

کمانش پوسته ای کامپوزیتی استوانه ای تحت اثر فشار محوری با استفاده از روش نوار محدود

حسین عوده زاده^{۱*}، داوود پورویس^۲، شاپور مرادی^۳

۵- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران- سازه دانشگاه شهید چمران اهواز

۶- استادیار دانشکده عمران- سازه دانشگاه شهید چمران اهواز

۷- دانشیار دانشکده مکانیک- طراحی دانشگاه شهید چمران اهواز

*Hossein.Oudezade@yahoo.com

چکیده

پوسته های کامپوزیتی استوانه ای از عناصر کلیدی در هوا فضا و سازه های دریایی می باشند. در این پژوهش کمانش پوسته های کامپوزیتی استوانه ای تحت اثر فشار محوری با استفاده از روش نوار محدود نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار می گیرد. در این مطالعه از تئوری ساندرز برای روابط کرنش تغییر مکان با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده می شود. توابع تغییر مکان هر نوار در جهت طولی پوسته به صورت چند جمله ای لاگرانژی و در جهت محیطی به صورت بسط کامل سری فوریه سینوسی و کسینوسی در نظر گرفته شده است. روش محاسبه بار کمانش پوسته به روش مقدار ویژه می باشد. نتایج بدست آمده از برنامه نوشته شده با نتایج پژوهش های پیشین و نرم افزار اجزا محدود آباکوس مقایسه خواهند شد.

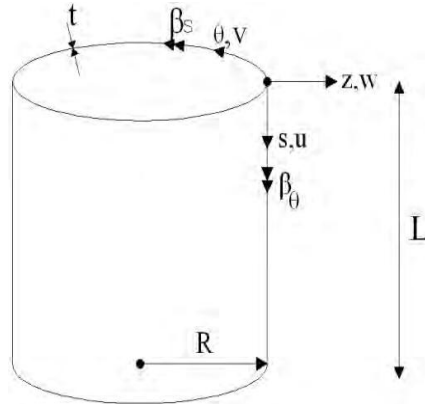
کلید واژه: پوسته استوانه ای، تئوری مرتبه اول برشی، کامپوزیت، کمانش، نوار محدود

مقدمه

پوسته های کامپوزیتی استوانه ای کاربرد های بسیار زیادی در زمینه های مختلف مهندسی از جمله صنعت هوافضا، راکتور های هسته ای و غیره دارند. اکثر پوسته های استوانه ای استفاده شده در صنعت جدار نازک بوده و در بهینه سازی این سازه ها از مصالح کامپوزیتی که دارای مقاومت بالا و مدول الاستیسیته زیاد هستند استفاده می شود. لذا تحلیل کمانش و پایداری در طراحی این سازه ها تحت انواع بارگذاری ها و شرایط تکیه گاهی مختلف اهمیت ویژه ای داشته و تحقیقات انجام شده در این زمینه از حجم قابل توجهی برخوردار است. سیمیتسز و آناستاسیادیس (۱) کمانش پوسته استوانه ای تحت فشار محوری با استفاده از تئوری کلاسیک مرتبه اول برشی و مرتبه بالاتر برشی برای شعاع، ضخامت ولایه بندی های متفاوت پوسته استوانه ای محاسبه کردند. در محاسبه بار کمانش از روش نیمه تحلیلی استفاده نموده اند. اویسی و فضیلتی (۲) از روش نوار محدود برای آنالیز کمانش خطی و پس از کمانش صفحات و پوسته های کامپوزیتی استفاده نمودند. وانگ و داو (۳) کمانش سازه های پوسته ای استوانه ای کامپوزیتی را از طریق محاسبه مقدار ویژه و با کمک نوار محدود بررسی نموده و از تئوری مرتبه اول برشی استفاده کرده و برای لایه بندی و تکیه گاه های متفاوت بار کمانش را محاسبه کردند. کاگداس (۴) از المان منحنی متقارن محور برای آنالیز کمانش پوسته های دوار با ضخامت متوسط و ضخیم استفاده کرده و دقت مناسب این المان را گزارش داده اند.

تئوری و استخراج معادلات پوسته

در این مقاله برای تحلیل کمانش خطی پوسته استوانه ای از نوارهایی در راستای طولی و از بسط سری فوریه در جهت محیطی استفاده می شود و همچنین از سیستم مختصات (s, θ, z) مطابق شکل استفاده شده است.



شکل ۱- سیستم مختصات (s, θ, z)

باتوجه با اهمیت تغییر شکل برشی در مواد کامپوزیتی در این تحقیق از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به منظور آنالیز استفاده شده است تغییر مکان نقطه ای دلخواه از پوسته با فرض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} U(s, \theta, z) &= u(s, \theta) + z \cdot \beta_s(s, \theta) \\ V(s, \theta, z) &= v(s, \theta) + z \cdot \beta_\theta(s, \theta) \quad (1) \\ W(s, \theta, z) &= w(s, \theta) \end{aligned}$$

بسط سری فوریه به صورت زیر در نظر گرفته شده است که در شکل ۱ این مولفه ها نشان داده شده اند.

$$\begin{aligned} u(s, \theta) &= u^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [u^{s_n}(s) \cos(kn\theta) + u^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ v(s, \theta) &= v^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [v^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + v^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ w(s, \theta) &= w^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [w^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + w^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \quad (2) \\ \beta_s(s, \theta) &= \beta_s^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [\beta_s^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + \beta_s^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ \beta_\theta(s, \theta) &= \beta_\theta^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [\beta_\theta^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + \beta_\theta^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \end{aligned}$$

بار کمانش پوسته با استفاده از رابطه (۳) و از حل مقدار ویژه حاصل می شود. در این رابطه λ_{cr} ضریب بار کمانش پوسته می باشد و از ضرب λ_{cr} در بار وارده به پوسته بار کمانش بدست می آید.

$$|K - \lambda_{cr} K_G| = 0 \quad (3)$$

در رابطه بالا K ماتریس سختی خطی و K_G ماتریس سختی هندسی می باشد و با استفاده از کار مجازی داخلی بین نیروها و لنگرها با کرنش ها و انحنای پوسته محاسبه می شوند.

روابط میان مولفه های خطی کرنش با تغییر مکان طبق تئوری پوسته ساندرز به صورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \frac{\partial u}{\partial s} & \varepsilon_\theta &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right\} & \gamma_{s\theta} &= \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \\ \kappa_s &= \frac{\partial \beta_s}{\partial s} & \kappa_\theta &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} & \kappa_{s\theta} &= \frac{\partial \beta_\theta}{\partial s} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \beta_s}{\partial \theta} + \frac{1}{2R} \left\{ \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\} \\ \gamma_{sz} &= \beta_s + \frac{\partial w}{\partial s} & \gamma_{\theta z} &= \beta_\theta + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

روابط میان مولفه های غیر خطی کرنش با تغییر مکان طبق تئوری پوسته ساندرز به صورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^{nl} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial w}{\partial s} \right\}^2 + \frac{1}{8R^2} \left\{ R \cdot \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}^2 & \gamma_{s\theta}^{nl} &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial w}{\partial s} \cdot \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\} \\ \varepsilon_\theta^{nl} &= \frac{1}{2R^2} \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\}^2 + \frac{1}{8R^2} \left\{ R \cdot \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

در روابط ۴ و ۵، $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta$ کرنش های نرمال، $\gamma_{s\theta}$ کرنش برشی سطح میانی پوسته، κ_s, κ_θ انحناهای نرمال، $\kappa_{s\theta}$ انحنا پیچشی سطح میانی پوسته و $\gamma_{sz}, \gamma_{\theta z}$ کرنش های برشی در جهت ضخامت پوسته می باشد.

روابط میان نیروهای درونی پوسته با کرنش ها به صورت زیر بیان می شوند.

$$\begin{pmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{s\theta} \\ M_s \\ M_\theta \\ M_{s\theta} \\ Q_s \\ Q_\theta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{s\theta} \\ k_s \\ k_\theta \\ k_{s\theta} \\ \gamma_s \\ \gamma_\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

در رابطه ۶، A_{ij}, B_{ij} و D_{ij} به ترتیب سختی کششی، سختی پیچشی و سختی خمشی پوسته کامپوزیتی پند لایه می باشد. N_θ, N_s نیرو های نرمال و $N_{s\theta}$ نیروهای برش درون صفحه، M_s, M_θ لنگرهای خمشی و $M_{s\theta}$ لنگر پیچشی، Q_s, Q_θ نیروهای برشی می باشند.

نتایج

مسئله ۱: در این مثال کمانش پوسته استوانه ای دو سر مفصل تحت اثر فشار محوری یکنواخت توسط برنامه نوشته شده محاسبه شده است و نتایج بدست آمده از آن با نتایج پژوهش های پیشین جهت صحت سنجی مقایسه شده است. نتایج حاصل در جدول ۱ آمده است و همان طور که مشاهده می شود از دقت خوبی برخوردار است. مشخصات پوسته به صورت زیر می باشد:

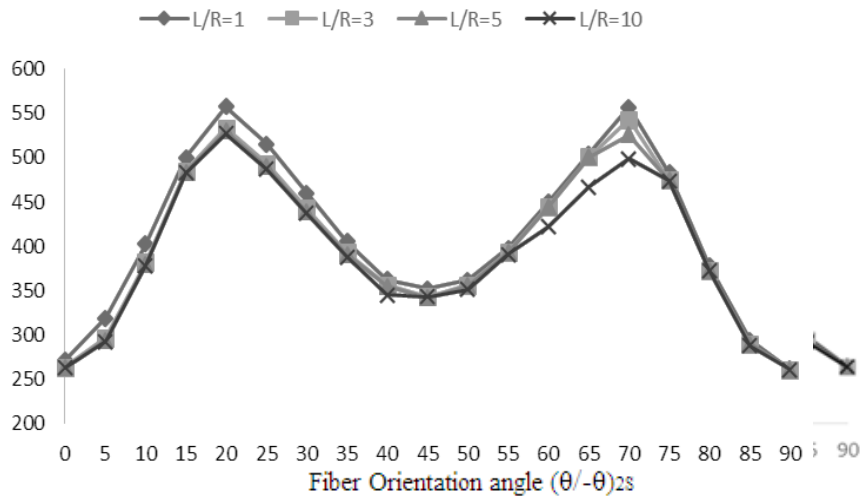
$$L = R = 7.5 \text{ in}, t = 0.0212 \text{ in}, E_{11} = 21.7 \times 10^6 \text{ psi}, E_{11} = 1.44 \times 10^6 \text{ psi}, \nu_{12} = 0.28, G_{12} = 0.65 \times 10^6 \text{ psi}$$

جدول ۱- کمانش پوسته استوانه ای دو سر مفصل تحت اثر فشار محوری یکنواخت (psi)

Shell lay-up	($0/90$) _s	($0/90/0$) _s	($0/90/90$) _s	($90/0/0$) _s	($90/0/90$) _s	($90/90/0$) _s
[5]	۱۰۹	۱۳۲/۵	۱۳۲/۵	۱۳۱/۲	۱۳۱/۱	۱۰۶/۶
Present study	۱۰۸/۲۲	۱۳۱/۷۱	۱۳۱/۶۵	۱۳۰/۹۸	۱۳۰/۳۲	۱۰۵/۹۲
Error%	۰/۷۲	۰/۶۰	۰/۶۴	۰/۱۷	۰/۵۹	۰/۶۴

مسئله ۲: در این مثال کمانش پوسته استوانه ای دو سر مفصل تحت اثر فشار محوری برای لایه بندی های $[\theta/-\theta]_{2s}$ و نسبت های طول به شعاع ۱، ۳، ۵ و ۱۰ مورد بررسی قرار گرفته است. شعاع پوسته ۱۹۰/۵ میلی متر، ضخامت آن ۱/۹۰۵ میلی متر می باشند. مصالح مورد استفاده به صورت زیر می باشد:

$$E_1 = 206.844 GPa, E_2 = E_3 = 18.6159 GPa, G_{12} = G_{23} = G_{13} = 4.48162 GPa, \nu = 0.21$$



شکل ۲- کمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دوسر مفصل تحت اثر فشار محوری یکنواخت

$$\frac{L}{R} = 1, 3, 5, 10 \text{ برای}$$

نتیجه گیری

همان طور که گفته شد در مسئله ۱ طبق جدول ۱ نتایج حاصله از برنامه نوشته شده با نتایج تحقیقات پیشین مقایسه و نشان داده شد که برنامه از دقت مناسبی برخوردار است. در مسئله ۲ همان طور که در شکل ۲ مشاهده می شود بار کمانش

محوری پوسته استوانه ای دو سر مفصل با تغییر نسبت طول به شعاع استوانه $\frac{L}{R}$ ، بار کمانش به صورت ناچیزی تغییر می کند اما نمی توان گفت که به این نسبت وابسته نیست. زاویه الیاف لایه بندی شده نسبت به همدیگر تاثیر بسیاری در میزان بار کمانش دارد به طوری که برای نسبت های ۱ و ۱۰ زاویه لایه بندی ۲۰ درجه دارای بیشترین بار و برای نسبت های ۳ و ۵ زاویه لایه بندی ۷۰ درجه دارای بیشترین بار کمانش می باشد. یکی از موارد قابل توجه در این مثال، بالاتر بودن میزان بار کمانش محوری پوسته برای نسبت طول به شعاع ۱ در مقایسه با نسبت های ۳، ۵ و ۱۰ در محدوده ۰ تا ۴۵ درجه است، هرچند انتظار می رود که با افزایش این نسبت بار کمانش کاهش می یابد و این نتیجه نشان از تاثیر بالای زاویه بندی الیاف روی بار کمانش پوسته است.

منابع

- [1] John S. Anastasidis ,George J. Simitses, Buckling of pressure-loaded, long, shear deformable, cylindrical laminated shells, *J. Composite Structures*, Vo.23,1993,pp.221-231
- [2] H.R. Ovesy, J. Fazilati, Stability analysis of composite laminated plate and cylindrical shell structures using semi-analytical finite strip method, *J. Composite Structures* ,Vo.89,2009,pp.467-474
- [3] Wang, S., Dawe, D.J., Buckling of composite shell structures using the spline finite strip method, *Composite*, Vol.30, 1999, pp. 351-364.
- [4] Izzet U. Cagdas, Stability analysis of cross ply-laminated shell of revolution using a curved axisymmetric shell finite element, *Thin-Walled structures* ,Vo.49,2011,pp.732-742
- [5] Han B, Simitses G.J. Analysis of anisotropic laminated cylindrical shells subjected to destabilizing loads. Part II: numerical results. *Composite Structures* 1991;19:183-205.

Abstract

Composite cylindrical shells are among the key elements in aerospace and marine structures. This research studies the buckling of laminated composite cylindrical shells under uniform axial compression by semi analytical finite strip method. Sanders type of non-linear strain-displacement relations along with first order shear deformation theory are adopted in the analyses. Displacement field of each strip are approximated by combining polynomial functions in the meridional direction and truncated Fourier series in the circumferential direction. Shell buckling load is calculated using the eigenvalue method. Finally for validity of this model, the results of present study compared by previously published results or solutions by ABAQUS the shell element.

Keywords: Buckling, Cylindrical shell, Composite, Finite Strip Method, FSDT