بندی سطوح مختلف گراف‌های مجموعه آزمون COIL توسط رده‌بند  $k$ -NN در حوزه گراف (برحسب درصد).

رده‌بند $k$ -NN	اصلی $G^0$	خلاصه $G^1$	جزئیات مثبت $D_+^1$	جزئیات منفی $D_-^1$
$k=1$	۱۰۰	۹۹,۳۳	۹۸	۹۱,۳۳
$k=3$	۹۷	۹۲,۶۷	۹۰,۶۷	۸۳,۳۳
$k=5$	۹۰	۹۰	۸۴	۷۴,۶۷

**اعمال چارچوب جاسازی بر روی روش پایه عدم شباهت:** با در نظر گرفتن روش پایه برای جاسازی هر سطح، هدف ما نمایش بهبود بردار حاصل از جاسازی روش پایه توسط چارچوب ارائه شده است. بنابراین برای آشکارسازی بیشتر این بهبود از رده‌بند ساده نزدیک‌ترین همسایه استفاده می‌کنیم و نشان می‌دهیم که چگونه این چارچوب می‌تواند قدرت رده‌بندهای ضعیف را با یک جاسازی خوب افزایش دهد.

هفت حالت مختلف را می‌توان براساس حضور یا عدم حضور هریک از سطوح انتزاعی و جزئیات گراف در نظر گرفت. جدول ۳ دقت مرتبط با هریک از این حالات را برای مقادیر مختلف  $k$  بر روی مجموعه آزمون COIL نشان می‌دهد. برای هر یک از این حالات، انتخاب تعداد پیش‌الگوهای هر سطح به مجموعه اعتبارسنجی محول شده است. سطر آخر جدول نمایش‌دهنده دقت روش انتخابی بدون اعمال چارچوب جاسازی است. می‌توان دریافت که برای هر مقدار  $k$  در چارچوب مبتنی بر جزئیات همواره حالتی وجود دارد که مقدار دقت رده‌بند در آن با روش اصلی برابری کند. این بهبود دقت به‌طور قابل ملاحظه‌ای در  $k=5$  مشاهده می‌شود. دقت مناسب به‌دست آمده توسط گراف‌های جزئیات نیز حاکی از وجود اطلاعات لازم برای رده‌بندی است.

جدول ۳: مقایسه حالات مختلف چارچوب پیشنهادی و روش عدم شباهت در رده‌بندی مجموعه آزمون COIL. نتایج بهبود آماری چارچوب پیشنهادی به‌صورت برجسته نشان داده شده است.

حضور یا عدم حضور مجموعه‌ها در جاسازی		دقت رده‌بند $k$ -NN (%)			
خلاصه $G^1$	جزئیات مثبت $D_+^1$	جزئیات منفی $D_-^1$	$k=5$	$k=3$	$k=1$
✓			۸۶,۶۷	۸۸	۹۰,۶۷
	✓		۷۳,۳۳	۸۱,۳۳	۸۲
		✓	۶۸,۶۷	۷۴,۶۷	۷۷,۳۳
		✓	۸۰	۸۷,۳۳	۹۰,۶۷
		✓	۸۶	۸۸	۸۸
		✓	۸۸	۹۳,۳۳	۹۵,۳۳
		✓	۸۹,۳۳	۹۰,۶۷	۹۵,۳۳
			۸۰,۶۷	۹۲,۶۷	۹۵,۳۳
			دقت روش پایه		

تفاوت کم‌تر بهترین دقت چارچوب جاسازی نسبت به دقت رده‌بندی گراف‌های اصلی  $G^0$  در حوزه گراف (جدول ۲) حاکی از آن است که ویژگی‌های سراسری گراف که در چارچوب جاسازی مورد بهره‌برداری قرار گرفته‌اند، توانسته‌اند تا حد مطلوبی به حفظ مزیت قدرت نمایش گراف‌ها کمک کنند و اطلاعات ساختاری گراف را در بردار مرتبط با آن منعکس نمایند.

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو  
بین المللی و ترند های جستجو