

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



عضویت در خبرنامه



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو



مباحث پیشرفته یادگیری عمیق؛ شبکه های توجه گرافی (Graph Attention Networks)



کارگاه آنلاین مقاله نویسی IEEE و ISI ویژه فنی و مهندسی

## ترمودینامیک گذار مورفولوژیکی در گاز نسبیتی

شهسوار، لیلا<sup>۱</sup>؛ منتخب، افشین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، میدان ارم، شیراز، ۷۱۹۴۶

### چکیده

اخیراً، گذار مورفولوژیکی در توزیع سرعت گاز نسبیتی ارایه شده است که نشانه هایی از یک پدیده بحرانی را نشان می دهد. در اینجا، یک چارچوب کلی ارایه می کنیم که چارچوبی را برای رویکرد ترمودینامیکی به چنین پدیده بحرانی فراهم می کند. از این رو پتانسیل ترمودینامیکی ارایه می کنیم که تحت بسط منجر به نظریه گذار فاز مشابه لاند-گینزبرگ (نظریه میدان- میانگین) می شود. در این چارچوب، همچنین می توانیم نماهای بحرانی را محاسبه و پیدایش "پارامتر نظم" را به عنوان نتیجه ای از قید های نسبیتی توضیح دهیم. روش های عددی که رویکرد ترمودینامیکی ما را تأیید می کنند نیز ارایه شده است. روش ارایه شده درک کلی از چنین گذاری را بیان می کند و نیز منجر به نتایج جدیدی می شود.

## Thermodynamics of a morphological transition in a relativistic gas

Shahsavari, Leila<sup>1</sup>; Montakhab, Afshin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, College of Sciences, Shiraz University, Shiraz, 71946 Iran

### Abstract

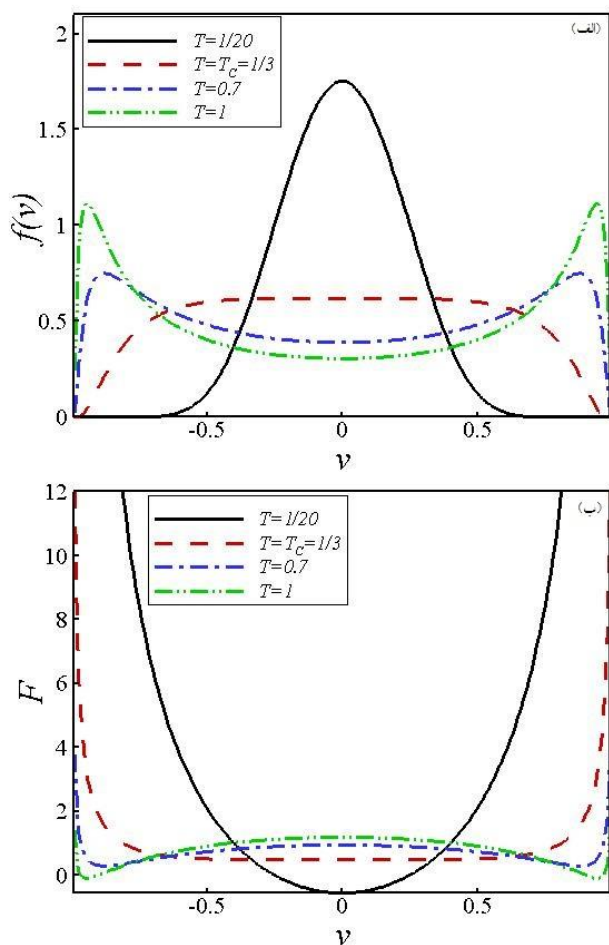
Recently, a morphological transition in the velocity distribution of a relativistic gas has been pointed out which shows hallmarks of a critical phenomenon. Here, we provide a general framework which allows for a thermodynamic approach to such a critical phenomenon. We therefore obtain a thermodynamic potential which upon expansion leads to Ginsburg-Landau-like (mean-field) theory of phase transition. We are therefore able to calculate critical exponents and explain the spontaneous emergence of "order parameter" as a result of relativistic constraints. Numerical solutions which confirm our thermodynamic approach are also provided. Our approach provides a general understanding of such a transition as well as leading to some new results.

PACS No: 03.30.+p, 05.20.-y, 64.60.± i, 05.70.-a

[۶-۲]. اما هنوز یک سوال مهم باقی می ماند: اینکه مقیاس دمایی که تعیین کند که آیا یک گاز نسبیتی است یا کلاسیکی، چیست؟ یک پاسخ ساده ممکن است  $\theta = mc^2/k_B T \approx 1$  باشد که  $\theta \gg 1$  حد کلاسیکی و  $\theta \ll 1$  حد فوق نسبیتی می باشد. اخیراً، پیشنهاد شده است که توزیع جوتنر یک گذار مورفولوژیکی در  $\theta_c = d + 2$  نمایش می دهد که  $d$  بعد فضایی گاز نسبیتی است [۷]. برای  $\theta > \theta_c$  تابع توزیع فرم کلاسیکی و برای  $\theta \leq \theta_c$  فرمی بسیار متفاوت با حد کلاسیکی نمایش می دهد. در

### مقدمه

در سال ۱۹۱۱، جوتنر تعمیم نسبیتی توزیع سرعت ماکسول-بولتزمان را ارایه داد. او از اصل ماکزیمم سازی آنتروپی تحت قید بقای انرژی-ممتوم نسبیتی استفاده کرد تا به تابع توزیع جوتنر برسد [۱]. برای دماهای به اندازه کافی کوچک جایی که سرعت ها نیز کوچک است، توزیع جوتنر به توزیع ماکسول-بولتزمان کلاسیکی ساده می شود در حالی که برای دماهای بالا توزیع جوتنر به عنوان یک توزیع سرعت نسبیتی صحیح شناخته شده است



شکل ۱: (الف) تابع توزیع جوتنر برای  $\mathbf{d} = \mathbf{1}$  و  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  در دماهای  $T = 1/20, 1/3, 0.7, 1$  و (ب) تابع ترمودینامیکی متناظر  $F = -\ln f$

به طور واضح، این فرم یکسانی شبیه تابع لاندا-گینزبرگ دارد:

$$G(\phi, h, T) = g(h, T) + a(T)\phi^2 + b(T)\phi^4 - h\phi \quad (3)$$

که نظریه میدان میانگین گذار فاز بحرانی در دمای داده شده به وسیله  $a(T_c) = 0$ ، در غیاب میدان،  $h$ ، را توصیف می کند. این نتیجه  $T_c = 1/(d + 2)$  را به ما می دهد. شکل ۱ تابع جوتنر و تابع ترمودینامیکی متناظر  $F = -\ln f$  در دماهای گوناگون برای  $d = 1$  نشان می دهد. توجه کنید که گذار مورفولوژیکی متناظر با ظهور مینیمم پایدار جدید در تابع ترمودینامیکی است. مطابقاً، خواص ترمودینامیکی با اصل آنتروپی به دست می آید که پتانسیل ترمودینامیکی را اکستریم می کند، منجر می شود به:

حالی که این دمای گذار پایین تر از حد انتظار است، نتیجه جالب تر این است که چنین گذاری برخی شباهت ها به گذار فاز ترمودینامیکی با نماهای بحرانی (مستقل از  $d$ ) متناظر را نمایش می دهد. به هر حال هیچ دلیلی مبنی بر منشا چنین پدیده بحرانی داده نشده است. برای مثال، چرا نماها مستقل از  $d$  هستند؟ مفهوم فیزیکی پارامتر نظم چیست؟ آیا یک پذیرفتاری با رفتار واگرا در بحرانیت وجود دارد؟ آیا اصل شکست تقارن که چنین گذاری را باعث می شود وجود دارد؟

در کار حاضر، ما یک چارچوب کلی ارائه می کنیم که توزیع جوتنر را به نظریه ترمودینامیکی گذار فاز که با نظریه لاندا-گینزبرگ توصیف می شود مرتبط می کند. در انجام این کار، نه تنها یک چارچوب کلی فراهم می کنیم، همچنین پاسخ هایی به سؤالات بالا می دهیم. در زیر  $m = c = k_B = 1$  قرار می دهیم.

### نتایج

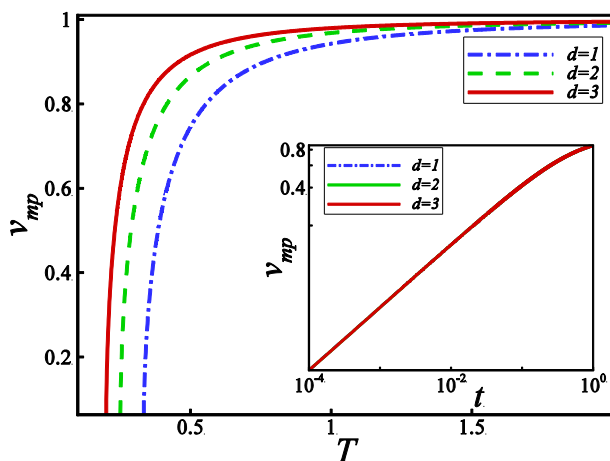
نقطه شروع ما یک مشاهده ساده است که توزیع های تعادلی از طریق رابطه  $f = e^{-F}$  به پتانسیل های ترمودینامیکی مربوط می شوند، بنابراین  $F = -\ln f$  را می دهد. بنابراین ما به سادگی چنین تابع ترمودینامیکی تعمیم یافته ای را با استفاده از توزیع جوتنر می سازیم و از آن استفاده می کنیم تا روابط ترمودینامیکی گوناگونی را محاسبه کنیم. توزیع جوتنر با استفاده از [۳، ۴، ۷] داده شده است:

$$f(v, u, T) = \frac{A \gamma^{d+2}(v) \exp\left[-\left(\frac{1 - \vec{u} \cdot \vec{v}}{T}\right) \gamma(u) \gamma(v)\right]}{\gamma(u)} \quad (1)$$

که  $\gamma(v) = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$  ضریب لورنتس و  $u = |\vec{u}|$  سرعت میانگین و  $A$  ثابت بهنجارش است و همچنین با توجه به اینکه  $u, v \leq 1$  و به طور معمول  $u \ll 1$  است، از بسط تیلور استفاده می کنیم. بنابراین به دست می آید،

$$F(v, u, T) = -\ln f = \left[-\ln A + \frac{1}{T}\right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{T} - (d+2)\right] v^2 + \frac{3}{8} \left[\frac{1}{T} - \frac{2}{3}(d+2)\right] v^4 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{T} + \dots \quad (2)$$

شکسته می شود ناشی از قید حد بالای سرعت ( $v \leq 1$ ) است که افزایش دلخواه را محدود می کند و همان طور که دما بالا می رود تعداد قابل توجهی از ذرات در نزدیکی حد بالایی جمع می شوند. بنابراین، شکست تقارن به قید نسبیتهی مربوط می شود، که تقارن همگن ( $u = 0$ ) شکسته نمی شود اما به پیشینه غیر صفر در توزیع سرعت منجر می شود. بنابراین به همه سوالات مطرح شده در ابتدای مقاله پاسخ داده ایم. به هر حال، ما به طور عددی جواب های واقعی معادله (۱) را به دست آورده و روابط متناظر را در شکل های ۲-۴ رسم کرده ایم. شکل ۲ پارامتر نظم در نزدیکی نقطه بحرانی در غیاب  $u$  برای ابعاد مختلف را نشان می دهد. شکل ۳ تغییر  $v_{mp}$  به عنوان تابعی از  $u$  در بحرانیتهی نشان می دهد، و شکل ۴ نتایج برای پذیرفتاری در بالا و پایین نقطه بحرانی نشان می دهد. این نتایج تایید می کنند که  $\beta = \frac{1}{2}, \delta = 3, \gamma = 1$



شکل ۲: وابستگی دمایی پارامتر نظم، در ابعاد مختلف برای  $u = 0$  "شکل داخلی" لگاریتم دوگانه پارامتر نظم به عنوان تابعی از  $t$  را نشان می دهد. منحنی ها برای ابعاد مختلف در شکل داخلی بر روی یکدیگر می افتند، و نشاندهنده این است که نتایج مستقل از بعد فیزیکی  $d$  می باشند.

سرانجام، در نظریه گذار فازها شش نما وجود دارد که رفتار ترمودینامیکی در نزدیکی و در بحرانیتهی را توصیف می کند. علاوه بر سه نمای اشاره شده در بالا، سه نمای  $\alpha, \nu, \eta$  نیز وجود دارد [۹]. نمای ظرفیت گرمایی  $\alpha$  ارتباطی به اینجا نخواهد داشت، اما دو نمای دیگر که باید با افت و خیزها و همبستگی ها در پارامتر نظم انجام شوند ممکن است اهمیت زیادی در سیستم های نسبیتهی داشته باشند. در تصویر کلاسیکی، خاصیت مارکوفی سرعت ذره

$$\delta F = 0 = \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_c} \right) v_{mp} + \left( \frac{3}{2T} - \frac{1}{T_c} \right) v_{mp}^3 - \frac{u}{T} + \dots \quad (4)$$

که (برای  $u = 0$ ) می دهد:

$$v_{mp} = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ \pm \sqrt{2t} & ; t > 0 \end{cases} \quad (5)$$

که  $v_{mp}$  محتمل ترین سرعت و  $t = (T - T_c)/T_c$

از مقایسه عبارت بالا با نظریه لاند-گینزبرگ گذار فاز، می توان تشخیص داد که  $v_{mp}$  پارامتر نظم مربوط به یک گذار فاز پیوسته (مرتبه دوم) است که در  $T = T_c = 1/(d+2)$  در غیاب میدان  $u$  اتفاق می افتد. چند رابطه ترمودینامیکی در زیر می آید [۹]:

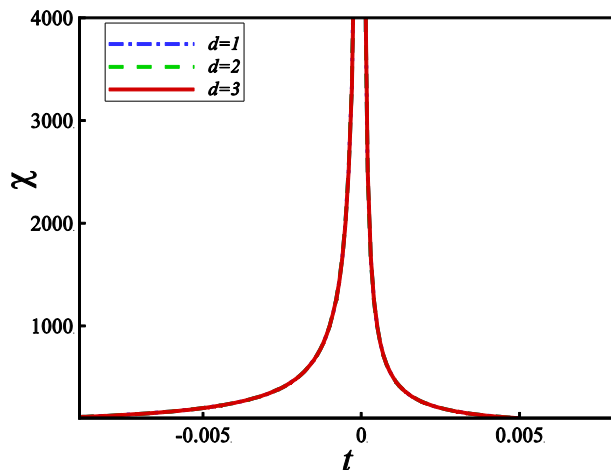
$$v_{mp} \sim (T - T_c)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad (T > T_c) \quad (6)$$

$$v_{mp} \sim u^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad (T = T_c) \quad (7)$$

$$\chi \sim \lim_{u \rightarrow 0} \left( \frac{\partial v_{mp}}{\partial u} \right)_T \sim t^{-1} \quad ; \quad (|t| \ll 1) \quad (8)$$

به این نتیجه منجر می شود  $\beta = \frac{1}{2}, \delta = 3, \gamma = 1$  که با مقادیر میدان- میانگین نماهای بحرانی در نظریه گذار فاز سازگار می باشد.

بنابراین، گذار فاز وابسته به ضرورت  $v_{mp}$  غیر صفر می شود که انحراف از نتایج گاوسی کلاسیکی را نشان می دهد، بنابراین  $T_c$  مرزی برای عبور از حالت کلاسیک به نسبیتهی را نشان می دهد. از طرف دیگر، چگونگی حساسیت پارامتر نظم به تغییرات کوچک در سرعت میانگین،  $u$ ، در نزدیکی نقطه بحرانی را اندازه می گیرد. به دلیل تخت بودن توزیع جوتنر در نقطه بحرانی (شکل ۱) حتی یک مقدار کوچک  $u$  به یک شکست تقارنی و  $v_{mp}$  به طور قابل توجهی بزرگ و همچنین یک پذیرفتاری واگرا منجر می شود. ما به وجود تابع پاسخ واگرا توجه می کنیم که یکی از خصوصیات گذار فاز بحرانی است و در مطالعات قبلی [۷] گنجانده نشده است. علاوه بر این، تقارن که به طور خود به خود



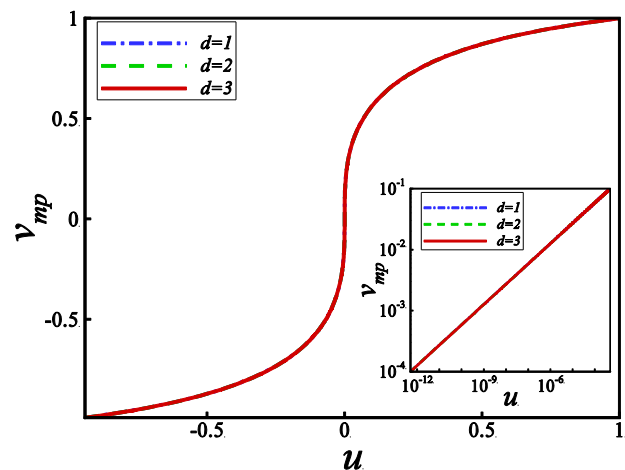
شکل ۴: پذیرفتاری به عنوان تابعی از دمای  $t$  در نزدیکی نقطه بحرانی. منحنی ها برای ابعاد مختلف بر روی یکدیگر می افتند، و نشاندهنده این است که نتایج مستقل از بعد فیزیکی  $d$  می باشند.

### سپاسگزاری

در اینجا از همکاری خانم ملیحه قدرت کمال تشکر را داریم.

### مرجع ها

- [۱] F. Jüttner, *Ann. Phys.* **339** (1911) 856.
- [۲] D. Cubero, J. Casado-Pascual, J. Dunkel, P. Talkner and P. Hänggi, "Thermal equilibrium and statistical thermometers in special relativity"; *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 170601.
- [۳] A. Montakhab, M. Ghodrati, and M. Barati, "Relativistic thermodynamics of a two dimensional relativistic gas"; *Phys. Rev. E* **79** (2009) 031124.
- [۴] M. Ghodrati and A. Montakhab, "Time parametrization and stationary distributions in a relativistic gas"; *Phys. Rev. E* **82**, (2010) 011110.
- [۵] M. Ghodrati and A. Montakhab, "Molecular dynamics simulations of a relativistic gas: thermostistical properties"; *Comp. Phys. Comm.* **182** (2011) 1909.
- [۶] M. Ghodrati and A. Montakhab, "Heat transport and diffusion in a canonical model of a relativistic gas"; *Phys. Rev. E* **87** (2013) 032120.
- [۷] M. Mendoza, N. A. M. Araújo, S. Succi and H. J. Herrmann, "Transition in the Equilibrium Distribution Function of Relativistic Particles."; *Sci. Rep.* **2** (2012) 611.
- [۸] R. Hakim, "Relativistic stochastic processes"; *J. Math. Phys.* **9** (1968) 1805.
- [۹] N. Goldenfeld, "Lectures On Phase Transitions And The Renormalization Group"; Westview Press. (1992).



شکل ۳: پارامتر نظم بر حسب میدان در دمای  $T = T_c$  برای ابعاد مختلف. "شکل داخلی" لگاریتم دوگانه تایید کننده  $v_{mp} \sim u^{1/3}$  را نشان می دهد. منحنی ها برای ابعاد مختلف بر روی یکدیگر می افتند، و نشاندهنده این است که نتایج مستقل از بعد فیزیکی  $d$  می باشند.

در برخورد های بعدی به یک توزیع احتمال گاوسی برای گام های رند منجر می شود. به هر حال در سیستم های نسبیتی، که حد بالایی برای سرعت رفتار گاوسی را نمایش می دهد در جایی که اثرات حافظه توابع همبستگی سرعت را معرفی می کند به فرایند های غیر مارکوفی منجر می شود [۸،۶]. به طور واضح، نقش این همبستگی ها با افزایش دما مهم تر می شود، هر چند، آیا چنین همبستگی هایی یک نقش قابل ملاحظه ای بازی می کنند و آیا می توانند به رفتار بحرانی توصیف شده در اینجا مربوط شوند یک سوال مهم است که فراتر از هدف کار حاضر است.

### نتیجه گیری

در این کار با استفاده از یک چارچوب کلی مکانیک آماری را به ترمودینامیک ربط دادیم و گذار مورفولوژیکی در گاز نسبیتی را مطالعه کردیم. ما می توانیم یک تابع ترمودینامیکی شبه لاند-گینزبرگ به دست آوریم که منجر به گذار فاز بحرانی در  $T_c = 1/(d+2)$  با نماهای بحرانی میدان میانگین می شود. در حالی که نتایج ما سازگار با مطالعه چنین گذاری می شود [۷]، رویکرد ما نه تنها منجر به نتایج جدید می شود بلکه در درک بهتر نتایج به دست آمده قبلی نیز به ما کمک می کند.

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



عضویت در خبرنامه

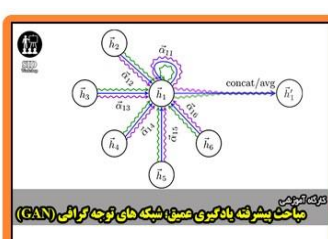


فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو



مباحث پیشرفته یادگیری عمیق؛ شبکه های توجه گرافی (Graph Attention Networks)



کارگاه آنلاین مقاله نویسی IEEE و ISI ویژه فنی و مهندسی