

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی

مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها

اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله

آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله



آنالیز ارتعاش خمشی تیر ساندویچی سه لایه خمیده به روش ماتریس سختی دینامیکی

دانیال درست‌قول^۱، عبدالرضا زارع^{۲*}، علی‌پور^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه یاسوج، ddorostghoal@yahoo.com

۲- استادیار دانشگاه یاسوج، zare@yu.ac.ir

۳- استادیار دانشگاه یاسوج، aalipourm@yu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش یک ماتریس سختی دینامیکی دقیق (اجزای محدود دقیق)، که به توصیف حرکت خمشی یک تیر ساندویچی سه لایه خمیده می‌پردازد، از طریق حل دقیق معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت بدست آمده است. رویه -ها از فرضیات برنولی پیروی می‌کنند و هسته فقط برش تحمل می‌کند. در این روش جرم و سختی در اجزای تیر به طور یکنواخت در نظر گرفته شده و برای بدست آوردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت از اصل انرژی پتانسیل مینیمم استفاده شده است. این روش منجر به یک مسئله مقدار مشخصه غیرجبری می‌شود که برای حل آن الگوریتم ویتریک-ویلیامز بکار گرفته شده است. با استفاده از این الگوریتم هر تعداد فرکانس با هر دقتی قابل محاسبه می‌باشد. دقت این روش از طریق مقایسه با نتایج منتشر شده سایر محققین مورد بررسی قرار گرفته و کاربرد آن با انجام یک مثال نشان داده شد.

واژه‌های کلیدی: ارتعاش خمشی، تیر ساندویچی سه لایه خمیده، روش ماتریس سختی دینامیکی، الگوریتم ویتریک-ویلیامز

۱- مقدمه

تیرهای ساندویچی خمیده از جمله سازه‌های ساندویچی هستند که از دو رویه نازک مجزا از هم که یک لایه ضخیم مرکزی (هسته)، متشکل از مواد سبک، را فرا گرفته ساخته شده است [۱]. تیرهای ساندویچی از مقاومت بالایی برخوردارند از این رو شناخت فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی تیرهای ساندویچی خمیده به منظور درک مقاومتشان در برابر خستگی‌ها بسیار ضروری می‌باشد [۲] به طوریکه طی دهه‌های اخیر توجه محققان زیادی را به خود جلب نموده است. اکثر مطالعات انجام شده در خصوص آنالیز ارتعاش آزاد تیرهای ساندویچی از روش‌های مرسوم اجزای محدود بهره برده‌اند. با این حال، در سال‌های اخیر مطالعاتی با استفاده از روش سختی دینامیکی انجام شده است. استفاده از روش سختی دینامیکی در مقایسه با سایر روش‌ها از مزایایی برخوردار می‌باشد؛ بعنوان مثال برای یک المان سازه‌ای واحد با استفاده از روش سختی دینامیکی می‌توان هر تعداد فرکانس طبیعی را با هر دقتی مورد محاسبه قرار داد. این مساله در روش اجزای محدود و سایر روش‌های تقریبی غیرممکن می‌باشد [۳]. اغلب از روش سختی دینامیکی بعنوان یک روش دقیق آنالیز یاد می‌کنند، چراکه این روش بر پایه توابع شکل دقیق که از طریق حل معادلات دیفرانسیل المان‌ها بدست آمده پایه ریزی شده است. این روش در مقایسه با سایر روش‌های تجربی از جمله روش اجزای محدود از دقت بهتری برخوردار است چراکه روش ماتریس سختی دینامیکی مستقل از تعداد المان‌های بکار رفته در آنالیز عمل می‌کند. سودمندی این روش

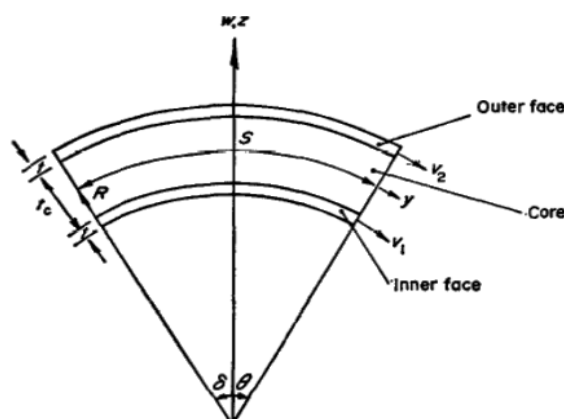


هنگامی که فرکانس‌های بالا مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نتایج دقیق تری مدنظر می‌باشد بخوبی آشکار است. در روش سختی ماتریس سختی دینامیکی برای محاسبه ماتریس سختی یک المان در یک فرکانس معین دو ویژگی جرم و سختی مدنظر قرار می‌گیرد [۵ و ۴]. طی دهه‌های اخیر محققان با بهره‌گیری از معادلات دیفرانسیل پایه حاکم بر حرکت، ماتریس سختی دینامیکی را برای انواع مختلفی از المان‌های تیر ارائه کرده [۶] و آنها را جهت آنالیز ارتعاش آزاد سازه‌های فضایی [۷]، آنالیز ارتعاش خمشی-پیچشی تیرهای کامپوزیتی [۸] و نیز آنالیز لرزشی بال‌های هواپیماها [۹] مورد استفاده قرار دادند.

بنابراین، از آنجا که فرکانس‌های طبیعی موضوع ویژه و مهمی در طراحی و استفاده از سازه‌های ساندویچی است و با توجه به مزایایی که برای روش سختی دینامیکی در نظر گرفته می‌شود مطالعه حاضر به آنالیز دقیق ارتعاش آزاد تیرهای ساندویچی سه لایه خمیده با بهره‌گیری از روش سختی دینامیکی پرداخته و صحت و کارایی این روش با سایر روش‌های مطالعاتی مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۲- تئوری

در شکل (۱) مدل مورد مطالعه نشان داده شده است که شامل دو رویه نازک با ضخامت یکسان و یک لایه مرکزی ضخیم (هسته) می‌باشد.



شکل ۱ [۲]

در شکل بالا v_1 و v_2 به ترتیب جابجایی رویه‌های داخلی و خارجی در جهت محیطی (محور v)؛ w جابجایی هر سه لایه در جهت شعاعی؛ t_c ضخامت هسته و t ضخامت رویه‌ها می‌باشد.

روابط کرنش-جابجایی در این پژوهش بصورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\varepsilon_{y1} = \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{w}{R} - Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{y2} = \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{w}{R} - Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{yc} = \frac{\varepsilon_{yz}}{1 + \frac{Z}{R}} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{t_c} \left[t_2 v_2 - t_1 v_1 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (4)$$



$$t_1 = I + \frac{t_c}{2R} \quad (5)$$

$$t_2 = I - \frac{t_c}{2R} \quad (6)$$

$$h = t + t_c \quad (7)$$

که در این روابط ε_{y1} ، ε_{y2} و ε_{yc} به ترتیب کرنش کلی رویه‌های داخلی، خارجی و هسته؛ Z فاصله قائم از صفحه میانی هر لایه و R شعاع ثابت که از صفحه میانی هسته در نظر گرفته شده، می‌باشند. با توجه به این که در این پژوهش ارتعاش خمشی مورد بررسی قرار گرفته و همچنین با توجه به یکسان بودن رویه‌ها؛

$$v_1 = -v_2 = -v \quad (8)$$

۳- معادلات حرکت

معادله‌ی حرکت حاکم بر ارتعاش آزاد تیر ساندویچی سه لایه خمیده را از روش‌های مختلفی می‌توان به دست آورد که یکی از این روش‌ها، اصل انرژی پتانسیل مینیمم می‌باشد. بر اساس این اصل انرژی پتانسیل کلی برای تغییرات کوچک دلخواه در جابجایی‌های v و w ، مقدار ثابتی دارد. فرمول کلی اصل انرژی پتانسیل مینیمم بصورت زیر است:

$$\varphi = U - T \quad (9)$$

در اینجا U ماکزیمم انرژی کرنشی و T ماکزیمم انرژی جنبشی تیر ساندویچی خمیده می‌باشد. با جایگذاری مقادیر آنها

در رابطه (۹) و استفاده از اصل همپلتون و روابط اولر-لاگرانژ معادلات حرکت و شرایط مرزی به صورت زیر حاصل شد:

$$\begin{cases} b(4\alpha_2^2 v + 2h\alpha_2^2 w' - \alpha_1^2 v'' + \beta\ddot{v}) = 0 \\ b\left(\frac{\alpha_1^2}{R^2} w - \alpha_2^2 h^2 w'' - 2h\alpha_2^2 v' + \gamma\ddot{w} + \alpha_3^2 w'''\right) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} b\alpha_3^2 w'' = 0 = m \\ b(\alpha_3^2 w''' - \alpha_2^2 h^2 w' - 2\alpha_2^2 hv) = 0 = q \\ b\alpha_1^2 v' = 0 = n \end{cases} \quad (11)$$

در این روابط؛

$$\alpha_1 = \sqrt{2Et} \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\left(\frac{I}{t_c} + \frac{t_c}{4R^2}\right)G_c} \quad (13)$$

$$\alpha_3 = \sqrt{\frac{Et^3}{6}} \quad (14)$$

$$\beta = 2t\rho_f + \frac{I}{3}t_c\rho_c \quad (15)$$

$$\gamma = 2t\rho_f + t_c\rho_c \quad (16)$$

در روابط بالا b عرض تیر؛ E مدول الاستیسیته رویه‌ها؛ G_c مدول برشی هسته؛ m و q و n به ترتیب لنگر خمشی، نیروی برشی و نیروی محوری و ρ_f و ρ_c به ترتیب جرم بر واحد حجم رویه‌ها و هسته می‌باشند. در ادامه با اعمال اثر هارمونیک با استفاده از رابطه (۱۷) ترم‌های وابسته به زمان به ω ، فرکانس چرخشی، ارتباط داده شد و معادلات حرکت و شرایط مرزی به شکل معادلات (۱۸) و (۱۹) در آمد.



$$f(y,t) = F(y)e^{i\omega t} \quad (17)$$

$$\begin{cases} b \left(-\frac{2h\alpha_2^2}{\alpha_1^2} W' + \frac{I}{\alpha_1^2} (\omega^2 \beta - 4\alpha_2^2) V + V'' \right) = 0 \\ b \left(\frac{I}{\alpha_3^2} \left(\frac{\alpha_1^2}{R^2} - \omega^2 \gamma \right) W - \frac{h^2 \alpha_2^2}{\alpha_3^2} W'' + W''' - \frac{2h\alpha_2^2}{\alpha_3^2} V' \right) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} b\alpha_3^2 W'' = M \\ b(\gamma_3^2 W''' - \alpha_2^2 h^2 W' - 2\alpha_2^2 h V) = Q \\ b\alpha_1^2 V' = N \end{cases} \quad (19)$$

معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت حاصل از معادلات (۱۸) به صورت معادله (۲۰) می‌باشد.

$$b^2 [D^6 + C_1 D^4 + C_2 D^2 + C_3] U = 0 \quad (20)$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{I}{\alpha_1^2} (\omega^2 \beta - 4\alpha_2^2) - \frac{h^2 \alpha_2^2}{\alpha_3^2} \\ C_2 = \frac{I}{\alpha_3^2} \left(\frac{\alpha_1^2}{R^2} - \omega^2 \gamma \right) - \frac{h^2 \alpha_2^2 \omega^2 \beta}{\alpha_1^2 \alpha_3^2} \\ C_3 = \frac{I}{\alpha_1^2 \alpha_3^2} (\omega^2 \beta - 4\alpha_2^2) \left(\frac{\alpha_1^2}{R^2} - \omega^2 \gamma \right) \end{cases} \quad (21)$$

که در روابط بالا b عرض تیر؛ U معرف جابجایی‌های گره‌ای و نیروهای متناظر با آنها و $D = \frac{d}{dy}$

۴- حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت

به منظور حل معادله دیفرانسیل حرکت برای جابجایی‌های متغیر هارمونیک، U به صورت زیر فرض شده است؛

$$U = \sum_{j=1}^6 H_{ij} C_j \zeta_j^y ; \quad \zeta_j = e^{\eta_j y} ; \quad 0 < y < s \quad (22)$$

C_j ها ضرائب ثابت و η_j ها ریشه‌های معادله مشخصه بدست آمده از معادله (۲۰) می‌باشند. مرسوم است که H_{1j} برابر ۱ فرض شود و پس از جاگزینی مقادیر U در رابطه (۲۲) سایر H_{ij} ها به صورت زیر بدست آورده شد؛

$$H_{1j} = 1 ; \quad H_{2j} = \eta_j ; \quad H_{3j} = \frac{2h\alpha_2^2 \eta_j}{\alpha_1^2 \left(\eta_j^2 + \frac{I}{\alpha_1^2} (\omega^2 \beta - 4\alpha_2^2) \right)} \quad (23)$$

$$H_{4j} = b(\alpha_3^2 \eta_j^3 - \alpha_2^2 h^2 \eta_j - 2h\alpha_2^2 H_{3j}) ; \quad H_{5j} = b\alpha_3^2 \eta_j^2 ; \quad H_{6j} = b\alpha_1^2 H_{3j} \eta_j$$



۵- محاسبه ماتریس سختی دینامیکی

تمام روابطی که تاکنون بدست آمده بر اساس روابط نیرو و تغییر مکان در دستگاه مختصات محلی بوده است. برای بدست آوردن ماتریس سختی دینامیکی نیاز لازم است که تمام نیروها و جابجایی‌های گره‌ای در سیستم مختصات عضو باشند. بنابراین نیروها و جابجایی‌های گره‌ای رابه دستگاه مختصات عضو انتقال داده شد. ماتریس سختی دینامیکی نیروها را به جابجایی‌ها، در دو انتهای یک عضو، از طریق رابطه‌ی زیر مرتبط می‌سازد:

$$p = k.d \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) p بردار نیروهای گره‌ای؛ d بردار جابجایی‌های گره‌ای و k یک ماتریس سختی دینامیکی 6×6 می‌باشد. از رابطه (۲۲) نتیجه می‌شود که مولفه‌های بردارهای p و d از طریق ماتریس‌های S و S^* با بردار C به صورت زیر رابطه دارند؛

$$d = S.C \quad ; \quad p = S^*.C \quad (25)$$

در روابط (۲۵) s_{ij} و s_{ij}^* به ترتیب درایه‌های ماتریس‌های S و S^* ؛ بصورت زیر بدست آمده‌اند؛

$$\begin{aligned} s_{1j} &= H_{1j} \quad ; \quad s_{2j} = H_{2j} \quad ; \quad s_{3j} = H_{3j} \\ s_{4j} &= H_{1j}\chi_j \quad ; \quad s_{5j} = H_{2j}\chi_j \quad ; \quad s_{6j} = H_{3j}\chi_j \\ s_{1j}^* &= -H_{4j} \quad ; \quad s_{2j}^* = H_{5j} \quad ; \quad s_{3j}^* = -H_{6j} \\ s_{4j}^* &= H_{4j}\chi_j \quad ; \quad s_{5j}^* = -H_{5j}\chi_j \quad ; \quad s_{6j}^* = H_{6j}\chi_j \\ \chi_j &= e^{n_j L} \quad (j=1,2,\dots,6) \end{aligned} \quad (26)$$

پس از آن ماتریس سختی دینامیکی از طریق جایگزینی روابط (۲۵) در رابطه (۲۴) به صورت زیر به دست آورده شد؛

$$k = S^*.S^{-1} \quad (27)$$

حال، ماتریس سختی دینامیکی کل سازه از ترکیب ماتریس‌های همه‌ی المان‌ها، به روش معمول (شبه اجزاء محدود) بدست می‌آید.

۶- همگرایی به فرکانس‌های طبیعی

بعد از بدست آوردن ماتریس سختی دینامیکی کل سازه، K ، از طریق حل معادله زیر می‌توانیم فرکانس‌های طبیعی مورد نیاز را بدست آوریم:

$$KD = 0 \quad (28)$$

برای محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی تیر ساندویچی سه لایه خمیده نمی‌توان از روش $|K|=0$ استفاده کرد چون ممکن است بعضی از فرکانس‌ها مربوط به صفر شدن جابجایی‌ها ($D=0$) باشد. برای این منظور از الگوریتم ویتریک ویلیامز استفاده شده است. این الگوریتم توانایی دارد هر تعداد فرکانس طبیعی کوچکتر از یک فرکانس آزمایشی را محاسبه کند. الگوریتم بصورت زیر است:

$$J = J_0 + s\{K\} \quad (29)$$

در اینجا J تعداد فرکانس‌های طبیعی سازه است که از فرکانس آزمایشی ω^* کوچکتر هستند. J_0 بیانگر تعداد فرکانس‌های طبیعی است که از فرکانس ω^* کوچکترند به شرطی که ω نکیه‌گاه به گونه‌ای اعمال شود که همه‌ی جابجایی‌های گره‌ای صفر شوند. $s\{K\}$ برابر است با تعداد درایه‌های منفی روی قطر اصلی ماتریس بالا مثلثی که از طریق اعمال عملیات حذفی گوس (بدون جابجایی سطرها) بر روی ماتریس K وقتی $\omega = \omega^*$ است، بدست آمده باشد.



۱-۶- نتایج عددی

در این بخش چهار مثال برای تایید روش و نشان دادن دامنه کاربرد آن آورده شده است. سه مثال نخست نتایج بدست آمده توسط تعدادی از محققین را به ترتیب برای تیرساندویچی با تکیه‌گاه ساده، طره و دو سرگیردار با نتایج پژوهش حاضر مقایسه می‌کند. مثال آخر هم نتایج این پژوهش را برای قابی که از یک تیر مستقیم و یک تیر خمیده تشکیل شده است و محاسبه فرکانس‌های آن از روش‌های دیگر امکان‌پذیر نیست، نشان می‌دهد.

۱-۶-۱-۱-مثال ۱

در این مثال یک تیر ساندویچی سه لایه خمیده دو سر ساده با رویه‌های مشابه و عرض واحد مورد بررسی قرار گرفته است. این تیر به طور گسترده توسط محققین جهت مقایسه نتایج استفاده شده است. خصوصیات هندسی و مصالح این تیر ساندویچی خمیده به صورت زیر است:

$$t=0.0004572 \text{ m} ; t_c=0.0127 \text{ m} ; R=4.2672 \text{ m} ; G_c=82.68 \text{ Mpa} ; E=68.9 \text{ Gpa} ;$$

$$\rho_c = 32.8 \text{ kg/m}^3 ; \rho_f = 2680 \text{ kg/m}^3 ; L=0.7112 \text{ m}$$

جدول ۱: مقایسه نتایج برای پنج فرکانس طبیعی اول (Hz) برای تیر ساندویچی خمیده دو سر ساده

شماره مود	Hashemi & Adique [1] DFE (۲۰ المان)	Hashemi & Adique [1] DFE (۴۰ المان)	پژوهش حاضر	Ahmed [2] (۷ المان)	Ahmed [2] (۱۰ المان)
۱	۱۹۹/۶۰۲	۱۹۸/۹۶	۱۹۸/۳۴۷۱	۱۹۹/۵	۱۹۹/۵
۲	۳۹۸/۴۰۱	۳۹۳/۷۶۹	۳۹۲/۲۸۵۰	۳۹۴	۳۹۴
۳	۷۵۵/۸۸۴	۷۴۵/۳۷۷	۷۴۲/۲۵۴۸	۷۴۷	۷۴۶
۴	۱۱۹۰/۹۰۴	۱۱۷۳/۵۸۴	۱۱۶۸/۳۶۶۲	۱۱۷۶	۱۱۷۵
۵	۱۶۶۱/۴۴۹	۱۶۳۶/۷۸۳	۱۶۲۹/۱۴۰۱	۱۶۴۲	۱۶۳۹

۲-۱-۶-۲-مثال ۲

همان تیر مثال (۱) این بار با شرایط مرزی تیر طره مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج برای پنج فرکانس اول در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲: مقایسه نتایج برای پنج فرکانس طبیعی اول (Hz) برای تیر ساندویچی خمیده طره

شماره مود	Hashemi & Adique [1] DFE (۲۰ المان)	Hashemi & Adique [1] DFE (۴۰ المان)	پژوهش حاضر	Ahmed [2] (۷ المان)	Ahmed [2] (۱۰ المان)
۱	۱۷۹/۰۹۱	۱۷۸/۶۳۱	۱۷۸/۱۲۳۱	۱۷۹	۱۷۹
۲	۲۶۷/۳۳۶	۲۶۵/۶۶۴	۲۶۴/۷۴۸۶	۲۶۶	۲۶۶
۳	۵۴۹/۶۷۸	۵۴۲/۸۱۵	۵۴۰/۶۰۲	۵۴۷	۵۴۶
۴	۹۳۹/۷۷۷	۹۲۶/۲۸۹	۹۲۲/۲۲۷۸	۹۳۸	۹۳۴
۵	۱۳۸۴/۷۰۲	۱۳۶۴/۲۳۱	۱۳۵۷/۹۷۲۹	۱۳۸۸	۱۳۷۹



در این مثال تیر مثال (۱) با در نظر گرفتن شرایط مرزی دوسرگیردار مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج برای پنج فرکانس اول در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول ۳: مقایسه نتایج برای پنج فرکانس طبیعی اول (Hz) برای تیر ساندویچی خمیده دو سر گیردار

شماره مود	Hashemi & Adique [1] DFE (۲۰ المان)	Hashemi & Adique [1] DFE (۴۰ المان)	پژوهش حاضر	Ahmed[2] (۷ المان)	Ahmed[2] (۱۰ المان)
۱	۲۶۵/۲۳۴	۲۶۳/۰۹۴	۲۶۲/۱۵۹۷	۲۶۴/۵	۲۶۴/۲
۲	۵۲۴/۷۶۶	۵۱۷/۸۸۲	۵۱۵/۷۲۲	۵۲۴	۵۲۲
۳	۸۸۸/۵۵۱	۸۷۵/۷۹۴	۸۷۱/۸۵۱۷	۸۹۵	۸۸۹
۴	۱۳۰۶/۳۶۳	۱۲۸۶/۸۸۲	۱۲۸۰/۸۶۷۹	۱۳۲۵	۱۳۱۲
۵	۱۷۵۴/۷۹۳	۱۷۲۸/۱۸۵	۱۷۱۹/۸۹۷	۱۷۹۲	۱۷۶۷

در این مثال فرکانس‌های قاب شکل (۲) که از یک تیر مستقیم و یک تیر خمیده تشکیل شده است محاسبه شده و نتایج برای ده فرکانس اول در جدول (۴) نشان داده شده است. خصوصیات هندسی و مصالح این قاب به صورت زیر است. λ زاویه تیر خمیده با خط افق می‌باشد.

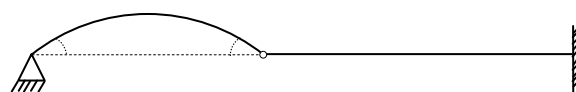
ویژگی‌های مصالح و هندسی تیر مستقیم؛

$$t=0.0004572 \text{ m} ; t_c=0.0127 \text{ m} ; b=0.0254 \text{ m} ; G_c=82.68 \text{ Mpa} ; E=68.9 \text{ Gpa} ;$$

$$\rho_c = 32.8 \text{ kg/m}^3 ; \rho_f = 2680 \text{ kg/m}^3 ; L=0.9144 \text{ m}$$

خصوصیات تیر خمیده به جز در طول و شعاع انحناء، مشابه تیر مستقیم است. این پارامترها برای تیر خمیده به صورت زیر می‌باشند؛

$$R=4.2672 \text{ m} ; L=0.7112 \text{ m} ; \lambda = \frac{L}{2R}$$



شکل ۲: قاب مثال (۴)



جدول ۴: نتایج برای ده فرکانس اول (Hz) قاب مثال ۴

شماره مود	پژوهش حاضر
۱	۵۶/۸۰۶۱
۲	۱۶۴/۳۳۰۶
۳	۱۸۲/۵۱۵۲
۴	۲۲۴/۶۷۵۹
۵	۳۸۴/۵۸۴۶
۶	۳۹۳/۴۷۵۱
۷	۶۴۳/۸۰۸۹
۸	۷۲۲/۹۲۹۹
۹	۹۵۷/۲۱۰۴
۱۰	۱۱۳۴/۱۱۵

۷- بحث و نتیجه‌گیری

نتایج ارائه شده در جداول (۱) تا (۳) مطابقت بسیار نزدیکی بین نتایج پژوهش حاضر و برخی تحقیقات در دسترس را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در روش‌های اجزاء محدود و اجزاء محدود دینامیکی با افزایش تعداد المان‌ها و در نتیجه افزایش دقت فرکانس‌ها کوچک‌تر شده‌اند. به عنوان مثال در جدول (۱) برای تیر دو سر ساده مرجع [۱] برای فرکانس سوم در حالت ۲۰ المان عدد ۷۵۵/۸۸۴ و در حالت ۴۰ المان که دقت افزایش پیدا کرده عدد ۷۴۵/۳۷۷ و مرجع [۲] برای فرکانس سوم در حالت ۷ المان عدد ۷۴۷ و برای ۱۰ المان عدد ۷۴۶ را بدست آورده، در حالی که در پژوهش حاضر برای فرکانس سوم عدد ۷۴۲/۲۵۴۸ بدست آمده است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که کوچک‌تر بودن نتایج این پژوهش دلیلی بر دقیق بودن روش ماتریس سختی دینامیکی می‌باشد. در نهایت، جدول (۴) دامنه کاربرد روش ماتریس سختی دینامیکی را نشان می‌دهد و فرکانس‌های قابی را ارائه داده که از یک تیر خمیده و یک تیر مستقیم تشکیل شده است. محاسبه فرکانس‌ها برای چنین قابی با استفاده از روش‌های دیگر امکان‌پذیر نمی‌باشد.

در روش ماتریس سختی دینامیکی که K از روش دقیق بدست آمده است دترمینان آن در بعضی فرکانس‌های طبیعی بینهایت می‌شود که در نتیجه از روش مرسوم محاسبه فرکانس یعنی برابر صفر قرار دادن دترمینان K ، امکان محاسبه آن فرکانس‌ها وجود ندارد. الگوریتم ویتربیک ویلیامز کاملاً بر این نقص غلبه کرده است.

مراجع

- [1] Hashemi SM, Adique EJ. Free Vibration Analysis of Curved Sandwich Beams: A Dynamic Finite Element, Advances in Vibration Analysis Research By Ebrahimi F, In Tech, 2011.
- [2] Ahmed KM. Free vibration of curved sandwich beams by the method of finite elements. Journal of Sound and Vibration; 18(1): 61-74, 1971.
- [3] Banerjee JR, Cheung CW, Morishima R, Perera M, Njuguna J. Free vibration of a three-layered sandwich beam using the dynamic stiffness method and experiment. International Journal of Solids and Structures; 44(22-23): 7543-7563, 2007.
- [4] Banerjee J R. Dynamic stiffness formulation for structural elements: a general approach. Computers and Structures; 93(1): 101-103, 1997.
- [5] Howson WP, Zare A. Exact dynamic stiffness matrix for flexural vibration of three-layered sandwich beams. Journal of Sound and Vibration; 282(3-5): 753-767, 2005.



- [6] Banerjee JR, Williams FW. An exact dynamic stiffness matrix for coupled extensional-torsional vibration of structural members. *Computers and Structures*; 50(2): 161-166, 1994.
- [7] Banerjee JR, Williams FW. Evaluation of efficiently computed exact vibration characteristics of space platforms assembled from stayed columns. *Journal of Sound and Vibration*; 95(3): 405-414, 1984.
- [8] Banerjee JR, Williams FW. Free Vibration of composite beams-an exact method using symbolic computation. *Journal of Aircraft*; 32(3): 636-642, 1995.
- [9] Banerjee JR. Flutter modes of high aspect ratio tailless aircraft. *Journal of Aircraft*; 25(5): 473-476, 1988.

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی
تربیه آموزشی

مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها
تربیه آموزشی

اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله
تربیه آموزشی

آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله