

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله



اولین همایش ملی زهکشی در کشاورزی پایدار
تهران - ۸ اسفندماه ۱۳۹۷



تحلیل عدم قطعیت فرمول تیس در محاسبه ضریب قابلیت انتقال آب زیرزمینی

کامران یوسفی

دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، دانشگاه بوعلی سینای همدان kmvousefi@gmail.com

حسین بانژاد

دانشیار گروه مهندسی آب دانشگاه بوعلی سینای همدان hbancjad@basu.ac.ir

چکیده

داشتن اطلاعات پایه قابل اتکاء در تمام علوم از ضروریات تحلیلیها و مطالعات تخصصی می‌باشد. برآورد مناسب ضریب قابلیت انتقال آب در لایه‌های زیرین خاک از لوازم مطالعات مهندسی آب زیرزمینی است. در این خصوص فرمول تیس سالهاست که در سطح دنیا توسط مهندسان بطور وسیعی مورد استفاده واقع می‌شود. بنابراین درک صحیح مولفه‌های این فرمول از اهمیت به سزایی برخوردار است. در این تحقیق عدم قطعیت فرمول تیس با روش دیفرانسیل‌گیری مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعه موردی بر روی داده‌های دشت ارومیه نشان داد که فرمول تیس با توجه به احتمال وقوع خطا بیشترین حساسیت را نسبت به خطای برآورد دبی آزمایش پمپاژ دارد.

واژه های کلیدی: فرمول تیس، عدم قطعیت، دیفرانسیل، دشت ارومیه

مقدمه

یکی از فرمولهای پرکاربرد در برآورد ضریب قابلیت انتقال آب^۱ در لایه‌های زیرین خاک فرمول تیس^۲ می‌باشد. این فرمول عبارت است از:

$$T = \frac{Q.W(u)}{4\pi s} \quad (1)$$

Transmissibility^۱
Theis^۲

در معادله (۱)، T : ضریب قابلیت انتقال آب (متر مربع در روز)، Q : دبی (متر مکعب در روز)، $W(u)$: تابع چاه (بی بعد)، S : افت سطح آب زیرزمینی (متر) و u به شرح زیر می‌باشد:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (2)$$

در معادله (۲)، r : فاصله‌ای (به متر) که در آن افت سطح آب زیرزمینی مساوی S است، S : ضریب ذخیر (ثابت)، و t : زمان از شروع پمپاژ (ثانیه) می‌باشد.

تابع چاه $W(u)$ را در حالتی که $u < 0.05$ باشد تقریباً میتوان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$W(u) \approx -0.5772 - \ln(u) \quad (3)$$

یا:

$$W(u) \approx \ln\left(\frac{0.56}{u}\right) \quad (4)$$

بنابراین معادله (۱) در این حالت ($u < 0.05$) به شکل زیر قابل نمایش است:

$$T = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{0.56}{u}\right)}{4\pi s} \quad (5)$$

با جایگذاری u از معادله (۲) در معادله (۵) خواهیم داشت:

$$T = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{2.24Tt}{r^2 S}\right)}{12.56s} \quad (6)$$

فراموش نشود که فرمول تیس وقتی قابل استفاده است که:

$$t > \frac{30r_w^2 S}{T} \quad (7)$$

در نامعادله (۷)، r_w : شعاع چاه (متر) می‌باشد.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق برای بررسی میزان حساسیت فرمول تیس نسبت به تغییرات مولفه هایش از روش دیفرانسیل‌گیری توابع استفاده شده است.

اگر در اندازه‌گیری متغیری مقدار آن u_1 بوده، در حالیکه مقدار واقعی آن u باشد، بنا به تعریف $u_1 - u$ را خطای مطلق اندازه‌گیری گویند. از طرفی $\Delta u = u_1 - u$ ، یعنی Δu را می‌توان خطای مطلق دانست. طبق تعریف $\Delta u / u$ را خطای نسبی می‌نامیم. با توجه به اینکه $du \approx \Delta u$ ، بنابراین du را خطای مطلق تقریبی و du / u را خطای نسبی تقریبی می‌خوانند. علت تقریبی بودن به شرح زیر می‌باشد.

طبق تعریف مشتق توابع:

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (8)$$

$$\Rightarrow \varepsilon + y' = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \Delta y = y' \cdot \Delta x + \varepsilon \cdot \Delta x \quad (10)$$

از طرفی طبق تعریف دیفرانسیل توابع داریم:

$$dy = y' \cdot dx \quad (11)$$

همچنانکه دیده میشود در تعریف دیفرانسیل از عبارت $\varepsilon \cdot \Delta x$ (به دلیل کوچکی آن) صرف نظر شده است.

بنابراین برای محاسبه میزان خطای متغیر وابسته می‌توان مشتق آن را نسبت به متغیر مستقل مورد نظر یافته و در میزان خطای متغیر مستقل ضرب نمود.

معادله اخیر را می‌توان بدین صورت نیز نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = y' \quad (12)$$

یعنی خطای نسبی متغیر وابسته نسبت به خطای متغیر مستقل مساوی مقدار مشتق متغیر وابسته نسبت به متغیر مستقل می‌باشد.

اما معادله (۶) نسبت به T بصورت ضمنی می‌باشد. لذا آن را به شکل زیر مینویسیم:

$$T - \frac{Q}{12.56s} \ln\left(\frac{2.24Tt}{r^2S}\right) = 0 \quad (13)$$

حال برای بررسی خطای نسبی T در فرمول تیس نسبت به سایر مولفه‌های فرمول از روش مشتق‌گیری توابع ضمنی استفاده میکنیم.

طبق تعریف، مشتق تابع ضمنی $(F(x,y)=0)$ بصورت زیر است:

$$y'_x = -\frac{F'_x}{F'_y} \quad (14)$$

خطای برآورد T نسبت به خطای برآورد Q :

طبق رابطه (۱۲):

$$\frac{dT}{dQ} = T'_Q \quad (15)$$

$$T'_Q = -\frac{F'_Q}{F'_T} = -\frac{\ln\left(\frac{2.24Tt}{r^2S}\right)}{12.56s} \frac{2.24t}{1 - \frac{Q}{12.56s} \left(\frac{r^2S}{2.24Tt}\right)} \quad (16)$$

$$T'_Q = \frac{T \ln\left(\frac{2.24Tt}{r^2S}\right)}{12.56sT - Q} \quad (17)$$

در معادله اخیر اگر بجای T مخرج، طرف دوم رابطه (۶) و بجای عبارت $\ln\left(\frac{2.24Tt}{r^2S}\right)$ از علامت تابع چاه W(u) یا به اختصار از W استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$T'_Q = \frac{T.W}{Q(W-1)} = \frac{T}{Q} \frac{W}{W-1} \quad (18)$$

با توجه به روابط (۱۵) و (۱۸) داریم:

$$\frac{dT}{dQ} = \frac{T}{Q} \frac{W}{W-1} \quad (19)$$

به عبارت دیگر:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dQ}{Q} \left(\frac{W}{W-1}\right) \quad (20)$$

یعنی خطای نسبی T مساوی است با خطای نسبی Q ضرب در W/(W-1)

خطای برآورد T نسبت به خطای برآورد S:

اگر همان مراحل فوق را این بار برای یافتن خطای نسبی T نسبت به S انجام دهیم:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dS}{S} \left(\frac{-1}{W-1}\right) \quad (21)$$

یعنی خطای نسبی T مساوی است با خطای نسبی S ضرب در -1/(W-1)

مطالعه موردی

تعیین ضریب قابلیت انتقال آب به روش تیس در پیزومتري به مختصات $X_{utm}=506124$ و $Y_{utm}=4179231$ واقع در دشت ارومیه؛ با داده های حاصل از آزمایش پمپاژ با دبی ثابت به شرح زیر:

مقادیر مولفه های فرمول تیس:

$$Q = 30 \text{ lit/s (2592 m}^3\text{/day)}$$

$$W(u) = 7$$

$$s = 2.6 \text{ m}$$

ضریب قابلیت انتقال محاسبه شده توسط فرمول تیس:

$$T = 556 \text{ m}^2\text{/day}$$

نتیجه گیری

همچنانکه در معادله (۶) دیده میشود و با توجه به طبیعت و نوع داده های ورودی احتمال بروز خطا در داده های t ، T و S کمتر از Q و S میباشد. چرا که داده های گروه اول با ابزارهای موجود به سهولت و با دقت بیشتری قابل اندازه گیری هستند. در حالیکه Q و به ویژه S در واقع اندازه گیری نمیشوند بلکه برآورد میگرددند.

برآورد Q به هر حال سهل الوصول تر از S است. اما با توجه به معادلات (۲۰) و (۲۱) خطای برآورد S به میزان بسیار کمتری به T منتقل میشود (با توجه به داده های مطالعه موردی با ضریب $\frac{1}{6}$ یعنی -0.17) اما در همین مطالعه موردی خطای برآورد Q با ضریب $\frac{7}{6}$ (یعنی 1.17) برابر ضریب تاثیر S به T منتقل میگردد. نهایتاً با توجه به استدلالهای ریاضی فوق، معادلات (۲۰) و (۲۱) و داده های یک نمونه آزمایش پمپاژ:

۱- خطای نسبی T با خطای نسبی Q رابطه مستقیم دارد.

۲- هرچه عدد تابع چاه کوچکتر باشد، خطای نسبی در اندازه گیری یا برآورد دبی پمپاژ تاثیر بیشتری در خطای نسبی برآورد ضریب قابلیت انتقال آب خواهد داشت و برعکس.

۳- خطای نسبی T با خطای نسبی S رابطه معکوس دارد.

۴- هرچه عدد تابع چاه بزرگتر باشد، خطای نسبی در برآورد ضریب ذخیره تاثیر کمتری در خطای نسبی برآورد ضریب قابلیت انتقال آب خواهد داشت و برعکس.

منابع

- ۱- پازوش، هرمز، ۱۳۶۹، شناخت آبهای زیرزمینی (ژئوهیدرولوژی)، انتشارات دانشگاه تهران
- ۲- پورکاظمی، محمدحسین، ۱۳۸۶، ریاضیات مهندسی و کاربردهای آن، انتشارات نی
- ۳- تاره مهر، امیر و چهکندی، ابوالفضل، ۱۳۹۲، بررسی موردی تحلیل حساسیت پارامترهای مدل عددی موج دینامیکی، مجموعه مقالات دوازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران
- ۴- شمسایی، ابوالفضل، ۱۳۸۱، هیدرولیک جریان در محیطهای متخلخل، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر
- ۵- محمدولی سامانی، جمال و واعظ تهرانی، مهسا، ۱۳۸۶، عدم قطعیت در برآورد دبی جریان و حساسیت آن به ضریب زبری مانینگ، مجموعه مقالات ششمین کنفرانس هیدرولیک ایران

6.Christos E. P. and Yeung. H=, (2001), "Uncertainty estimation and Monte Carlo simulation method", Flow Measurement and Instrumentation

7.Guganesharajeh, k., Lyons, D. J., Parsons, S. B. and Liyod, B. J., (2006), "Influence of Uncertainties in the Estimation Procedure of Floodwater Level", Journal of Hydraulic Engineering

8.Hall, J. W., Tarantola, S., Bates, P. D. and Horritt, M. S., (2005), "Distributed Sensitivity Analysis of Flood Inundation Model Calibration ", Journal of Hydraulic

Engineering

9. Shamsai, A. (1993), Hydraulics of water flow in porous media, vol, 1. Drainage engineering, Amirkabir university of technology press.

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله