

# SID



سرویس های  
ویژه



سرویس ترجمه  
تخصصی



کارگاه های  
آموزشی



بلاگ  
مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری  
STES



فیلم های  
آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی  
بین المللی و  
ترند های جستجو

## شبیه‌سازی انتشار امواج الاستیک در زمین با استفاده از روش اجزا محدود طیفی

محمدجواد معزی<sup>۱</sup>، هاشم مظاهری<sup>۲</sup>، رضا نقدآبادی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، [mj.moezzi@yahoo.com](mailto:mj.moezzi@yahoo.com)

<sup>۲</sup> دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، [hashem.mazaheri@gmail.com](mailto:hashem.mazaheri@gmail.com)

<sup>۳</sup> استاد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، [naghdabd@sharif.edu](mailto:naghdabd@sharif.edu)

### چکیده

در این مقاله شبیه‌سازی انتشار امواج در محیط نیمه بینهایت زمین به روش اجزا محدود طیفی انجام شده است. در روش اجزا محدود طیفی به دلیل استفاده از چندجمله‌ای‌های مرتبه بالا، دقت شبیه‌سازی عددی بسیار بالا است. همچنین با توجه به بزرگ بودن مدل نیمه بینهایت، با استفاده از این روش ماتریس جرم سیستم قطری می‌شود که منجر به افزایش قابل توجه بازده محاسباتی این روش نسبت به روش اجزا محدود می‌گردد. در این مقاله، به منظور شبیه‌سازی مدل نیمه بینهایت از مرز جاذب مرتبه اول استفاده شده است. استفاده از این نوع جاذب نیز موجب خروج بخش زیادی از انرژی موج از مرزهای مدل و بهبود شبیه‌سازی مدل نیمه بینهایت خواهد شد. **واژه‌های کلیدی:** اجزا محدود طیفی، انتشار موج، مرز جاذب مرتبه اول، گسل معکوس

## Simulation of wave propagation in reverse fault by using spectral element method

Mohammad Javad Moezzi<sup>1</sup>, Hashem Mazaheri<sup>2</sup>, Reza Naghdabadi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. student, Sharif University of Technology, Mechanical Engineering Department

<sup>2</sup> Ph.D student, Sharif University of Technology, Mechanical Engineering Department

<sup>3</sup> Professor, Sharif University of Technology, Mechanical Engineering Department

### Abstract

In this paper, simulation of the wave propagation in semi-infinite environment of earth is performed by using spectral element method. In this method, numerical solution has high accuracy due to using high order polynomial. Also, considering the large dimension of the semi-infinite model, the mass matrix is diagonal by using this method; which results in considerable increase in computational cost with respect to finite element method. In this paper, to simulate the semi-infinite model, first order absorbing boundary is used. Using this absorbing boundary leads to exhaust of large part of wave energy from the model boundaries of the medium which results in better semi-infinite simulation.

**Key words:** spectral element, wave propagation, first order absorbing boundary, reverse fault

### ۱ مقدمه

معمولاً برای شبیه‌سازی انتشار امواج در مواد از روش اجزا محدود استفاده می‌شود که انعطاف‌پذیری بسیار بالایی در حل مسائل با مرزهای نامنظم و اعمال شرایط مرزی مختلف دارد. در این روش حجم محاسبات بسیار زیاد و نیازمند حافظه پردازشی بسیار بالایی است (فیشر، ۲۰۱۱). بنابر این روش اجزا محدود طیفی که در واقع نوعی روش اجزا

محدود مرتبه بالاتر است (کوماتسیچ و همکاران، ۲۰۰۵) ارائه شده است که مشابه روش اجزا محدود است، با این تفاوت که نقاط درون‌یابی پاسخ‌ها و نقاط انتگرال‌گیری عددی برهم منطبق می‌شوند. در این صورت ماتریس جرم، قطری شده و باعث کاهش قابل توجه حجم محاسبات خواهد شد. اجزا محدود طیفی به دلیل استفاده از چندجمله‌ای‌های مرتبه بالا از دقت بسیار خوبی در شبیه‌سازی انتشار موج برخوردار است.

در این مقاله شبیه‌سازی انتشار امواج در محیط نیمه بینهایت زمین به روش اجزا محدود طیفی انجام شده است. به منظور شبیه‌سازی مدل نیمه بینهایت از مرز جاذب مرتبه اول استفاده شده است که موجب خروج بخش زیادی از انرژی موج از مرزهای مدل و بهبود شبیه‌سازی مدل نیمه بینهایت خواهد شد. همچنین ساختار زمین با استفاده از مدل گسل معکوس انجام شده است.

## ۲ معادلات حاکم

معادله انتشار امواج الاستیک<sup>۱</sup> در محیط کشسانی ایزوتروپ و همگن به صورت زیر می‌باشد (مک‌دونالد، ۲۰۱۲):

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} + f_i, \quad i = 1, 2 \text{ and } 3 \quad 1$$

که  $\rho$ ،  $\sigma_{ij}$ ،  $u_i$  و  $f_i$  به ترتیب چگالی، مولفه  $ij$  ام تانسور تنش، مولفه جابجایی و مولفه نیرو در راستای  $i$  ام می‌باشند. همچنین  $\sigma_{ij,j}$  و  $\ddot{u}_i$  به ترتیب نشان دهنده مشتق تانسور تنش نسبت به راستای  $j$  ام و مشتق دوم جابجایی نسبت به زمان می‌باشند. معادله انتگرالی حاکم بر انتشار امواج الاستیک را می‌توان با استفاده از حساب تغییرات از معادله دیفرانسیلی حاکم بر آن به دست آورد:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \ddot{u}_i \delta u_i d\Omega = \int_{\Omega} f_i \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma, \quad i, j = 1, 2 \text{ and } 3 \quad 2$$

که  $\delta$  عملگر تغییرات<sup>۲</sup>،  $n$  بردار عمود بر سطح،  $\Omega$  بیانگر محدوده انتگرال‌گیری یا هندسه مسئله است و می‌تواند دوبعدی (سطح) و یا سه بعدی (حجم) باشد و  $\Gamma$  بیانگر مرز مسئله است. پس از گسسته‌سازی مکانی معادلات، معادله حاکم بر حرکت امواج لرزه‌ای به یک دستگاه معادله دیفرانسیلی معمولی (ODE) زمانی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad 3$$

که  $\mathbf{M}$ ،  $\mathbf{C}$  و  $\mathbf{K}$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی مدل مورد نظر هستند.  $\mathbf{U}$  بردار جابجایی گره‌ای برای کل مدل و  $\mathbf{F}$  نیز بردار نیروی خارجی وارد بر گره‌های مدل عددی است.

## ۳ روش اجزا محدود طیفی

روش اجزا محدود طیفی شباهت‌های زیادی با روش اجزا محدود دارد. به دلیل استفاده از چندجمله‌ای‌های مرتبه بالا، دقت این روش برای هندسه‌های پیچیده بسیار خوب است. در روش اجزا محدود طیفی با توجه به تعداد گره هر المان از چندجمله‌ای‌های مرتبه  $n$  لژاندر برای درون‌یابی استفاده می‌شود. در این روش، نقاط گرهی و نقاط انتگرال‌گیری عددی یکسان است که منجر به قطری شدن ماتریس جرم و کاهش قابل ملاحظه هزینه محاسباتی می‌شود. ماتریس سختی و جرم برای هر دو روش در **Error! Reference source not found.** همان طور که در **Error! Reference source not found.** مشاهده می‌شود، در روش اجزا محدود طیفی ماتریس سختی پربارتر از روش اجزا محدود است که موجب افزایش دقت شبیه‌سازی عددی می‌شود.

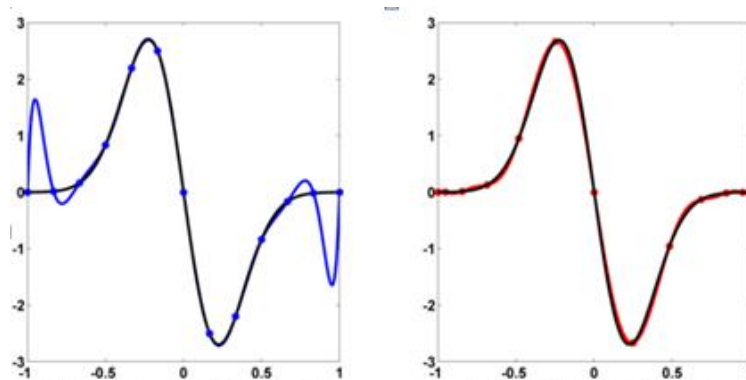
انتخاب نقاط گره‌ای یک المان تاثیر بسزایی در دقت درون‌یابی خصوصاً در مرز یک المان دارد. به عنوان مثال در صورت انتخاب نقاط گره‌ای با فواصل یکسان، خطای زیادی در مرز المان ظاهر می‌شود که موسوم به اثر رانگ<sup>۳</sup> است که در

<sup>1</sup> Elastic wave propagation

<sup>2</sup> Variation operator

<sup>3</sup> Runge's effect

شکل ۱: برای تابع درون‌یاب گوسی یک بعدی نشان داده شده‌است. در صورتی خطای درون‌یابی در یک المان مینیمم می‌شود که نقاط گرهی از ریشه‌های معادله  $(1-x^2)P'_n(x)$  به دست بیاید که  $P_n(x)$  تابع چندجمله‌ای لژاندر می‌باشد. در این مقاله از این روش برای تعیین گره‌های یک المان استفاده شده است.



شکل ۱: الف) اثر پدیده رنگ در درون‌یابی تابع گوسی یک‌بعدی. ب) استفاده از نقاط درون‌یاب مناسب و حذف اثر رنگ

#### ۴ شرایط مرزی

برای شبیه‌سازی مرز نامحدود از روش مرز جاذب مرتبه اول استفاده شده است. در این روش، انتشار موج در کرانه‌های مدل با معادله انتشار موج یک طرفه توصیف می‌شود که منجر به کاهش قابل توجه بازتاب مصنوعی از مرزهای مدل می‌شود.

$$\int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma = \sum_{e=1}^n \int_{\Gamma_e} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma_e, \quad i, j = 1, 2 \text{ and } 3 \quad (4)$$

این معادله در مسائل دوبعدی، به صورت زیر درمی‌آید:

$$\int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma = \int_{\Gamma_e} \{ \sigma_{11} n_1 + \sigma_{13} n_3 + \sigma_{22} n_2 \} \delta u_i d\Gamma_e, \quad i, j = 1, 2 \text{ and } 3 \quad (5)$$

در نهایت با جایگذاری تنش بر حسب عبارات جابه‌جایی، فرم ضعیف عبارت مرز به صورت روبه‌رو خلاصه می‌شود.

$$\int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \delta u_i d\Gamma = \int_{\Gamma_e} (\delta \mathbf{U})^T \begin{bmatrix} n_1 & 0 & n_2 \\ 0 & n_2 & n_1 \end{bmatrix} \{ \mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{U} \} d\Gamma_e \quad (6)$$

در این رابطه  $\mathbf{C}$  و  $\mathbf{D}$  از روابط  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}$  و  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \mathbf{u}$  به دست می‌آیند که  $\boldsymbol{\varepsilon}$  مؤلفه‌های کرنش هر المان می‌باشد.  $n_j$  نیز مؤلفه  $j$  ام بردار نرمال هر مرز می‌باشد. با در نظر گرفتن معادله انتشار موج یک‌طرفه، مشتقات مکانی ظاهر شده در معادله ۶ را می‌توان بر حسب مشتق زمانی نوشت. بنابراین اثر کرانه‌های مدل در شبیه‌سازی مدل نیمه بینهایت به صورت ماتریس میرایی و سختی ظاهر می‌شود. به عنوان مثال، معادله موج یک‌طرفه در بالای مدل به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathbf{U}_z - \mathbf{B}_1 \mathbf{U}_t = 0 \quad (7)$$

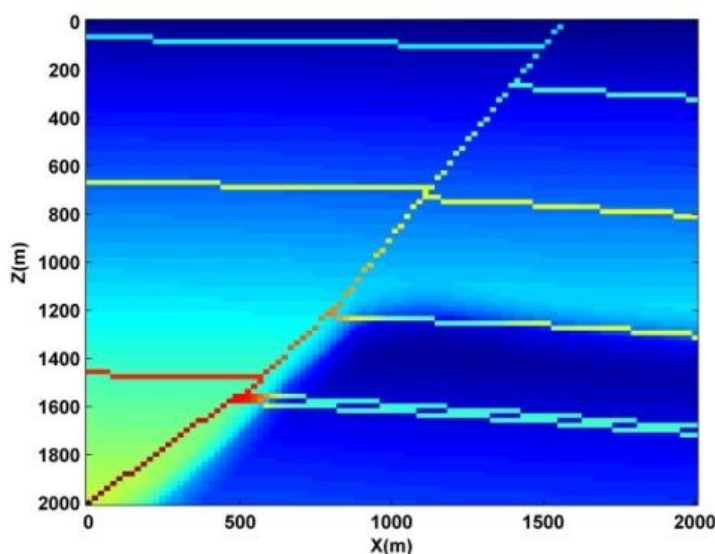
که  $\mathbf{U}_t$ ،  $\mathbf{U}_z$  به ترتیب مشتق بردار جابه‌جایی نسبت به محور  $z$  و زمان بوده و  $\mathbf{B}_1$  ماتریسی با ابعاد  $2 \times 2$  و با تعریف زیر می‌باشد.

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{V_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_s} \end{bmatrix} \quad (8)$$

با جایگذاری معادله ۷ در معادله ۸، جمله شامل اثرات مرز به صورت دو ماتریس میرایی و سختی درمی‌آید. با اضافه کردن این دو ماتریس به ماتریس جرم و سختی درون مدل، اثر مدل نیمه‌بینهایت ارضاء می‌شود.

## ۵ شبیه سازی انتشار امواج در گسل معکوس<sup>۴</sup>

در این بخش شبیه سازی انتشار امواج در زمین با استفاده از مدل گسل معکوس انجام می شود. مدل گسل معکوس یک مدل ناهمگن از ساختار درون زمین می باشد که در شکل ۳ نشان داده شده است. ابعاد این مدل، ۲۰۰۰ متر در ۲۰۰۰ متر می باشد. سطح بالای مدل به عنوان سطح آزاد<sup>۵</sup> و بقیه سطوح نیمه بینهایت در نظر گرفته می شود. در این مدل، منبع انرژی تولید کننده موج ریکر<sup>۶</sup> در فاصله ۱۰ متری از بالای مدل قرار دارد. این منبع، تولید کننده موج P می باشد که در اثر بازگشت آن از سطح آزاد بالای مدل، موج P و S تولید می شود. در این مدلسازی از المان مربعی مرتبه ۶ استفاده شده است. تعداد المان در هر راستا ۱۰۰ عدد می باشد.



شکل ۲: مدل گسل معکوس با ابعاد ۲۰۰۰ متر در ۲۰۰۰ متر

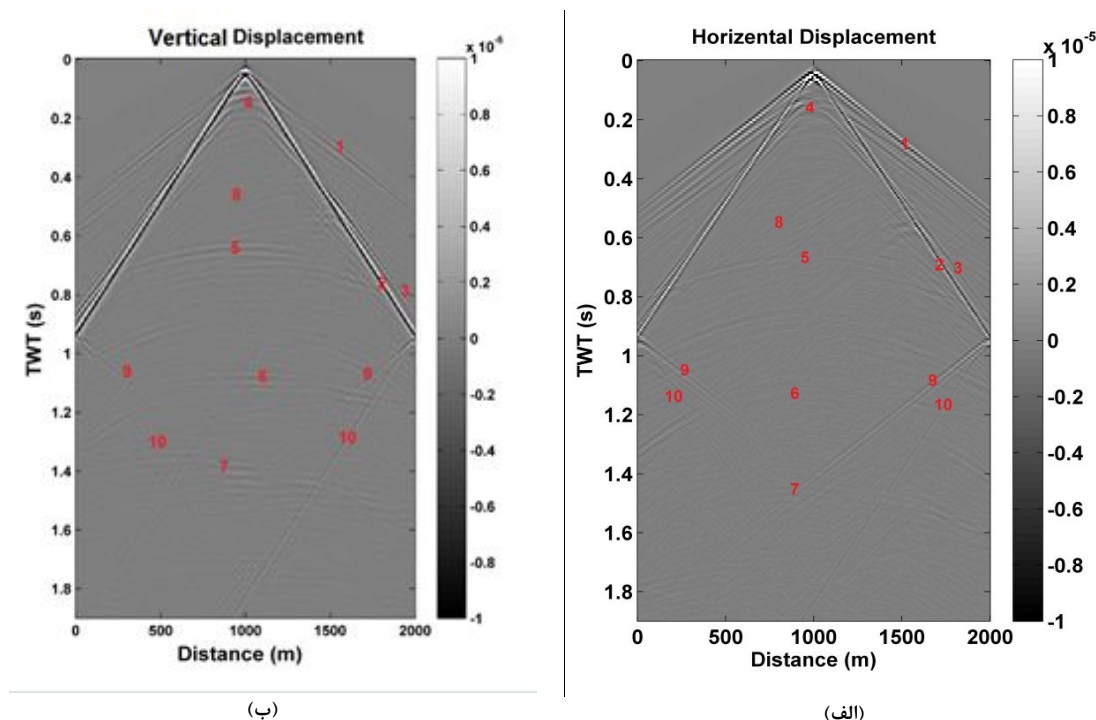
برای بررسی نتایج شبیه سازی، مقطع چشمه ی مشترک<sup>۷</sup> در فاصله ۳۰ متری از بالای مدل انتخاب می شود که داده های مورد نیاز در این مقطع ثبت شده و در شکل ۳ نشان داده شده است. با استفاده از این داده ها می توان انتشار امواج در زمین و بازتاب آن را مشاهده نمود. همانطور که در شکل ۳ مشاهده می شود، در نقاط ۱، ۲ و ۳ به ترتیب موج مستقیم طولی، موج مستقیم برشی و موج شکست مرزی وجود دارد. همچنین در نقاط ۴، ۵، ۶ و ۷ می توان به ترتیب بازتاب لایه اول، بازتاب لایه دوم، بازتاب لایه سوم و بازتاب لایه چهارم را مشاهده نمود. در نقطه ۸ بازتاب موج از گسل دیده می شود. در نقاط ۹ و ۱۰ نیز به ترتیب می توان بازتاب مرزی موج P و موج S را مشاهده نمود. بازتاب از سطوح مختلف شامل موج P و S می باشد که ابتدا موج P و سپس موج S ثبت می شود. بر اساس نتایج به دست آمده می توان درستی شبیه سازی انجام شده را تایید نمود.

<sup>4</sup> Reverse fault model

<sup>5</sup> Free surface

<sup>6</sup> Ricker Wave

<sup>7</sup> Shot record



شکل ۳: نتایج شبیه‌سازی انتشار امواج در مدل گسل معکوس در فاصله ۳۰ متری از بالای مدل در راستای الف (افقی و ب) عمودی

## ۵ جمع بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله شبیه‌سازی انتشار امواج در محیط نیمه بینهایت زمین با استفاده از روش اجزا محدود طیفی در حیطه زمان مورد بررسی قرار گرفت. برای شبیه‌سازی ساختار زمین از مدل گسل معکوس استفاده شد. همچنین برای مدل‌سازی انتشار امواج الاستیک در محیط نیمه بینهایت از شرط مرزی جاذب مرتبه اول استفاده شد تا با جلوگیری از بازتاب امواج از سطوح مدل، بتوان نیمه بینهایت بودن محیط را مدل نمود. با به کارگیری شرط مرزی جاذب مرتبه اول مقدار زیادی از انرژی موج از کرانه‌های مدل خارج شده و از بازتاب آن به درون مدل جلوگیری می‌شود. با استفاده از المان طیفی انتشار امواج در ساختار درونی زمین انجام شد که سرعت حل بالا و دقت نتایج به دست آمده نشان دهنده کارایی این روش در مدل‌سازی انتشار امواج در زمین می‌باشد.

## منابع

- Fichtner, A., Full Seismic Waveform Modelling and Inversion, Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics, ed., Hutter, K.: Springer, 2011.
- Clayton, Robert, and Björn Engquist. "Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations." *Bulletin of the Seismological Society of America* 67.6 (1977): 1529-154.
- Komatitsch, D., Tsuboi, S., and Tromp, J. "The spectral-element method in seismology: Seismic Earth." *Array Analysis of Broadband Seismograms*, 157(2005), 205-227.
- Carcione, J. M., Herman, G. C., and Kroode, A. T., "Seismic modeling: Geophysics", 67.4(2002), 1304-1325.
- Komatitsch, Dimitri. "High-order finite-element seismic wave propagation modeling with MPI on a large GPU cluster." *Journal of Computational Physics* 229.20 (2010): 7692-7714.

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

توجه: بررسی مقاله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

PROPOSAL  
پروپوزال

توجه: پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

ISI  
Scopus

توجه: آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو