

## مدل سازی و شناسایی شبیه ساز میدان مغناطیسی زمین

سید محمد صادق موسوی<sup>۱</sup>، مهدی مرتضوی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، [smsadeghmousavi@gmail.com](mailto:smsadeghmousavi@gmail.com)

<sup>۲</sup>دانشیار دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، [mortazavi@aut.ac.ir](mailto:mortazavi@aut.ac.ir)

### چکیده

در این مقاله به منظور طراحی یک کنترلر کننده میدان مغناطیسی برای شبیه ساز میدان مغناطیسی زمین، به مدل سازی پیچیده هلمهولتز به عنوان عامل ایجاد کننده میدان مغناطیسی پرداخته شده و پس از آن تست های مورد نیاز برای شناسایی پارامترهای این مدل را بیان نموده و نتایج حاصل از این تست ها را بر روی نمونه اولیه پیچیده هلمهولتز سه محوره ارائه نموده و مورد ارزیابی قرار می دهیم. به این ترتیب مقدمات لازم برای طراحی و پیاده سازی سیستم کنترلر میدان مغناطیسی در حضور اغتشاشات مغناطیسی برای شبیه ساز میدان مغناطیسی زمین فراهم می آید.

**واژه های کلیدی:** پیچیده هلمهولتز، شبیه ساز میدان مغناطیسی زمین، مدل سازی، شناسایی، کنترلر حلقه بسته میدان مغناطیسی، اغتشاشات مغناطیسی

## Modeling and Identification of Earth Magnetic Field Simulator

Seyyed Mohammad Sadegh Mousavi<sup>1</sup>

Mahdi Mortazavi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>MSc Student of Aerospace Engineering, Aerospace Engineering Department, Amirkabir University of Technology

<sup>2</sup>Associate Professor of Aerospace Engineering Department, Amirkabir University of Technology

### Abstract

In this paper in order to designing a magnetic field controller for earth magnetic field simulator, we model Helmholtz coil as a creator of magnetic field, and after that introduce required tests for identifying parameters of the model, show the results of these tests on a prototype of triaxial Helmholtz coil and evaluate these results. So, the requirements for designing and implementation a magnetic field closed loop control in presence of magnetic disturbances, for the earth magnetic field simulator are provided.

**Key words:** Helmholtz Coil, Earth Magnetic Field Simulator, Modeling, Identification, Magnetic Field Closed Loop Control, Magnetic Disturbances

### ۱ مقدمه

پیچیده ی هلمهولتز دستگاهی است که می تواند یک میدان مغناطیسی یکنواخت را در حجم مشخصی تولید نماید. هدف از طراحی کنترلر برای پیچیده ی هلمهولتز، تنظیم خودکار میدان مغناطیسی آن بر روی مقادیر دلخواه (با استفاده از کنترلر جریان الکتریکی)، در حضور عوامل اغتشاشی مغناطیسی محیطی است که می توانند میدان مغناطیسی داخل پیچیده را تغییر دهند. به منظور شروع طراحی کنترلر برای هر سیستمی، لازم است تا یک مدل ریاضی که بیان کننده رفتار آن سیستم است را بدست آوریم. بعد از یافتن مدل ریاضی، باید پارامترهای این مدل را با توجه به رفتار سیستم

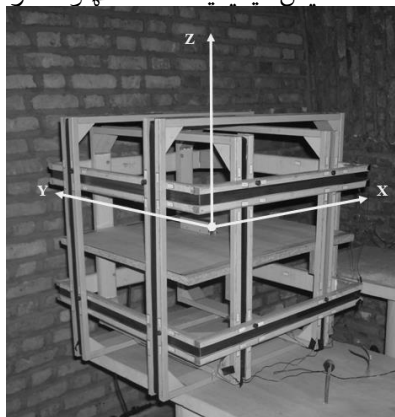
واقعی، شناسایی نماییم. برای این منظور لازم است تا مجموعه ای از تست ها را بر روی سیستم مورد نظر انجام داد. با محاسبه مدل ریاضی و شناسایی پارامترهای آن، می توان به طراحی کنترلر برای کنترل خروجی سیستم یعنی میدان مغناطیسی پرداخت و با شبیه سازی رفتار سیستم، عملکرد کنترلر طراحی شده را مورد بررسی و ارزیابی قرار داد.

### ۲ مشخصات پیچه هلمهولتز ساخته شده

این پیچه هلمهولتز از نوع مربعی و سه محوره می باشد. جنس قاب پیچه ها از چوب بوده و از سیم های لاکه با قطر ۰/۸ میلیمتر در آن استفاده شده است. بر اساس استاندارد های موجود، از سیمی با این قطر در حدود ۲ آمپر جریان می تواند عبور داده شود [۱]. مشخصات این پیچه هلمهولتز در زیر آورده شده است [۲].

جدول ۱. مشخصات نمونه اولیه پیچه هلمهولتز مربعی

دور	تعداد سیم پیچی	ضلع سیم پیچ (cm)	
محور X	۱۶	۵۲	
محور Y	۱۹	۵۸	
محور Z	۱۸	۵۵	



شکل ۱. نمونه ی اولیه پیچه هلمهولتز مربعی سه محوره

### ۳ مدل سازی پیچه هلمهولتز

با توجه به ساختار پیچه هلمهولتز تک محوره که از دو سیم پیچ سری شده با هم تشکیل شده است، می توان آن را به صورت یک مقاومت و دو سلف مدل سازی نمود. این سلف ها دارای تزویج نیز هستند، چرا که شار مغناطیسی تولید شده توسط هریک از آنها از داخل دیگری نیز عبور می کند (توجه شود که پیچه ها بدون هسته هستند). شکل ۲ مدل اولیه پیچه هلمهولتز تک محوره را نشان می دهد. با توجه به این شکل می توان رابطه زیر را نوشت:

$$V = R_h I + L_1 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

که در آن  $V$  ولتاژ دو سر پیچه،  $I$  جریان عبوری و  $R_h$  مقدار مقاومت الکتریکی آن می باشد. همچنین مقادیر  $L$  و  $M$  به ترتیب نشان دهنده ضرایب اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج هستند. چون شار مغناطیسی عبوری از دو سیم پیچ در یک جهت است و یکدیگر را تقویت می کنند، بنابراین تزویج با علامت مثبت وارد شده است. با توجه به اینکه شرایط و مشخصات دو سیم پیچ کاملاً یکسان می باشد، داریم:

$$L_1 = L_2 \quad (2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

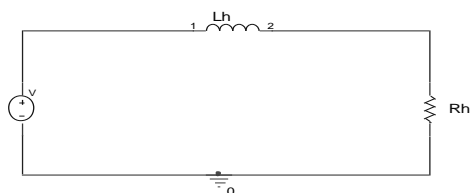
$$V = R_h I + (2L + 2M) \frac{dI}{dt} \quad (3)$$

عبارت داخل پرانتز را با  $L_h$  تعریف می کنیم، بنابراین خواهیم داشت:

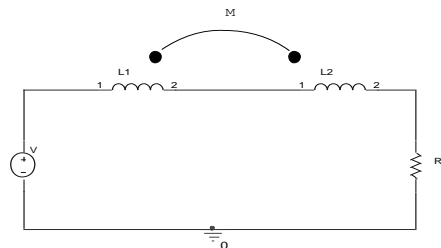
$$V = R_h I + L_h \frac{dI}{dt} \quad (4)$$

بنابراین می توان پیچه هلمهولتز تک محوره را به صورت نشان

داده شده در شکل ۳ مدل کرد.



شکل ۳. مدل نهایی پیچه ی هلمهولتز تک محوره



شکل ۲. مدل اولیه پیچه ی هلمهولتز تک محوره

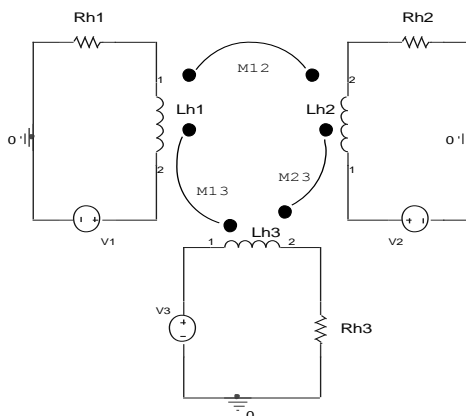
با گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادله (۴) داریم:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{R_h + L_h s} = \frac{1}{1 + \tau_h s} \quad (5)$$

که در آن  $\tau_h$  ثابت زمانی پیچه ی هلمهولتز می باشد:

$$\tau_h = \frac{L_h}{R_h} \quad (6)$$

اندیس  $h$  دلالت بر پیچه هلمهولتز دارد. همان طور که می بینیم، پیچه هلمهولتز یک سیستم مرتبه اول است که رفتار جریان الکتریکی آن نسبت به ولتاژ ورودی به صورت یک تابع نمایی است. اگر پیچه هلمهولتز سه محوره باشد، آن را می توان به صورت مجموعه سه مدار مجزا به صورت شکل ۴ نشان داد.



شکل ۴. مدل پیچه هلمهولتز سه محوره

در حالت کلی میدان های مغناطیسی هر سه پیچه می توانند روی یکدیگر اثر گذاشته و بنابراین دارای تزویج با یکدیگر خواهند بود. در این حالت معادلات حاکم بر پیچه ی هلمهولتز سه محوره به فرم ماتریسی زیر است:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ R_{h2} I_2 \\ R_{h3} I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_{h2} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_{h3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (7)$$

همان طور که می بینیم در این حالت سه معادله دیفرانسیل وابسته به یکدیگر خواهیم داشت. اگر فرض کنیم که مقادیر اندوکتانس های تزویج نسبت به اندوکتانس های خودی بسیار کوچکتر باشند، در این صورت می توان از تاثیر آنها صرف نظر نمود. در این حالت دسته معادلات (۷) به سه معادله دیفرانسیل مستقل به صورت معادلات (۸) تبدیل خواهد شد. بنابراین می توان پیچه هلمهولتز سه محوره را نیز به صورت سه پیچه هلمهولتز تک محوره و مستقل از هم در نظر

گرفت و با توجه به معادله (۵) آنها را تحلیل نمود.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ R_{h2} I_2 \\ R_{h3} I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{h2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{h3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

#### ۴ تست شناسایی اندوکتانس خودی و ثابت زمانی

برای شناسایی اندوکتانس خودی برای هر محور پیچه هلمهولتز می توان به این ترتیب عمل نمود که ابتدا یک مقاومت ( $R_{test}$ ) با اندازه مشخص را با پیچه هلمهولتز سری نموده و مداری را مطابق شکل ۵ پیاده سازی می نماییم. با استفاده از یک فانکشن ژنراتور، یک پالس مربعی را به عنوان ورودی پله به مدار اعمال نموده و ولتاژ دو سر مقاومت تست را با یک اسیلوسکوپ مشاهده می نماییم. می دانیم که ولتاژ دو سر این مقاومت با اعمال ورودی پله به این مدار، به صورت نمایی و مطابق رابطه زیر رفتار می کند:

$$V_{R_{test}} = \frac{R_{test}}{R_{test} + R_h + R_{out}} V_s (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (۹)$$

$R_{out}$  امپدانس خروجی فانکشن ژنراتور است که برابر ۵۰ اهم می باشد. با توجه به اینکه مقدار این مقاومت با مقاومت های موجود در مدار قابل مقایسه است، بنابراین لازم است که مقدار آن در محاسبات لحاظ گردد. همچنین می دانیم که زمان  $\tau$  در این حالت زمانی است که ولتاژ مقاومت تست به ۶۳ درصد مقدار نهایی خود می رسد. بنابراین و با توجه به منحنی رسم شده بر روی اسیلوسکوپ می توان مقدار  $\tau$  را بدست آورد. از طرفی مقدار  $\tau$  در این مدار طبق رابطه زیر تعریف می گردد:

$$\tau = \frac{L_h}{R_{test} + R_h + R_{out}} \quad (۱۰)$$

بنابراین با دانستن مقادیر مقاومت ها و محاسبه مقدار  $\tau$ ، مقدار اندوکتانس خودی پیچه ی هلمهولتز بدست می آید:

$$L_h = (R_{test} + R_h + R_{out})\tau \quad (۱۱)$$

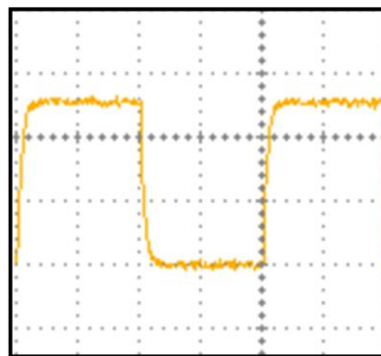
بعد از محاسبه اندوکتانس خودی، می توان ثابت زمانی پیچه ی هلمهولتز را از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\tau_h = \frac{L_h}{R_h} \quad (۱۲)$$

بهتر است مقدار مقاومت تست خیلی بزرگ نباشد تا باعث افزایش تاثیر خطای خواندن ثابت زمانی از روی اسیلوسکوپ در محاسبه اندوکتانس نگردد. هم چنین اگر مقدار آن خیلی هم کوچک باشد ولتاژ اندکی در دو سر آن ظاهر می شود و این خود باعث افزایش خطای محاسبه ولتاژ دو سر آن توسط اسیلوسکوپ خواهد شد. این بزرگی و کوچکی نسبت به مقاومت های موجود در مدار سنجیده می شود. به عنوان نمونه، تغییرات ولتاژ دو سر مقاومت تست در شکل ۶ نشان داده شده است. این آزمایش برای هر سه محور پیچه هلمهولتز به همین شکل قابل انجام بوده و مقادیر اندوکتانس خودی وثابت زمانی هر محور به صورت مجزا محاسبه می گردد. نتایج این تست در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. نتایج تست شناسایی اندوکتانس خودی و ثابت زمانی

$R_h$ ( $\Omega$ )	$L_h$ (mH)	$\tau_h$ (ms)	
۲/۹	۱/۰۱	۰/۳۴۹	محور X
۳/۶۵	۱/۴۳	۰/۳۹۲	محور Y
۳/۳۲	۱/۲۲	۰/۳۶۷	محور Z



شکل ۶. تغییرات ولتاژ دو سر مقاومت تست

### ۵ تست شناسایی اندوکتانس تزویج بین محورها

برای شناسایی اندوکتانس تزویج لازم است تا محور ها را به صورت دو به دو مورد آزمایش قرار داد. با توجه به معادله (۷) در این حالت داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ R_{h2} I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} \\ M_{12} & L_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \end{bmatrix} \quad (13)$$

اگر فرض کنیم که فقط پیچه اول به منبع متصل است (و پیچه دوم مدار باز است)، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} \\ M_{12} & L_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

اگر پیچه اول را به یک منبع سینوسی متصل نماییم، ولتاژی که در دو سر پیچه دوم ظاهر می گردد برابر است با:

$$V_2 = M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad (15)$$

فرم فازوری رابطه فوق به صورت زیر است:

$$|V_2| = jM_{12}\omega|I_1| \quad (16)$$

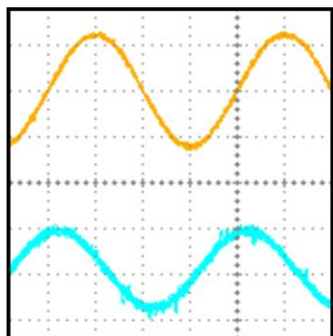
$$\omega = 2\pi f$$

که در آن علامت قدر مطلق به معنی اندازه یا دامنه متغیر مربوطه می باشد و  $f$  نیز فرکانس منبع سینوسی است. بنابراین مقدار  $M_{12}$  برابر خواهد بود با:

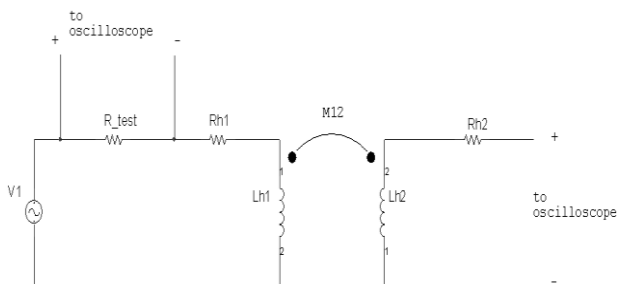
$$M_{12} = \frac{|V_2|}{\omega|I_1|} \quad (17)$$

برای محاسبه  $M_{12}$  به این صورت عمل می کنیم که ابتدا یک مقاومت تست را با پیچه ی محور اول سری نموده و پیچه ی محور اول را با یک منبع تحریک سینوسی تغذیه می کنیم. حال ولتاژ دو سر پیچه ی دوم و ولتاژ دو سر مقاومت تست را با استفاده از اسیلوسکوپ مشاهده می نماییم (شکل ۷). با مشخص بودن مقدار مقاومت تست، اندازه دامنه جریان در پیچه اول مشخص خواهد بود. همچنین با اندازه گیری ولتاژ دو سر پیچه ی دوم از طریق اسیلوسکوپ، مقدار دامنه ولتاژ القایی  $V_2$  نیز محاسبه می گردد. در نهایت با توجه به رابطه (۱۷) مقدار  $M_{12}$  محاسبه می گردد.

همین آزمایش نیز برای پیچه های اول و سوم، و پیچه های دوم و سوم تکرار می شود. به عنوان نمونه شکل ۸ تغییرات ولتاژ دو سر مقاومت تست و ولتاژ القایی را نشان می دهد. نتایج این تست در جدول ۲ آمده است.



**شکل ۸.** ولتاژ مقاومت تست سری شده با پیچه X (منحنی بالایی) و ولتاژ القاء شده در پیچه Y (منحنی پایینی)



**شکل ۷.** مدار مربوط به شناسایی اندوکتانس تزویج

**جدول ۲.** نتایج تست شناسایی اندوکتانس تزویج

$ I_{Rtest} $ (A)	$ V_2 $ (V)	M (mH)	
۰/۱۱۳	۰/۸۵	۰/۱۲	محورهای X و Y
۰/۱۱۳	۱/۰۵	۰/۱۵	محورهای X و Z
۰/۰۸۴	۱/۱۵	۰/۲۲	محورهای Y و Z

## ۶ تحلیل نتایج تست شناسایی

می دانیم که هرچه تعداد دور سیم پیچی بیشتر باشد، مقدار اندوکتانس خودی بیشتر خواهد بود. مقادیر بدست آمده برای اندوکتانس خودی محورهای مختلف نیز این امر را تایید می کند و محور Y که بیشترین تعداد دور سیم پیچی را دارد، ضریب اندوکتانس خودی آن هم بیشتر از دو محور دیگر است. با توجه به نتایج تست، مقدار اندوکتانس تزویج بین محورهای YZ و XZ بیشتر می باشد. علت این امر انحراف یکی از قاب های محور Z ناشی از عدم دقت در مونتاژ قاب ها بوده است که باعث شده است تا شار مغناطیسی تولیدی این محور تاثیر بیشتری را روی دو محور دیگر داشته باشد. همانطور که گفته شد هرچه مقدار اندوکتانس تزویج نسبت به اندوکتانس خودی کمتر باشد، می توان از تاثیر آنها در برابر اندوکتانس خودی صرف نظر نموده و پیچه ها را به صورت مستقل مورد بررسی قرار داد. با مقایسه داده های بدست آمده از آزمایش های انجام شده، ملاحظه می گردد که در بدترین حالت، مقدار اندوکتانس خودی بیش از ۵ برابر اندوکتانس تزویج مربوطه است ( $L_z$  نسبت  $M_{yz}$ ) که علت اصلی آن هم کج بودن قاب محور Z است. در عمل باید سعی نمود تا مقدار اندوکتانس تزویج تا آنجا که ممکن است کوچکتر از اندوکتانس خودی باشد تا در هنگام کنترل میدان مغناطیسی پیچه ها، تأثیر آنها بر روی یکدیگر به حداقل رسیده و عملاً با سه پیچه ی مستقل سروکار داشته باشیم. دو عامل در هرچه کمتر کردن تأثیر میدان پیچه ها بر روی یکدیگر مؤثر است: تعامد هرچه بیشتر قاب ها؛ سیم پیچی صاف و منظم در داخل شیار قاب ها.

## منابع

۱. موسوی، سید محمد صادق، بررسی ملاحظات طراحی و تدوین مدل ریاضی پیچه ی هلمهولتز جهت تست گشتاور دهنده مغناطیسی. پایان-نامه کارشناسی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا، ۱۳۹۰.
۲. گل محمدی آذر، علی، بررسی پسماند مغناطیسی در ماهواره و انجام تست با پیچه ی هلمهولتز. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی انرژی و فیزیک، ۱۳۹۱.