

SID



سرویس های
ویژه



سرویس ترجمه
تخصصی



کارگاه های
آموزشی



بلاگ
مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری
STES



فیلم های
آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی
بین المللی و
ترند های جستجو

بررسی تاثیر دقت حل عددی شبکه بر روی حل عددی جریان

وحید اصفهانیان^۱، مجید الهیاری^۲، سید جعفر حسینی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، خیابان کارگر شمالی، تهران، ایران

چکیده

از آنجاکه طول‌واره (متریک) و ژاکوبین تبدیل در معادلات حاکم انتقال‌یافته در فضای محاسباتی ظاهر می‌شوند، حل عددی جریان ممکن است تحت تاثیر قرار بگیرد. به همین دلیل در پژوهش حاضر، تاثیر استفاده از روش‌های تفاضل محدود فشرده روی دقت و کیفیت شبکه تولیدشده بررسی می‌شود. علاوه بر این، دقت طول‌واره‌های شبکه تولیدشده با استفاده از روش مرتبه دوم استاندارد با دقت طول‌واره‌های متناظر در شبکه تولیدشده با استفاده از روش فشرده مرتبه چهارم مقایسه می‌گردند. در نهایت هم تاثیر تولید شبکه با دقت‌های مختلف روی حل عددی جریان بررسی می‌شود.

فرمولاسیون

سیستم معادلات تولید شبکه بیضوی در فضای محاسباتی به صورت زیر است:

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2 (P x_{\xi} + Q x_{\eta}) \quad (1)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2 (P y_{\xi} + Q y_{\eta}) \quad (2)$$

که

$$\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \quad (3)$$

$$\beta = x_{\eta} x_{\xi} + y_{\eta} y_{\xi} \quad (4)$$

$$\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad (5)$$

$$J = x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi} \quad (6)$$

به منظور کنترل خواص شبکه در مرزها، فاصله بین خطوط شبکه و جهت آنها، توابع به اصطلاح کنترلی P و Q به کار گرفته می‌شوند.

روش استگر-سورنسون [۹] تابع کنترلی به شکل زیر را پیشنهاد می‌دهد

$$P = P_L e^{-a_L \cdot (\eta - \eta_1)} + P_U e^{-a_U \cdot (\eta_{\max} - \eta)} \quad (7)$$

$$Q = Q_L e^{-b_L \cdot (\eta - \eta_1)} + Q_U e^{-b_U \cdot (\eta_{\max} - \eta)} \quad (8)$$

که a_L ، a_U ، b_L و b_U مقادیر مثبتی هستند.

روش‌های گسسته‌سازی فضایی برای مشتقات مرتبه اول و دوم متفاوت هستند. از آنجا که P و Q ممکن است مقادیر بزرگی داشته باشند، به منظور جلوگیری از ناپایداری‌های عددی، روش فشرده بادسوی زیر [۱۰]، برای مشتقات مرتبه اول مورد استفاده قرار می‌گیرد

$$5f'_{i+1} + 8f'_i - f'_{i-1} = \frac{12(f_{i+1} - f_i)}{h} + o(h^4) \quad \text{If } P \text{ or } Q > 0 \quad (9)$$

$$-f'_{i+1} - 8f'_i + 5f'_{i-1} = \frac{12(f_{i+1} - f_i)}{h} + o(h^4) \quad \text{If } P \text{ or } Q < 0 \quad (10)$$

برای مشتقات مرتبه دوم محاسباتی، روش فشرده مرکزی مرتبه چهارم مورد استفاده قرار گرفته است

$$f''_{i+1} + 10f''_i + f''_{i-1} = \frac{12f_{i+1} - 24f_i + 12f_{i-1}}{h^2} \quad (11)$$

کیفیت شبکه یکی از مهم‌ترین فاکتورهایی است که باید در شبیه‌سازی جریان سیال مورد استفاده قرار گیرد. می‌توان نشان داد که روش‌های تولید شبکه به طور مستقیم بر روی کارایی کلی حل عددی سیستم‌های معادلات تفاضل جزئی تاثیر می‌گذارند. در پژوهش حاضر تاثیر به کارگیری روش‌های فشرده مرتبه بالا به منظور تولید شبکه ساختاریافته روی دقت شبیه‌سازی عددی جریان بررسی می‌شود. برای این منظور سه حالت مختلف بررسی می‌گردد: ۱. تولید شبکه با استفاده از روش مرتبه دوم همراه با شبیه‌سازی عددی جریان با دقت مرتبه دوم، ۲. تولید شبکه با استفاده از روش فشرده مرتبه چهارم همراه با شبیه‌سازی عددی جریان با دقت مرتبه دوم، ۳. تولید شبکه با استفاده از روش فشرده مرتبه چهارم همراه با شبیه‌سازی عددی جریان با دقت مرتبه دوم. تولید شبکه با دقت مرتبه چهارم مقایسه و مطالعه می‌گردد. آنچه از نتایج دریافت می‌شود این است که کیفیت و تعامد خطوط شبکه در روش با دقت مرتبه چهارم، بهبود یافته و نتایج عددی دقیق‌تری را تولید می‌کند. بعلاوه شبکه به روش نگاش هم‌مدیس تولید شده و با شبکه بیضوی مقایسه می‌گردد. نتایج نشان از اختلاف طول‌واره‌های مربوط به این دو روش می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: مرتبه دقت، کیفیت شبکه، روش فشرده، حل عددی جریان، شبکه ساختار یافته

مقدمه

یکی از مهم‌ترین مراحل در دینامیک سیالات محاسباتی تولید یک شبکه در ناحیه‌ای است که جریان سیال وجود دارد. کاملاً واضح است که کیفیت شبکه به طور مستقیم و قابل ملاحظه‌ای روی دقت حل عددی به دست آمده از دستگاه معادلات تفاضلی تاثیرگذار است [۱-۳]. کیفیت شبکه به این معناست که شبکه باید به اندازه کافی یکنواخت و پیوسته و دارای خطوط عمود برهم باشد تا با کاهش خطای قطع، یک فرآیند محاسباتی موفق را تضمین کند [۴].

تولید شبکه محاسباتی نیازمند نگاشت محاسباتی از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی و مدل‌سازی هندسی است. یکی از محبوب‌ترین روش‌های تولید شبکه ساختاریافته حل یک دستگاه معادلات تفاضل جزئی است [۵]. روش‌های رایج استفاده شده برای این منظور، روش‌های بیضوی و هذلولوی [۶] هستند. سیستم‌های بیضوی از تابع کنترلی مناسب که یکنواختی و تعامد خطوط شبکه را به دست می‌دهند، استفاده می‌کنند.

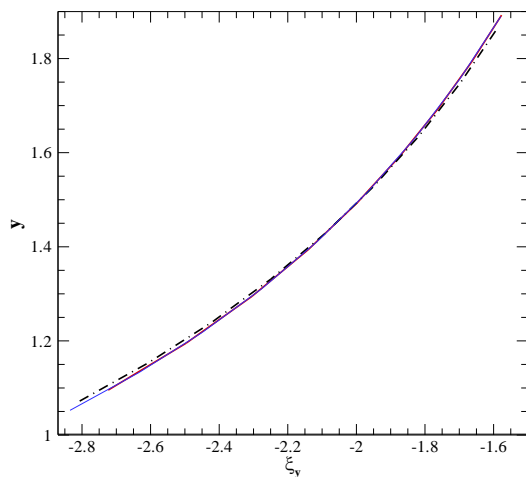
امروزه، روش‌های فشرده مرتبه بالا به طور گسترده‌ای برای حل معادلات حاکم پدیده‌های مختلف در مکانیک سیالات به کار گرفته می‌شوند. در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در جریان‌های آشفتگی و ابرواکوستیک محاسباتی، روش‌های فشرده به دلیل خاصیت تفکیک شبه‌طیفی، اندازه طرحواره کوچک، خطای پراکندگی و پخش پایین و دقت مرتبه بالا بسیار رایج هستند [۷، ۸].

۱- رییس پژوهشکده سوخت، خودرو و محیط زیست دانشگاه تهران

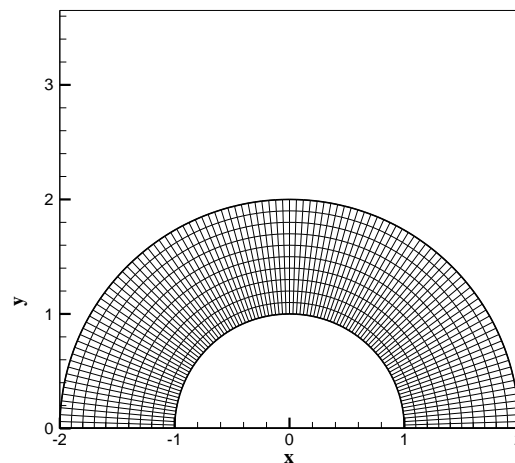
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد

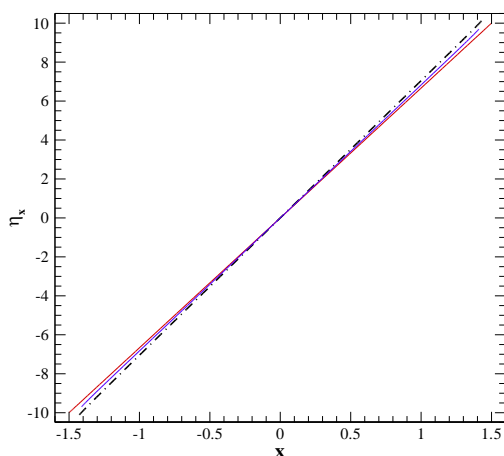
همان طور که مشخص است، یک سیستم معادلات ترکیبی پنج تایی و پنج متغیر مجهول، باید حل گردد



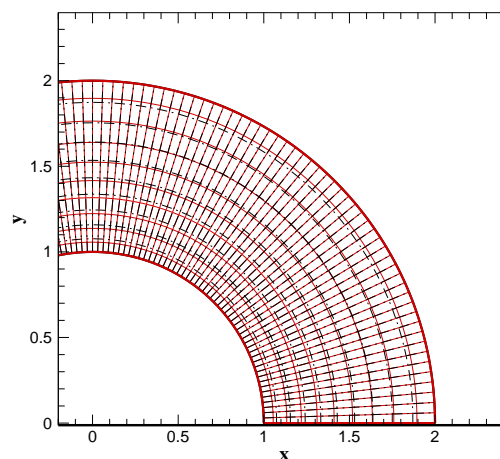
شکل ۳- مقایسه بین طول‌واره ξ_y برای شبکه تحلیلی (خطوط قرمز رنگ)، شبکه مرتبه چهارم (خطوط آبی)، و شبکه مرتبه دوم (خط چمن) در زاویه $\theta = 95^\circ$



شکل ۱- نمایی از شبکه تولیدشده بین دو نیم‌دایره



شکل ۴- مقایسه طول‌واره η_x برای شبکه تحلیلی (خطوط قرمز)، شبکه مرتبه چهارم (خطوط آبی)، شبکه مرتبه دوم (خط چمن) در شعاع $r =$



شکل ۲- مقایسه بین شبکه تولیدشده برای روش تحلیلی (خطوط ممتد) و روش فشرده (خط چمن)

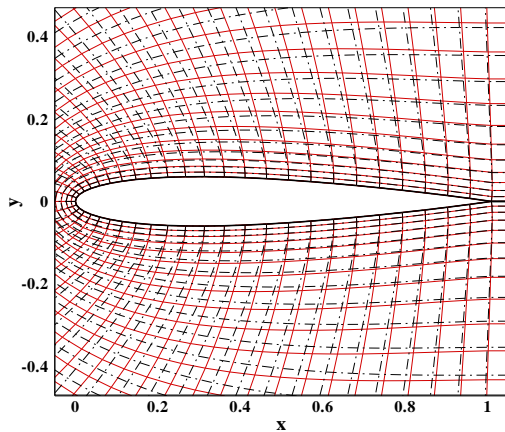
تولید شبکه به روش حل معادلات بیضوی

یک ایده جالب، تولید شبکه به صورت تحلیلی حول یک هندسه مناسب به منظور مقایسه روش‌های فشرده مرتبه چهارم و مرتبه دوم استاندارد است. به همین منظور، همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، یک شبکه تحلیلی در فضای بین دو نیم‌دایره تولید گردیده است. بعلاوه، شکل ۲ شبکه تولیدشده برای روش تحلیلی و روش فشرده مرتبه چهارم را نشان می‌دهد.

در شکل‌های ۳ و ۴ طول‌واره‌های انتقالی برای سه مورد نمایش داده شده است. ۱. تولید شبکه به روش تحلیلی، ۲. تولید شبکه مرتبه دوم و ۳. تولید شبکه به روش فشرده مرتبه چهارم. همان طور که مشخص است نتایج روش فشرده در مقایسه با روش استاندارد مرتبه دوم تطابق بهتری با نتایج روش تحلیلی دارند. در نتیجه می‌توان گفت طول‌واره‌های انتقالی شبکه تولیدشده با استفاده از روش فشرده دقیق‌تر، قابل اعتمادتر و مناسب‌تر از طول‌واره‌های متناظر شبکه مرتبه دوم هستند.

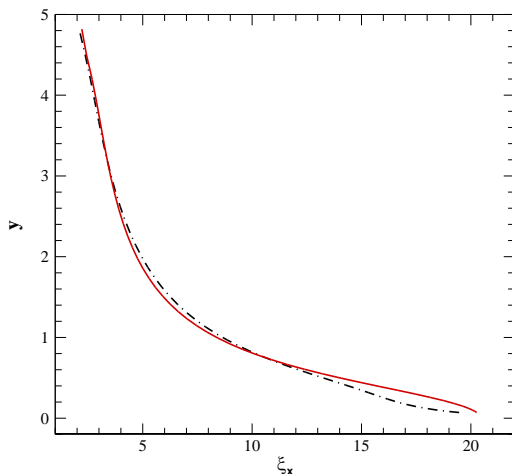
دو فاکتور کلیدی که می‌تواند برای مقایسه شبکه تولیدشده به وسیله روش مرتبه دوم استاندارد و روش مرتبه چهارم فشرده مورد استفاده قرار گیرند، تعامد و فشردگی خطوط شبکه در نزدیکی مرز می‌باشد. برای مثال شکل‌های ۵ و ۶ نشان‌دهنده اختلاف بین شیب خطوط مختصات شبکه‌های تولیدشده به روش بیضوی (مرتبه دوم و مرتبه چهارم) با شبکه تولیدشده به روش تحلیلی در نزدیکی مرز بالا و پایین است. همان طور که مشخص است شیب خطوط مختصات در نزدیک مرزهای شبکه برای روش فشرده مرتبه چهارم اختلاف کمتری با روش تحلیلی دارد، یعنی شرط تعامد بهتر رعایت شده است.

شکل ۷، شبکه تولیدشده در اطراف ایرفویل NACA0012 را نشان می‌دهد. با رجوع به مکانیک سیالات می‌توان دریافت که در نزدیکی سطح ایرفویل، گرادیان‌های بزرگ در لایه مرزی اتفاق می‌افتند. اهمیت دیدن این گرادیان‌ها، انگیزه خوبی است که بتوان فاصله بین خطوط شبکه در نزدیکی سطح ایرفویل را کنترل کرد. شکل ۸ شبکه‌های تولیدشده حول ایرفویل با استفاده از روش استاندارد مرتبه دوم و روش فشرده مرتبه



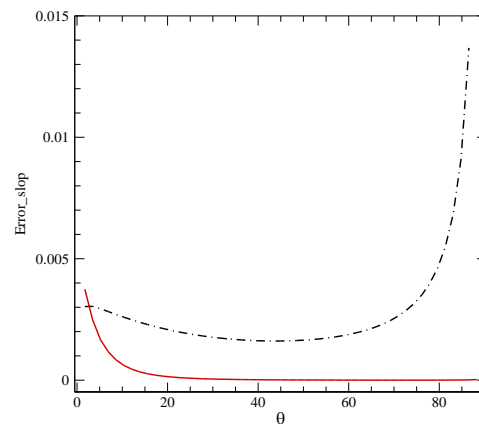
شکل ۸- مقایسه بین شبکه تولیدشده با استفاده از روش مرتبه دوم (خطوط ممتد) و روش مرتبه چهارم (خط چین)

به آسانی قابل دریافت است که تغییرات و مقدار طول‌واره‌های انتقالی در روش تفاضل محدود بسیار مهم و تاثیرگذار هستند. در حقیقت، به علت ظاهر شدن در معادلات حاکم انتقال یافته، آنها روی کل حل عددی تاثیر می‌گذارند. بنابراین، یک مقایسه بین طول‌واره‌های انتقالی برای دو روش مورد نظر انجام شده است. شکل‌های ۹ و ۱۰، به ترتیب ξ_x و ξ_y را نمایش می‌دهند، که در آن اختلاف این طول‌واره‌ها نشان داده شده است. همچنین، شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب مقایسه طول‌واره‌های η_x و η_y برای دو شبکه مورد بررسی را نمایش می‌دهند.

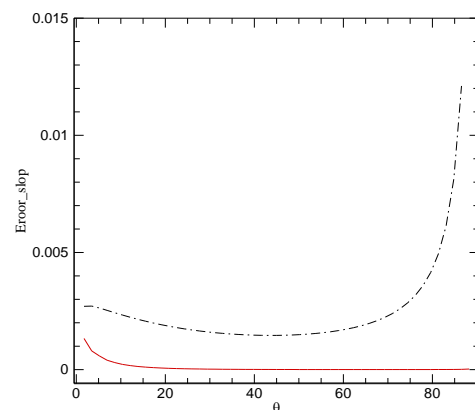


شکل ۹- مقایسه طول‌واره ξ_x برای شبکه مرتبه دوم (خطوط ممتد) و شبکه مرتبه چهارم (خط چین) در $x = 0.5$

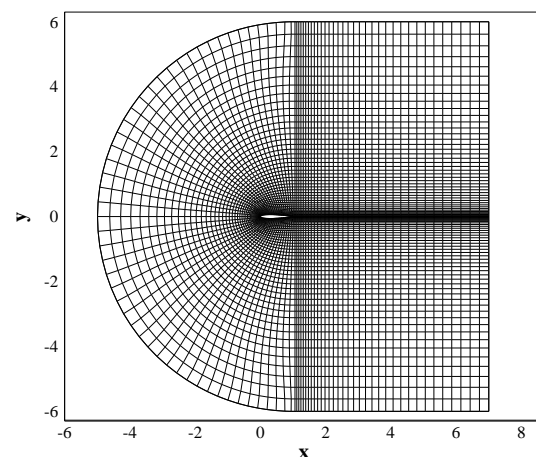
چهارم را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است شرط تعامد خطوط در نزدیکی سطح ایرفویل در روش فشرده نسبت به روش مرتبه دوم بهتر رعایت شده است، در حالیکه فشردگی خطوط مختصات در نزدیکی مرز برای هر دو روش تقریباً یکسان است.



شکل ۵- اختلاف شیب خطوط مختصات بین شبکه تحلیلی با روش‌های مرتبه دوم (خط چین) و فشرده مرتبه چهارم (خطوط ممتد) در نزدیکی مرز پایین

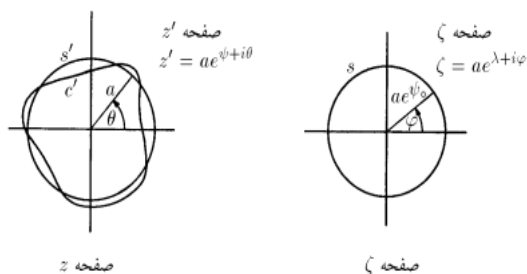


شکل ۶- اختلاف شیب خطوط مختصات بین شبکه تحلیلی با روش‌های مرتبه دوم (خط چین) و فشرده مرتبه چهارم (خطوط ممتد) در نزدیکی مرز بالا



شکل ۷- نمایی از شبکه تولیدشده در اطراف ایرفویل NACA 0012

غیرچرخشی حول ایرفویل دلخواه را از روی جریان حول دایره (استوانه) که معلوم است به دست آورد. صفحات مورد بررسی در نگاشت همدیس شامل صفحه ایرفویل (Z)، صفحه شبه‌دایره (Z') و صفحه دایره مبنا (ζ) هستند (شکل ۱۳).



شکل ۱۳- صفحات نگاشت در روش تئودورسن

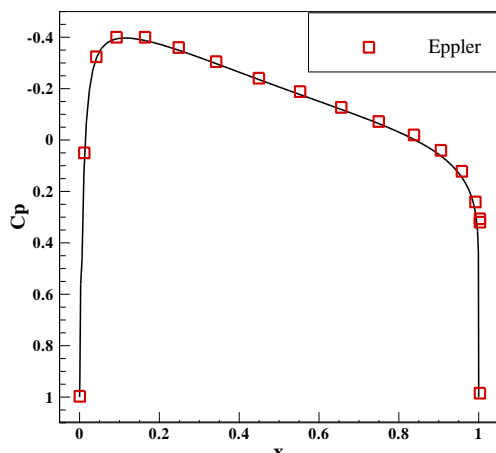
برای تبدیل بین شبه‌دایره و ایرفویل از نگاشت ژاکوفسکی استفاده می‌شود:

$$z = z' + \frac{a^2}{z'} \quad (12)$$

و برای تبدیل بین شبه‌دایره و دایره از نگاشت همدیسی که رابطه آن به صورت زیر است، استفاده می‌کنیم:

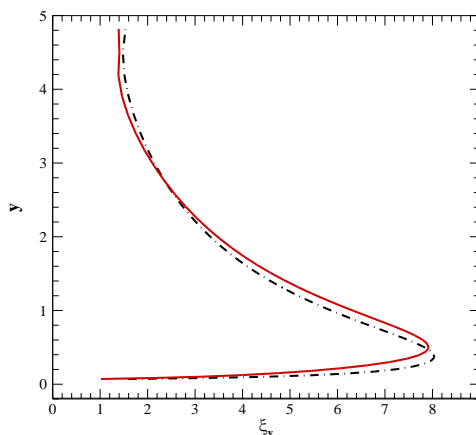
$$z' = \zeta \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n + i B_n}{\zeta^n}\right) \quad (13)$$

پس از به دست آوردن رابطه بین صفحه دایره و صفحه ایرفویل می‌توان تابع پتانسیل مختلط حول ایرفویل را به دست آورد. با معلوم بودن تابع پتانسیل مختلط حول ایرفویل، می‌توان ضریب فشار حول ایرفویل را به دست آورد. شکل ۱۴ نمایی از ضریب فشار حول ایرفویل NACA0012 را نشان می‌دهد که با نتایج [۱۳] Eppler مقایسه شده است.

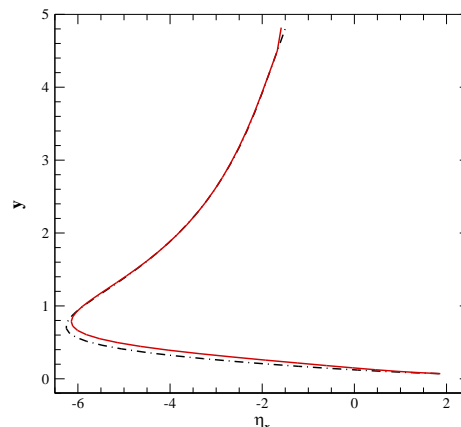


شکل ۱۴- توزیع ضریب فشار روی ایرفویل NACA0012 به روش تئودورسن

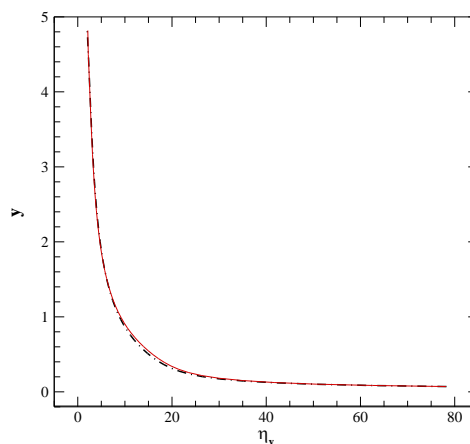
اکنون نوبت تولید شبکه است. برای این منظور باید از دایره به شبه دایره و سپس به ایرفویل برسیم. یعنی یک شبکه کاملاً متعامد حول دایره تولید کنیم و بعد شبکه حول شبه دایره و در نهایت شبکه حول ایرفویل به دست می‌آید. شکل ۱۵ نمایی از شبکه متعامد حول ایرفویل را نشان می‌دهد که



شکل ۱۰: مقایسه طول‌واره ξ_y برای شبکه مرتبه دوم (خطوط ممتد) و شبکه مرتبه چهارم (خط چین) در $x = 0.5$



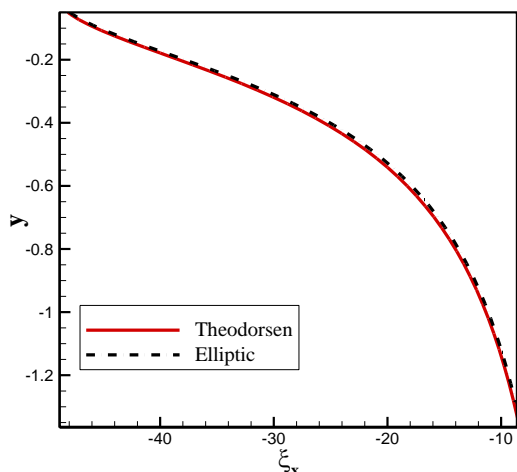
شکل ۱۱- مقایسه بین طول‌واره η_x برای شبکه مرتبه دوم (خطوط ممتد) و شبکه مرتبه چهارم (خط چین) در $x = 0.5$



شکل ۱۲- مقایسه بین طول‌واره η_y برای شبکه مرتبه دوم (خطوط ممتد) و شبکه مرتبه چهارم (خط چین) در $x = 0.5$

تولید شبکه به روش نگاشت همدیس

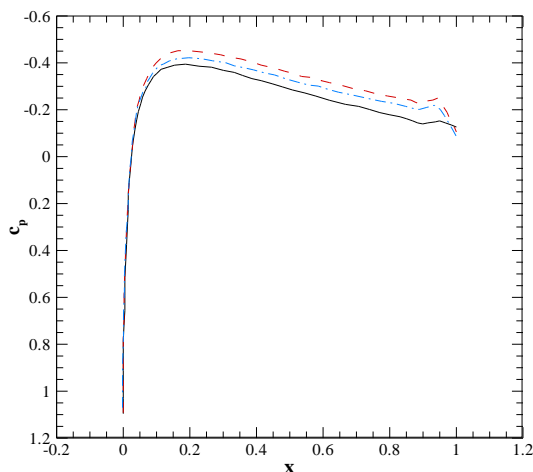
برای تولید شبکه به روش نگاشت همدیس از روش تئودورسن [۱۲، ۱۱] استفاده می‌کنیم. تئودورسن نشان داد که می‌توان جریان تراکم‌ناپذیر



شکل ۱۸- مقایسه بین طول‌واره ξ_x برای شبکه تولیدشده با استفاده از روش تئودورسن (قرمز رنگ) و شبکه مرتبه دوم (خط چین) در $x = 0.7$

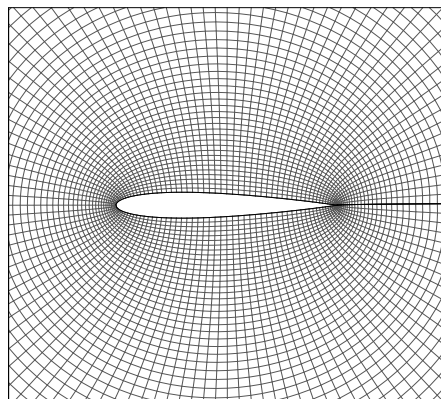
حل عددی جریان

به منظور بررسی تاثیر شبکه روی دقت حل عددی جریان تراکم‌پذیر، معادلات ناویر-استوکس لایه‌نازک به کار گرفته می‌شوند تا جریان تراکم‌پذیر لرج [۱۴] حول ایرفویل NACA0012 را در زاویه حمله صفر شبیه‌سازی کنند. در بررسی حاضر، شرایط جریان آزاد به صورت $Re = 1000$ و $M_\infty = 0.5$ می‌باشد. شکل‌های ۱۹ و ۲۰، به ترتیب توزیع ضریب فشار C_p و ضریب اصطکاک C_f را نشان می‌دهند. شکل ۱۵ نشان می‌دهد که C_p برای حالت‌های سه‌گانه مذکور دارای اختلاف قابل ملاحظه‌ای است. در حالی که توزیع C_f در شکل ۱۶ تقریباً برای حالت‌های مختلف یکسان است.

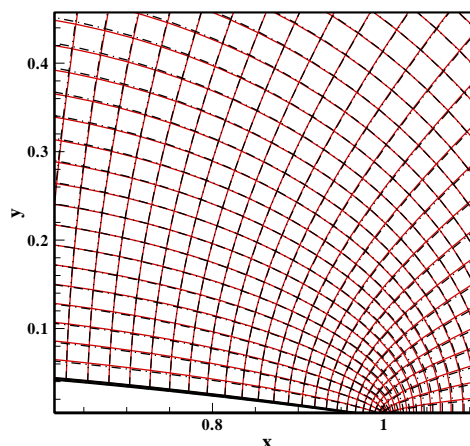


شکل ۱۹- مقایسه بین ضریب فشار C_p برای شبکه مرتبه دوم همراه با حل عددی مرتبه دوم (خطوط ممتد)، شبکه مرتبه چهارم همراه با حل عددی مرتبه دوم (خط-نقطه چین) و شبکه مرتبه چهارم همراه با حل عددی مرتبه چهارم (خط چین)

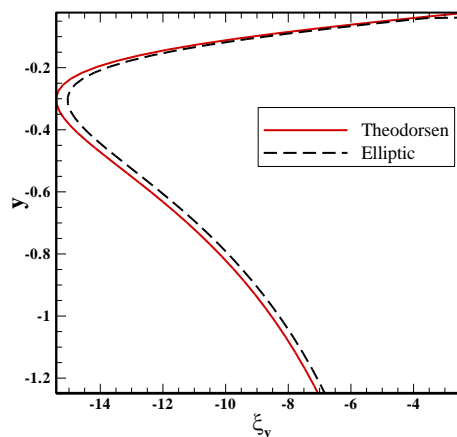
به روش تئودورسن تولید شده‌است. شکل ۱۶ نمایی از دو شبکه تولیدشده به وسیله روش بیضوی و روش تئودورسن را نشان می‌دهد. همچنین شکل‌های ۱۷ و ۱۸ مقایسه طول‌واره‌های دوشبکه موردنظر را نمایش می‌دهند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود طول‌واره‌های شبکه بیضوی با طول‌واره‌های شبکه تولیدی به روش تئودورسن اختلاف محسوسی دارد.



شکل ۱۵- نمایی از شبکه تولیدشده به روش تئودورسن



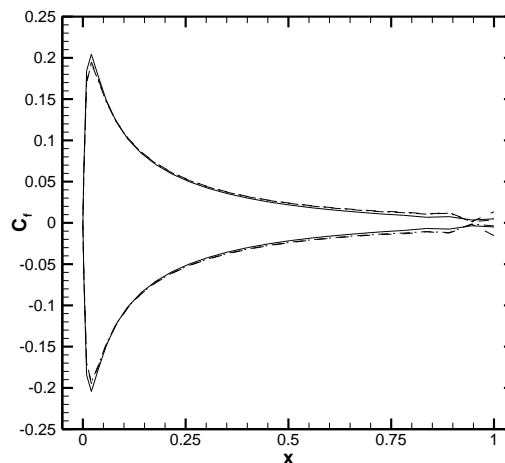
شکل ۱۶- مقایسه بین شبکه تولیدشده با استفاده از روش تئودورسن (خطوط ممتد) و روش مرتبه دوم (خط چین)



شکل ۱۷- مقایسه بین طول‌واره ξ_y برای شبکه تولیدشده با استفاده از روش تئودورسن (قرمز رنگ) و شبکه مرتبه دوم (خط چین) در $x = 0.7$

مراجع

- [1] Soni, B. K. 2000. "Grid generation: Past, present, and future". *Applied Numerical Mathematics*. 32, pp. 361-369.
- [2] Matsuno, K. 1999. "High-order upwind method for hyperbolic grid generation". *Computers & Fluids*, 28, pp. 825-851.
- [3] Katz, A. and Snakaran, V. 2012. "High aspect ratio grid effects on the accuracy of Navier-Stokes solutions on unstructured meshes". *Computers & Fluids*. 65, pp. 66-79.
- [4] Conti, C., Morandi, R. and Spitaleri, R. M. 2005. "On a mixed algebraic approach for generation and optimization of structured grids". *17th IMACS World Congress*.
- [5] Thompson, J. F. 1984. "Grid Generation Techniques in Computational Fluid Dynamics". *AIAA Journal*. Vol. 22, No. 11, pp. 1505-1523.
- [6] Thompson, J. F., Warsi, Z., Mastin, C. W. 1985. "Numerical grid generation, foundation and application". New York: North-Holland.
- [7] Lele S. K. 1992. "Compact finite difference scheme with spectral like resolution". *Journal of Computational Physics*. 103, pp. 16-42.
- [8] Ekaterinaris, J. A. 2005. "High-order accurate low numerical diffusion methods for aerodynamics". *Progress in Aerospace Sciences*.
- [9] Sorenson, S. 1980. "A computer program to generate two-dimensional grids about airfoils and other shapes by the use of poisson's equation". *NASA Technical Memorandum*.
- [10] Tolstykh, A. L. 1994. "High accuracy non-centered compact difference schemes for fluid dynamics applications". *World Scientific, Singapore*.
- [11] Theodorsen, T., 1931. "Theory of Wing Sections of Arbitrary Shape". NACA Rep. No. 411.
- [12] Theodorsen, T. and Garrick, I. E., 1933. "General Potential Theory of arbitrary Wing Sections". NACA Rep. No. 452.
- [13] Eppler, R., Somers, D. M. 1980., "A Computer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Airfoils" NASA TM-80210.
- [14] Pulliam, T. H. 2000. "Solution Methods in computational fluid Dynamics". *NASA Ames Research Center*.



شکل ۲۰- مقایسه بین ضریب اصطکاک C_f برای شبکه مرتبه دوم همراه با حل عددی مرتبه دوم (خطوط ممتد)، شبکه مرتبه چهارم همراه با حل عددی مرتبه دوم (خط-نقطه چین) و شبکه مرتبه چهارم همراه با حل عددی مرتبه چهارم (خط چین)

نتیجه گیری

در کار حاضر به وسیله یک روش فشرده مرتبه چهارم و به منظور دستیابی به خواص مناسب، شبکه ساختاریافته بیضوی تولید شده است. همچنین یک روش تحلیلی به منظور اطمینان از دقت بالای شبکه تولید شده با استفاده از روش فشرده مرتبه چهارم به کار گرفته شده است. مشاهده می گردد که اختلاف بین طول‌واره‌های شبکه مرتبه دوم و شبکه مرتبه چهارم قابل ملاحظه است. بعلاوه از مقایسه نتایج می توان دریافت که دقت حل معادلات بیضوی برای تولید شبکه به طرز قابل ملاحظه‌ای روی حل عددی تاثیر می‌گذارد و شبکه تولید شده با روش مرتبه چهارم نتایج دقیق تر و حل نزدیکتری به حل‌های تحلیلی را به دست می‌دهد. همچنین مشاهده شد که شبکه تولیددی به روش بیضوی اختلاف محسوسی با شبکه تولیدی با روش تئودورسن دارد. این به دلیل این است که روش تئودورسن ی حل تحلیلی به دست می‌دهد و نسبت به روش‌های دیگر دقیق تر است. بنابراین می‌توان گفت که استفاده از روش‌های با دقت مرتبه بالا برای تولید شبکه ساختاریافته، بر روی کل حل عددی جریان تاثیرگذار است و نتایج دقیق‌تری را تولید می‌کند.

تشکر و قدردانی

نگارندگان از پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست دانشگاه تهران به دلیل حمایت‌های بی‌شائبه از این پروژه کمال تشکر و قدردانی را دارند.

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

توجه: بررسی مقاله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

PROPOSAL
پروپوزال

توجه: پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

ISI
Scopus

توجه: آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو