

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی

مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها

اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله

آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله



محاسبه تحلیلی پاسخ دینامیکی تیر جدارنازک اولر- برنولی با مقطع نامتقارن تحت اثر بارهای دینامیکی قطعی

الهام قندی

استادیار دانشگاه محقق اردبیلی، دانشکده فنی و مهندسی، گروه عمران

ghandi@uma.ac.ir

خلاصه

محاسبه تحلیلی پاسخ دینامیکی تحت اثر بارهای دینامیکی قطعی و تصادفی در مورد مقاطع تیری متقارنی که فقط تغییر شکل خمشی دارند، توسط محققین زیادی مورد توجه بوده است. اما اکثر مقاطع کاربردی نامتقارن هستند و بنابراین دارای ارتعاش وابسته خمشی- پیچشی می‌باشند. مطالعات مربوط به محاسبه تحلیلی پاسخ دینامیکی برای مقاطع نامتقارن با مشخصات فوق اندک می‌باشد و فقط در چند مورد برای مقطع با یک محور تقارن انجام شده است. بنابراین هدف اصلی این تحقیق محاسبه تحلیلی پاسخ دینامیکی تیر سه بعدی اولر- برنولی جدارنازک نامتقارن تحت اثر بارهای دینامیکی قطعی با استفاده از ترکیب روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق و آنالیز مودال می‌باشد. خمش تیر جدارنازک مورد نظر با تئوری اولر- برنولی و پیچش آن با تئوری ولاسوف مدل شده است. این تحقیق هر دو حالت بارگذاری گسترده در طول تیر و بارگذاری متمرکز را شامل می‌شود.

کلمات کلیدی: بار دینامیکی قطعی، روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق، تئوری خمش اولر- برنولی، ارتعاش وابسته خمشی- پیچشی.

۱. مقدمه

تحقیقات زیادی در زمینه‌ی پاسخ تیرهای با مقطع متقارن در برابر بارهای دینامیکی قطعی^۱ و تصادفی^۲ انجام شده است که از آن جمله می‌توان به تحقیقات [۹-۱] اشاره کرد. در تحقیقات مذکور، استخراج پاسخ دینامیکی تیرها بر پایه‌ی فرضیات تئوری اولر- برنولی یا تئوری تیر تیموشنکو قرار دارند. بنابراین موقع پیشگویی پاسخ دینامیکی تیر، فرض بر این است که تیر فقط تغییر شکل خمشی (که مستقل از پیچش است) دارد که چنین فرضی فقط برای تیرهای با مقطع متقارن دو گانه مثل مقطع دایره‌ای و مربعی قابل کاربرد است که در آنها به دلیل انطباق مرکز هندسی و مرکز برش بر همدیگر، وابستگی مابین خمش و پیچش اتفاق نمی‌افتد. با این حال، در اکثر مقاطع کاربردی مرکز برش و مرکز هندسی بر هم منطبق نیستند. بنابراین وابستگی مابین تغییر مکان‌های خمشی و پیچشی در آنها اتفاق می‌افتد. در چنین مواردی استفاده از تئوری اولر- برنولی و یا تئوری تیموشنکو به تنهایی برای محاسبه پاسخ دینامیکی کافی نیستند. بنابراین باید ارتعاش وابسته‌ی خمشی- پیچشی تیر مورد نظر قرار گیرد. Eslimy-Isfahany و همکاران [۱۰] برای نخستین بار پاسخ دینامیکی تیر با ارتعاش وابسته خمشی- پیچشی را تحت اثر بارهای دینامیکی قطعی و تصادفی به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. تیر مزبور دارای مقطع متقارن منفرد بوده و تغییر شکل خمشی تیر با استفاده از تئوری اولر- برنولی و پیچش با استفاده از تئوری سن- ونان مدل شده بود و از اثرات تغییر شکل برشی، اینرسی دورانی و سختی تابیدگی صرف نظر شده بود. در تحقیقی دیگر Eslimy-Isfahany و Banerjee [۱۱] پاسخ دینامیکی تیر با بارگذاری محوری ثابت با ارتعاش وابسته‌ی خمشی- پیچشی را تحت اثر بارهای دینامیکی قطعی و تصادفی با استفاده از روش آنالیز مودال به صورت تحلیلی محاسبه کردند. در این مطالعه، مشخصات مقطع تیر و همچنین بارگذاری دینامیکی مشابه کار قبلی است و تنها فرق آن با کار قبلی این است که تیر تحت اثر بار محوری ثابت گذرا از مرکز جرم قرار دارد. Jun و همکاران [۱۲] عبارات صریح تئوریک برای پاسخ دینامیکی تیر جدارنازک لاغر با بارگذاری محوری استاتیکی را که تحت اثر بار دینامیکی قطعی اختیاری قرار دارد استخراج کردند و نتیجه را به حالتی که بار دارای تغییرات هارمونیک بود تعمیم دادند. تیر مورد نظر دارای مقطع متقارن منفرد بود و تغییر شکل خمشی تیر بر اساس تئوری اولر- برنولی و پیچش بر اساس تئوری Vlasov مدل شده است. همچنین Jun و همکاران [۱۳] عبارات صریحی برای پاسخ دینامیکی تیر تیموشنکو جدارنازک که تحت اثرات

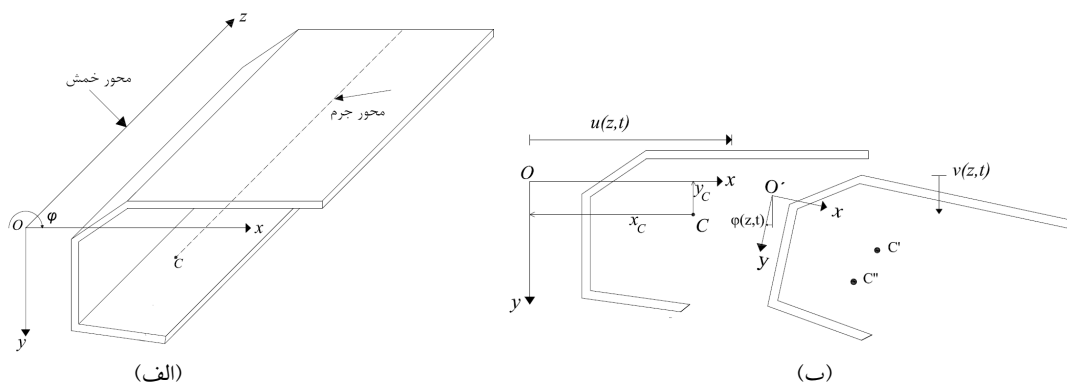
¹ - Deterministic loads

² - Random loads

تحریکات تصادفی قرار دارد استخراج کرده و از روش آنالیز مودال برای استخراج پاسخ دینامیکی استفاده نمودند. Jun و همکاران [۱۴] با در نظر گرفتن اثر بار محوری استاتیکی در تحقیق قبلی، ارتعاش تصادفی تیر تیموشنکوی جدارنازک با بار محوری را مورد بررسی قرار دادند. هیچ یک از تحقیقات فوق محاسبه پاسخ دینامیکی تیر با مقطع نامتقارن را در بر ندارد. هدف اصلی این مقاله مطالعه تحلیلی پاسخ دینامیکی تیر جدارنازک سه بعدی با مقطع نامتقارن در برابر بارهای دینامیکی قطعی می‌باشد. از آنجائیکه مقطع تیر نامتقارن است، استخراج پاسخ دینامیکی با در نظر گرفتن ارتعاش وابسته خمشی - پیچشی انجام می‌شود. برای محاسبه پاسخ دینامیکی ابتدا باید مشخصات ارتعاش آزاد وابسته خمشی - پیچشی تیر مورد نظر استخراج شود که برای این منظور از روش ماتریس سختی دینامیکی [۱۵] استفاده شده و سپس با استفاده از آنالیز مودال پاسخ دینامیکی در برابر بارهای قطعی اعمالی تعیین شود.

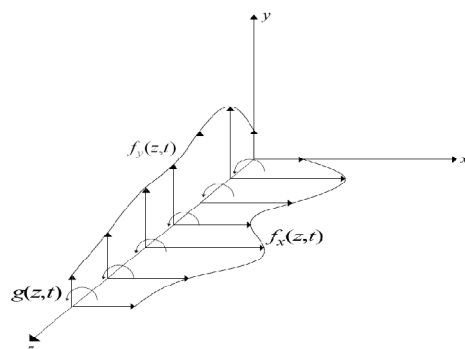
۲. تئوری

مقطع عضو تیری مورد نظر در شکل (۱) نشان داده شده است. این تیر، تیر جدارنازک یکنواخت با مقطع نامتقارن دو گانه به طول L است. برای مدل کردن خمش از تئوری اولر-برنولی و برای پیچش از تئوری پیچش و لاسف استفاده شده است. بنابراین عضو تیری مورد نظر دارای صلیب‌های خمشی EI_x و EI_y در صفحات $x-z$ و $y-z$ ، صلیب پیچشی تابیدگی EI_ω و صلیب پیچشی سن-ونان $G_i J_i$ است که در آن G_i مدول برشی و J_i ثابت پیچشی مقطع می‌باشد. در شکل (۱) مرکز جرم مقطع با C و مرکز خمش با O نشان داده شده است. محور گذرنده از مرکز جرم به محور جرم و محور گذرنده از مرکز خمش به محور خمشی معروف است. مبدا دستگاه مختصات در O قرار دارد و محورهای x و y در راستای محورهای اصلی سطح مقطع قرار دارند و محور z منطبق بر محور خمشی است. حین ارتعاش تغییر مکان هر نقطه از سطح مقطع در هر زمان t در صفحه $x-y$ را می‌توان به صورت تغییر مکان‌های انتقالی خالص $u(z,t)$ و $v(z,t)$ به ترتیب در جهات x و y و پیچش خالص $\varphi(z,t)$ حول مرکز خمش z بیان کرد.



شکل (۱): (الف) تیر جدارنازک سه بعدی نامتقارن به طول L (ب) مقطع تغییر شکل نیافته و تغییر شکل یافته تیر بعد از تغییر شکل خمشی و پیچشی

بارهای خارجی اعمال شده بر روی تیر جدارنازک عبارتند از: نیروهای واحد طول $f_x(z,t)$ و $f_y(z,t)$ که به ترتیب در جهت محورهای x و y و بر روی محور خمش اعمال شده‌اند و لنگر پیچشی واحد طول $g(z,t)$ که حول محور خمش اعمال می‌شود (شکل (۲)).



شکل (۲): بارهای خارجی اعمال شده بر روی تیر جدارنازک



معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت تیر مذکور به صورت سه معادله دیفرانسیل جزئی وابسته هستند که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$EI_x \frac{\partial^4 u(z,t)}{\partial z^4} - my_c \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} + m \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = f_x(z,t)$$

$$(الف-۱) \quad EI_y \frac{\partial^4 v(z,t)}{\partial z^4} + mx_c \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} + m \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} = f_y(z,t)$$

(ب-۱)

$$EI_\omega \frac{\partial^4 \varphi(z,t)}{\partial z^4} - G_r J_t \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial z^2} - my_c \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + mx_c \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} + mr_m^2 \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} = g(z,t) \quad (پ-۱)$$

که در آن m جرم واحد طول تیر و r_m شعاع ژیراسیون قطبی مقطع می‌باشد.

۲-۱. تحلیل ارتعاش آزاد

برای تعیین فرکانس‌های طبیعی و مدهای ارتعاشی طبیعی باید تحلیل ارتعاش آزاد نامیرا برای سیستم مورد بررسی انجام شود. به منظور تحلیل ارتعاش آزاد، بارهای خارجی اعمالی مساوی صفر در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین برای ارتعاش آزاد معادلات دیفرانسیل (۱) به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$EI_x \frac{\partial^4 u(z,t)}{\partial z^4} - my_c \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} + m \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (الف-۲)$$

$$EI_y \frac{\partial^4 v(z,t)}{\partial z^4} + mx_c \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} + m \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (ب-۲)$$

$$EI_\omega \frac{\partial^4 \varphi(z,t)}{\partial z^4} - G_r J_t \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial z^2} - my_c \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + mx_c \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} + mr_m^2 \frac{\partial^2 \varphi(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (پ-۲)$$

برای تحلیل ارتعاش آزاد به روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق باید معادلات دیفرانسیل وابسته (۲) به صورت تحلیلی حل شوند برای این منظور، جواب‌های $u(z,t)$ ، $v(z,t)$ و $\varphi(z,t)$ به فرم زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$u(z,t) = U_n(z)e^{i\omega_n t}, \quad v(z,t) = V_n(z)e^{i\omega_n t}, \quad \varphi(z,t) = \Phi_n(z)e^{i\omega_n t} \quad (۳)$$

که در آن $n=1,2,3\dots$ بیانگر شماره مدهای ارتعاشی می‌باشد.

با جایگذاری روابط (۳) در (۲)، این روابط به فرم زیر درمی‌آیند:

$$EI_x \frac{d^4 U_n(z)}{dz^4} + my_c \omega_n^2 \Phi_n(z) - m \omega_n^2 U_n(z) = 0 \quad (الف-۴)$$

$$EI_y \frac{d^4 V_n(z)}{dz^4} - mx_c \omega_n^2 \Phi_n(z) - m \omega_n^2 V_n(z) = 0 \quad (ب-۴)$$

$$EI_\omega \frac{d^4 \Phi_n(z)}{dz^4} - G_r J_t \frac{d^2 \Phi_n(z)}{dz^2} + my_c \omega_n^2 U_n(z) - mx_c \omega_n^2 V_n(z) - mr_m^2 \omega_n^2 \Phi_n(z) = 0 \quad (پ-۴)$$

با اعمال روش ماتریس سختی دینامیکی [۱۵] بر روی معادلات فوق به راحتی می‌توان مشخصات دینامیکی طبیعی ارتعاش آزاد را محاسبه کرد. از آنجائیکه هدف اصلی این مقاله محاسبه پاسخ دینامیکی در برابر بارهای قطعی است، بنابراین جزئیات اعمال روش ماتریس سختی دینامیکی آورده نشده است. با فرض معلوم بودن فرکانس‌های طبیعی ω_n و مدهای ارتعاشی $U_n(z)$ ، $V_n(z)$ و $\Phi_n(z)$ با استفاده از تحلیل ارتعاش آزاد با روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق، مقاله ادامه می‌یابد.

با بکارگیری روشی مشابه روش توضیح داده شده در [۱۶]، خاصیت تعامد مدهای ارتعاشی برای ارتعاش آزاد عضو تیری با مقطع نامتقارن با ارتعاش وابسته خمشی - پیچشی به صورت زیر استخراج شد.

$$(\omega_n^2 - \omega_r^2) \int_0^L [(mr_m^2 \Phi_n \Phi_r + mV_n V_r + mU_n U_r) - my_c (U_r \Phi_n + U_n \Phi_r) + mx_c (V_r \Phi_n + V_n \Phi_r)] dz = \mu_n \delta_{nr} \quad (۵)$$

که در آن μ_n جرم تعمیم یافته مود n ام و δ_{nr} تابع دلتای کرونیگر است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{nr} = \begin{cases} 1 & n = r \\ 0 & n \neq r \end{cases} \quad (۶)$$



۲-۲. محاسبه تحلیلی پاسخ دینامیکی

اکنون معادلات دیفرانسیل جزئی (۱) مورد توجه قرار می‌گیرند که باید برای نیروهای خارجی اعمال شده $f_x(z,t)$ ، $f_y(z,t)$ و $g(z,t)$ حل شوند. با فرض اینکه مساله مقدار ویژه برای استخراج فرکانس‌ها و مودهای طبیعی حل شده است، پاسخ در برابر بارهای اعمالی از ترکیب خطی مودها به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)U_n(z) \quad , \quad v(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)V_n(z) \quad , \quad \varphi(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\Phi_n(z) \quad (۷)$$

که در آنها $q_n(t)$ مختصه مودی (مختصه زمانی) مود n ام است. در نتیجه پاسخ‌های $u(z,t)$ ، $v(z,t)$ و $\varphi(z,t)$ به صورت مجموع آثار مشارکت هر مود بیان شده است. جمله n ام در سری‌های روابط (۷)، بیانگر میزان مشارکت مود n ام در پاسخ است.

با جایگذاری روابط (۷) در (۱)، روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[EI_x \frac{d^4 U_n}{dz^4} q_n(t) - m y_c \Phi_n \ddot{q}_n(t) + m U_n \ddot{q}_n(t) \right] = f_x(\xi, t) \quad (۸-الف)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[EI_y \frac{d^4 V_n}{dz^4} q_n(t) + m x_c \Phi_n \ddot{q}_n(t) + m V_n \ddot{q}_n(t) \right] = f_y(\xi, t) \quad (۸-ب)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[(EI_\omega \frac{d^4 \Phi_n}{dz^4} - G_r J_r \frac{d^2 \Phi_n}{dz^2}) q_n(t) - m y_c U_n \ddot{q}_n(t) + m x_c V_n \ddot{q}_n(t) + m r_m^2 \Phi_n \ddot{q}_n(t) \right] = g(\xi, t) \quad (۸-پ)$$

در این مرحله روابط (۴) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$EI_x \frac{d^4 U_n}{dz^4} = -m y_c \omega_n^2 \Phi_n + m \omega_n^2 U_n = m \omega_n^2 (U_n - y_c \Phi_n) \quad (۹-الف)$$

$$EI_x \frac{d^4 V_n}{dz^4} = m x_c \omega_n^2 \Phi_n + m \omega_n^2 V_n = m \omega_n^2 (V_n + x_c \Phi_n) \quad (۹-ب)$$

$$EI_\omega \frac{d^4 \Phi_n}{dz^4} - G_r J_r \frac{d^2 \Phi_n}{dz^2} = m \omega_n^2 (x_c V_n - y_c U_n + r_m^2 \Phi_n) \quad (۹-پ)$$

جایگذاری روابط (۹) در (۸) منجر به روابط زیر می‌شود:

$$\sum_{n=1}^{\infty} [m \omega_n^2 (U_n - y_c \Phi_n) q_n(t) + m (U_n - y_c \Phi_n) \ddot{q}_n(t)] = f_x(\xi, t) \quad (۱۰-الف)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [m \omega_n^2 (V_n + x_c \Phi_n) q_n(t) + m (V_n + x_c \Phi_n) \ddot{q}_n(t)] = f_y(\xi, t) \quad (۱۰-ب)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [m \omega_n^2 (x_c V_n - y_c U_n + r_m^2 \Phi_n) q_n(t) + m (x_c V_n - y_c U_n + r_m^2 \Phi_n) \ddot{q}_n(t)] = g(\xi, t) \quad (۱۰-پ)$$

اکنون هر جمله از (۱۰-الف) را در U_r ، هر جمله از (۱۰-ب) را در V_r و هر جمله از (۱۰-پ) را در Φ_r ضرب کرده و در طول تیر از آن

انتگرال گرفته می‌شود سپس از جمع روابط حاصله با یکدیگر، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \int_0^L m \omega_n^2 (U_n U_r + V_n V_r + r_m^2 \Phi_n \Phi_r - y_c (\Phi_n U_r + U_n \Phi_r) + x_c (\Phi_n V_r + V_n \Phi_r)) dz + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{q}_n(t) \int_0^L m (U_n U_r + V_n V_r + r_m^2 \Phi_n \Phi_r - y_c (\Phi_n U_r + U_n \Phi_r) + x_c (\Phi_n V_r + V_n \Phi_r)) dz + \\ & = \int_0^L (f_x(\xi, t) U_r + f_y(\xi, t) V_r + g(\xi, t) \Phi_r) dz \end{aligned} \quad (۱۱)$$

رابطه مذکور بعد از ساده‌سازی و عوض کردن ترتیب انتگرال و علامت \sum به صورت زیر درمی‌آید:



$$\begin{aligned} & q_n(t) \int_0^L m \omega_n^2 [r_m^2 [\Phi_n]^2 + [V_n]^2 + [U_n]^2 - 2y_c U_n \Phi_n + 2x_c V_n \Phi_n] dz + \\ & \ddot{q}_n(t) \int_0^L m [r_m^2 [\Phi_n]^2 + [V_n]^2 + [U_n]^2 - 2y_c U_n \Phi_n + 2x_c V_n \Phi_n] dz = \\ & \int_0^L (f_x(z, t) U_n + f_y(z, t) V_n + g(z, t) \Phi_n) dz \end{aligned} \quad (12)$$

رابطه فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{1}{\mu_n} \int_0^L (f_x(z, t) U_n + f_y(z, t) V_n + g(z, t) \Phi_n) dz \quad (13)$$

با معرفی پارامترهای زیر:

$$\frac{1}{\mu_n} \int_0^L f_x(z, t) U_n(z) dz = F_{xn}(t) \quad , \quad \frac{1}{\mu_n} \int_0^L f_y(z, t) V_n(z) dz = F_{yn}(t) \quad , \quad \frac{1}{\mu_n} \int_0^L g(z, t) \Phi_n(z) dz = G_n(t) \quad (14)$$

رابطه (۱۳) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = F_{xn}(t) + F_{yn}(t) + G_n(t) \quad (15)$$

به این ترتیب تعداد نامحدودی معادله شبیه معادله (۱۵) و به ازای هر مود، یک معادله وجود دارد. بنابراین معادلات دیفرانسیل جزئی (۱) بر حسب توابع مجهول $u(z, t)$ ، $v(z, t)$ و $\varphi(z, t)$ به یک مجموعه نامتناهی از معادلات دیفرانسیل عادی (۱۵) بر حسب مجهولات $q_n(t)$ منتقل شده است. برای نیروهای دینامیکی اعمالی $f_x(z, t)$ ، $f_y(z, t)$ و $g(z, t)$ ، توابع مجهول $u(z, t)$ ، $v(z, t)$ و $\varphi(z, t)$ سیستم را می توان از طریق حل معادلات مودی بر حسب $q_n(t)$ تعیین کرد. معادله هر مود، مستقل از مودهای دیگر است بنابراین می توان آن را به صورت جداگانه حل کرد.

برای حل معادله (۱۵) که به فرم معادله حرکت سیستم یک درجه آزادی است از انتگرال دیوهمامل استفاده می شود، بنابراین پاسخ معادله (۱۵) به صورت زیر بیان می شود:

$$q_n(t) = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t (G_n(\tau) + F_{xn}(\tau) + F_{yn}(\tau)) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \quad (16)$$

بعد از تعیین $q_n(t)$ ، با استفاده از روابط (۷) و (۱۶)، پاسخ سیستم به نیروهای دینامیکی اعمالی دلخواه $f_x(z, t)$ ، $f_y(z, t)$ و $g(z, t)$ ، با روابط زیر قابل بیان است.

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(z) \left((A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t (G_n(\tau) + F_{xn}(\tau) + F_{yn}(\tau)) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \right) \quad (17-الف)$$

$$v(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(z) \left((A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t (G_n(\tau) + F_{xn}(\tau) + F_{yn}(\tau)) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \right) \quad (17-ب)$$

$$\varphi(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(z) \left((A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t (G_n(\tau) + F_{xn}(\tau) + F_{yn}(\tau)) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \right) \quad (17-پ)$$

پاسخ های بدست آمده قابل استفاده برای هر بارگذاری قطعی اختیاری است. در ادامه برای نمونه پاسخ در برابر بار هارمونیکی قطعی با استفاده از روابط (۱۷)، محاسبه می شود.



در این قسمت فرض بر این است که نیروهای هارمونیک متمرکز با دامنه‌های F_{xi} در امتداد محور x در نقاط $z_i = a_i$ ، و همچنین با دامنه‌های F_{yi} در امتداد محور y در نقاط $z_i = b_i$ و لنگرهای پیچشی با دامنه‌های G_i حول محور z در نقاط $z_i = c_i$ (که در آنها $i = 1, 2, 3, \dots, N$ می‌باشد) اعمال شده‌اند. بارهای اعمالی مذکور با توابع زیر بیان می‌شوند:

$$f_{xi}(z, t) = F_{xi} \delta(z - a_i) \sin \omega t \quad (۱۸-الف)$$

$$f_{yi}(z, t) = F_{yi} \delta(z - b_i) \sin \omega t \quad (۱۸-ب)$$

$$g_i(z, t) = G_i \delta(z - c_i) \sin \omega t \quad (۱۸-پ)$$

که در آن ω_i فرکانس دورانی بارهای اعمالی می‌باشند.

در این حالت با استفاده از روابط (۱۴)، توابع بارهای تعمیم یافته به صورت زیر درمی‌آیند:

$$F_{xin}(t) = \frac{1}{\mu_n} F_{xi} U_n(a_i) \sin \omega t, \quad F_{yin}(t) = \frac{1}{\mu_n} F_{yi} V_n(b_i) \sin \omega t, \quad G_{in}(t) = \frac{1}{\mu_n} G_i \Phi_n(c_i) \sin \omega t \quad (۱۹)$$

در نهایت پاسخ‌های $u(z, t)$ ، $v(z, t)$ و $\varphi(z, t)$ به بار اعمالی مفروض با استفاده از (۱۹) و (۱۷) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(z) (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} U_n(z) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\mu_n (\omega_n^2 - \omega_i^2)} (F_{xi} U_n(a_i) + F_{yi} V_n(b_i) + G_i \Phi_n(c_i)) \sin \omega t \quad (۲۰-الف)$$

$$v(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(z) (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} V_n(z) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\mu_n (\omega_n^2 - \omega_i^2)} (F_{xi} U_n(a_i) + F_{yi} V_n(b_i) + G_i \Phi_n(c_i)) \sin \omega t \quad (۲۰-ب)$$

$$\varphi(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(z) (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(z) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\mu_n (\omega_n^2 - \omega_i^2)} (F_{xi} U_n(a_i) + F_{yi} V_n(b_i) + G_i \Phi_n(c_i)) \sin \omega t \quad (۲۰-پ)$$

۳. نتایج عددی

برای صحت‌سنجی فرمول‌بندی انجام شده در این مقاله، مثال دوم از مقاله [۱۲] بررسی می‌شود. این مثال یک تیر جدارنازک طره‌ای با مقطع نیم‌دایره با یک محور تقارن می‌باشد. خصوصیات هندسی و فیزیکی مقطع مورد نظر به صورت زیر می‌باشند:

$$E = 68.9 \times 10^9 \text{ Nm}^2, \quad I_y = 9.26 \times 10^{-8} \text{ m}^4, \quad I_\omega = 1.52 \times 10^{-12} \text{ m}^6, \quad r_m^2 = 5.998 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \quad m = .0835 \text{ kg.m}^{-1}$$

$$L = 0.82 \text{ m}, \quad x_c = 0.0155 \text{ m}, \quad G = 26.5 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}, \quad J = 1.64 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

در این مثال فرض شده که نیروی هارمونیک متمرکز با دامنه واحد در نوک تیر طره وارد شده و تحت اثر بار هارمونیک اعمالی با فرکانس‌های مختلف، تغییر مکان انتقالی خمشی و زاویه پیچشی در نوک تیر طره محاسبه شده است. برای محاسبه پاسخ از پنج مود اول ارتعاشی کمک گرفته شده است. بنابراین برای انجام صحت‌سنجی ابتدا با استفاده از روش ماتریس سختی دینامیکی، پنج فرکانس طبیعی اول و مودهای ارتعاشی مربوطه محاسبه شدند. فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده در جدول آورده شده است:

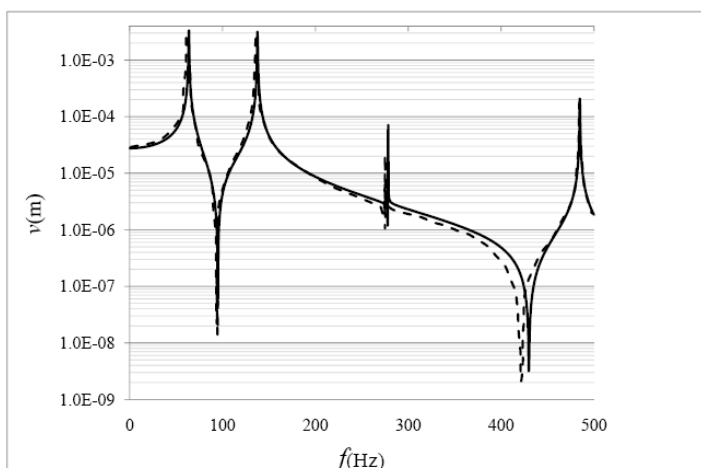
جدول (۱): پنج فرکانس طبیعی اول

شماره فرکانس	1	2	3	4	5
ω (rad / sec)	159.4057	619.2519	933.998	2585.967	3866.62
f (Hz)	25.3702	98.557	148.6504	411.5694	615.3922

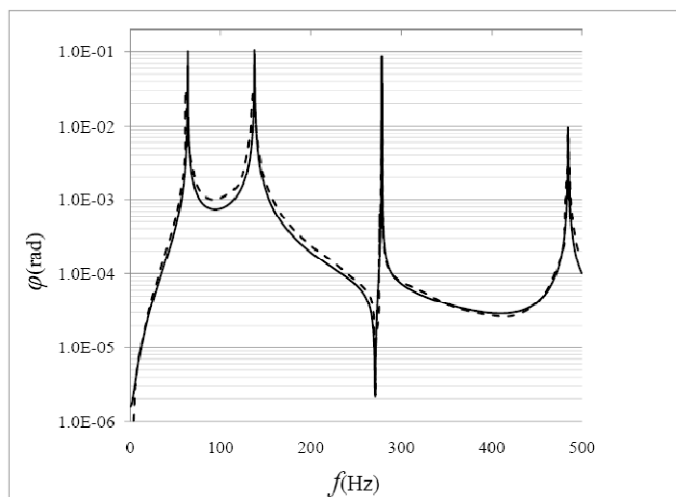
سپس به ازای هر مود، μ_n محاسبه شده است. μ_n ها به ازای پنج مود اول به صورت زیر می‌باشند:

$$\mu_1 = 0.0389, \quad \mu_2 = 0.0038, \quad \mu_3 = 0.0036, \quad \mu_4 = 0.0044, \quad \mu_5 = 0.0037$$

سپس با استفاده از روابط (۲۰)، با در نظر گرفتن $F_x = 0$ ، $G = 0$ و $F_y = 1$ و همچنین موقعیت نقطه b برابر با 0.82 m ، پاسخ‌های مورد نظر در نقطه لبه طره محاسبه شدند و در نمودارهای نیمه لگاریتمی شکل‌های (۳) و (۴) رسم شدند و با نتایج بدست آمده در مرجع [۱۲] مقایسه شدند. مشاهده شد که انطباق خوبی مابین نتایج وجود دارد. در شکل‌های مذکور محور قائم، محور لگاریتمی می‌باشد.



شکل (۳): تغییر مکان انتقالی خمشی دینامیکی تیر طره جدارنازک در نوک آن به ازای فرکانس‌های مختلف بار اعمالی (در این نمودار خط پر، نشان دهنده نتایج حاصل از فرمول‌بندی این مقاله و خط چین، نشان دهنده نتایج مرجع [۱۲] می‌باشد).



شکل (۴): تغییر مکان پیچشی دینامیکی تیر طره جدارنازک در نوک آن به ازای فرکانس‌های مختلف بار اعمالی (در این نمودار خط پر، نشان دهنده نتایج حاصل از فرمول‌بندی این مقاله و خط چین، نشان دهنده نتایج مرجع [۱۲] می‌باشد).

۴. نتیجه‌گیری

تعیین پاسخ تحلیلی تیر جدارنازک سه بعدی با مقطع نامتقارن به بارهای دینامیکی معین، به عنوان یک مساله بسیار پیچیده مطرح بوده است. دلیل پیچیدگی مساله به نامتقارن بودن مقطع تیر برمی‌گردد که منجر به وابستگی مودهای خمشی و پیچشی می‌شود. با استفاده از روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق در ترکیب با روش آنالیز مودال می‌توان بر این پیچیدگی مساله غلبه کرد. در این فصل ابتدا با استفاده از روش ماتریس سختی دینامیکی دقیق فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی تیر مورد نظر استخراج شده است، سپس با استفاده از معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد عضو تیری مورد نظر، رابطه خاصیت تعامل مودی استخراج شده و در نهایت با استفاده از روش آنالیز مودال روابط مربوط به پاسخ تحلیلی تیر به بار دینامیکی معین دلخواه بدست آمده است. در ادامه دو حالت خاص بار دینامیکی ثابت و بار دینامیکی هارمونیک در نظر گرفته شده و از روابط پاسخ تحلیلی عمومی برای تعیین پاسخ به این دو حالت خاص استفاده شده است. سرانجام نتایج عددی با حل دو مثال آورده شده است.



۵. مراجع

1. Eringen A. C. (1957), "Response of beams and plates to random loads", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics, **24**, pp 46-52.
2. Samuels J. C. and Eringen A. C. (1958), "Response of a simply supported Timoshenko beam to a purely random Gaussian process", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics, **25**, pp 496-500.
3. Bogdanoff J. L. and Goldberg J. E. (1960), "On the Bernoulli-Euler beam theory with random excitation", Journal of Aerospace Science, **27**, pp 371-376.
4. Crandall S. H. and Yildiz A. (1962), "Random vibration of beams", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics, **29**, pp 267-275.
5. Crandall S. H. and Zhu W. Q. (1983), "Random vibration: a survey of recent developments", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, **50**, pp 953-962.
6. Elishakoff I. and Livshits D. (1984), "Some closed form solutions in random vibration of Bernoulli-Euler beams", International Journal of Engineering Science, **22**, pp 1291-1302.
7. Banerjee J. R. and Kennedy D. (1985), "Response of an axially loaded Timoshenko beam to random loads", Journal of Sound and Vibration, **101**, pp 481-487.
8. Elishakoff I. and Livshits D. (1989), "Some closed form solutions in random vibration of Bresse-Timoshenko beams", Probabilistic Engineering Mechanics **4**, pp 49-54.
9. Chang T. P. (1994), "Deterministic and random vibration of an axially loaded Timoshenko beam resting on an elastic foundation", Journal of Sound and Vibration, **178**, pp 55-66.
10. Eslimy-Isfahany S.H.R., Banerjee, J.R. and Sobey, A.J. (1996), "Response of a bending-torsion coupled beam to deterministic and random loads", Journal of Sound and Vibration, **195**, pp 267-283.
11. Eslimy-Isfahany, S. H. R. and Banerjee, J.R. (1996), "Dynamic response of an axially loaded bending-torsion coupled beam", Journal of Aircraft, **33**(3), pp 601-607.
12. Jun L., Hongxing H., Rongying S. and Xianding J. (2004), "Dynamic response of axially loaded monosymmetrical thin-walled Bernoulli-Euler beams", Thin-Walled Structures, **42**(12), pp 1689-1707.
13. Jun L., Rongying S., Hongxing H. and Xianding J. (2004), "Response of monosymmetric thin-walled Timoshenko beams to random excitations", International Journal of Solids and Structures, **41**, pp 6023-6040.
14. Jun L., Hongxing H., Rongying S. and Xianding J. (2004), "Stochastic vibration of axially loaded monosymmetric Timoshenko thin-walled beam", Journal of Sound and Vibration, **274**(3-5), pp 915-938.
15. Banerjee J. R. (1997), "Dynamic stiffness formulation for structural elements: A general approach", Computers & Structures, **63**(1), pp 101-103.
16. Chopra Anil K. (1995), "Dynamics of structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentice-Hall.

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله