چکیده مبسوط پوسترهای ۴۴مین کنفرانس سالانه ریاضی ایران
۵ الی ۸ شهریور ۹۲، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران.

مدل فازی قضیه مقدار میانگین انتگرال برای حل عددی معادلات انتگرال فازی

فاطمه حیدری[۱] * و علی زین الدینی[۲]

[۱] *کرمان-دانشگاه شهید باهنر کرمان*
tita.heidary@yahoo.com
[۲] *کرمان-دانشگاه علامه جعفری رفسنجان*
a.zin404@yahoo.com

چکیده. در این مقاله از یک روش تحلیلی جدید برای حل معادلات انتگرال فردهلم فازی نوع دوم استفاده می‌کنیم. ایده اصلی این روش بکار بردن مدل فازی قضیه مقدار میانگین انتگرال است. همچنین با استفاده از فرم پارامتری اعداد فازی معادلات انتگرال فردهلم فازی نوع دوم به دستگاه خطی از معادلات نوع دوم در حالت کریسپ تبدیل می شوند. نتایج حاصله از مثالهای ذکر شده موید دقت این روش می باشد.

۱. پیش‌گفتار

موضوع معادلات انتگرال فازی(FIE) علاقمندان بسیاری را در مدت زمان اخیر داشته، بویژه در رابطه با کنترل فازی سریعا رشد کرده است. نخستین بار کاربرد انتگرال فازی توسطWuو Ma که در مورد معادلات انتگرال فردهلم فازی تحقیق کردند مطرح شد. در این مقاله ما یک روش ساده را برای حل FFEI-۲ نشان می دهیم همچنین تاکید می کنیم مسائل خطی و غیر خطی توسط این روش قابل حل می باشد. ایده اصلی این روش بکاربردن قضیه مقدار میانگین انتگرال برای تبدیل FIE و FFEI به دستگاه جبری از معادلات می باشد. سپس دستگاه بدست آمده توسط روش نیوتن یا روش های دیگر حل می شود. مثالها نشان می دهد این روش بسیار ساده و دقیق است.

2010 Mathematics Subject Classification. Primary 45B05; Secondary 45A05, 34K36

واژگان کلیدی. قضیه مقدار میانگین انتگرال، معادلات انتگرال فردهلم فازی نوع دوم ،(FFIE-۲) معادلات انتگرال فازی(FIE). .

* سخنران

۲. مفاهیم مقدماتی

در این بخش مفاهیم اساسی که در محاسبات فازی استفاده می شود مطرح می شود.

تعریف ۱.۲. *یک عدد فازی مجموعه ای فازی بصورت* $u : R^1 \to I = [0, 1]$ *می باشد که در شرایط زیر صدق می‌کند:*

۱- $U(x)$ نیم پیوسته فوقانی است.

۲- $u(x) = 0$ برای خارج از بازه $[0, 1]$.

۳- اعداد حقیقی مانند $c \leqslant a \leqslant b \leqslant d$: $a \leqslant b$ وجود دارد بطوریکه :

۳-۱- $u(x)$ بروی بازه $[c, a]$ یکنواخت صعودی است.

۳-۲- $u(x)$ بروی بازه $[b, d]$ یکنواخت نزولی است.

۳-۳- $u(x) = 1, a \leqslant x \leqslant b$

تعریف ۲.۲. *عدد فازی u بصورت زوج (u^-, u_-) از تابع $(u^-(r), u_-(r)), 0 \leqslant r \leqslant 1$ است.*

۳. معادلات انتگرال فازی

معادله انتگرال فردهلم نوع دوم بصورت زیر است:

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} k(x,t)u(t)dt, x, t \in [a, b] \tag{۱.۳}$$

بطوریکه $\lambda > 0$ پارامتری حقیقی و $k(x, , t)$ تابع هسته دلخواه بروی مربع $F, f, a \leqslant x, t \leqslant b$ توابعی معلوم می باشد. فرم پارامتری FFEI-۲ را با استفاده از تعریف بصورت زیر نشان می دهیم:

$$u_-(t, r) = f_-(t, r) + \lambda \int_a^b \upsilon_1(s, t, u_-(s, r), u^-(s, r))ds \tag{۲.۳}$$

$$u^-(t, r) = f^-(t, r) + \lambda \int_a^b \upsilon_2(s, t, u_-(s, r), u^-(s, r))ds,$$

و

$$\upsilon_1(s, t, u_-(s, r), u^-(s, r)) = \begin{cases} k(s,t)u_-(s,r), k(s,r) \geqslant 0 \\ k(s,t)u^-(s,r), k(s,r) < 0 \end{cases}$$

$$\upsilon_2(s, t, u_-(s, r), u^-(s, r)) = \begin{cases} k(s,t)u^-(s,r), k(s,r) \geqslant 0 \\ k(s,t)u_-(s,r), k(s,r) < 0 \end{cases}$$

۴. قضیه مقدار میانگین انتگرال برای FFEI

اگر s(x) تابعی پیوسته بروی بازه بسته $[a, b]$ باشد، سپس وجود دارد مقدار $a \leqslant c \leqslant b, c$ بطوریکه داریم:

$$\int_a^b s(x)dx = (b - a)s(c) \tag{۱.۴}$$

که برای تابع فازی $s=(s_-,s^-)$ بصورت زیر است :

$$\int_a^b s_-(x,r)dr=(b-a)s_-(s,r),\ \int_a^b s^-(x,r)dr=(b-a)s^-(s,r) \quad (۲.۴)$$

اکنون با استفاده از این ایده برای معادله انتگرال FFEI-۲ داریم

$$u(x)=f(x)+\lambda(b-a)k(x,c)u(c) \quad (۳.۴)$$

در اینجا $c\in[a,b]$ و فقط باید $c,u(c)$ مجهول را بیابیم. با جایگذاری c در رابطه (۲.۴) داریم

$$u(c)=f(c)+\lambda(b-a)k(c,c)u(c) \quad (۴.۴)$$

اکنون برای بدست آوردن رابطه دیگری رابطه (۲.۴) را در معادله (۱.۴) جایگذاری می کنیم و با جایگذاری x=c داریم:

$$u(c)=f(c)+\lambda\int_a^b k(c,t)(f(t)+\lambda(b-a)k(t,c)u(c))dt \quad (۵.۴)$$

بعد از جایگذاری متوالی و بدست آوردن معادلات مناسب به اندازه کافی، اکنون با حل معادلات (۳.۴)و (۴.۴) بفرم پارامتری بطور همزمان، دستگاهی از معادلات بدست می آید که دستگاه حاصله را از روشهای مختلفی می توان حل نمود، که مثلا در اینجا روش نیوتن انتخاب شده است.

۵. مثالهای عددی

مثال ۱.۵. *معادله انتگرال فردهلم فازی با شرایط زیر را داریم و هسته معادله نیز بصورت زیر است:*

$$f_-(t,r)=rt+3\div 26-3\div 26r-1\div 13t^2-1\div 13t^2r \quad (۱.۵)$$
$$f^-(t,r)=2t-rt+3\div 26r+1\div 13t^2r-3\div 26-3\div 13t^2$$
$$k(s,t)=(s^2+t^2-2\div 13),\ 0\leqslant s,t\leqslant 2,\ \lambda=1$$

و در اینجا $a=0$ و $b=2$. جواب دقیق این معادله بدین صورت است:

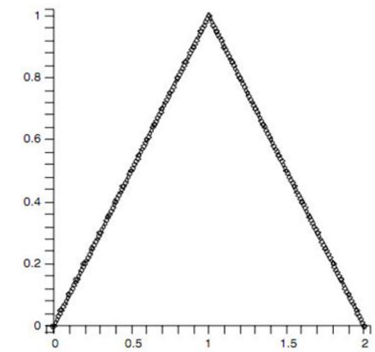
$$F_-(t,r)=rt,F^-(t,r)=(2-r)t \quad (۲.۵)$$

و با استفاده از روش مذکور داریم

$$F_-(c;r)=0/567143290 4r,F^-(c;r) \quad (۳.۵)$$
$$=2(/4181861576)-/4181861576r$$

و در نمودار (۱) که در زیر می بینیم می توانیم جواب دقیق و جواب بدست آمده از روش مذکور را مشاهده و مقایسه نماییم.

نتیجه ۲.۵. *همانطورکه در این مقاله مشاهده کردیم با ستفاده از روش قضیه مقدار میانگین انتگرال می توان جواب تقریبا دقیقی برای معادله انتگرال فازی بدست آورد که دقت بالا و کارایی این روش نسبت به روشهای دیگر بسیار بیشتر می باشد.*



شکل ۱: نمودار مثال ۱.۵

مراجع

1. L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Inform. Control 8(1965)338-353
2. Sugeno, Theory of Fuzzy Integral and Its Application, Ph. D. Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
3. Kandel, Fuzzy statistics and forecast evaluation. IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 8 (1978), 396-401.
4. R. Palm, D. Driankov, Fuzzy inputs, Fuzzy Sets Systems 70 (1995), 315-335.
5. S.Abbasbandy, E. Babolian, H. Sadeghi Goghery, Numerical solution of linear Fredholm fuzzy integral equations of the second kind by Adomian, Applied Mathematics and Comutation 161 (2005), 733-744.