

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو



## کاربرد هماهنگ‌های کروی در تعیین رسانایی الکتریکی زمین



### چکیده :

رسانایی الکتریکی زمین را می‌توان در مقیاس جهانی بر اساس تغییرات میدان ژئومغناطیسی مورد مطالعه قرار داد. به دلیل تغییرات کوچک مقیاس میدان مغناطیسی زمین که در ارتباط با منشأ خارجی می‌باشند، میدان ثانویه‌ای در اقیانوس‌ها و مناطقی از سنگ‌کره و گوشته بالایی که به لحاظ الکتریکی رسانا هستند القا می‌شود. بسته به دوره تناوب تغییرات و توزیع رسانایی الکتریکی زمین این جریانات دارای عمق‌های نفوذ متفاوتی هستند. در این مقاله توانایی تحلیل هماهنگ‌های کروی در جداسازی منشأهای داخلی و خارجی میدان مغناطیسی زمین بررسی و با ترکیب این تحلیل با تحلیل فوری ضرایب گاوس محاسبه شده‌اند. همچنین کاربرد این تحلیل در محاسبه تابع پاسخ  $C$ ، به منظور تعیین مدلی از رسانایی الکتریکی زمین در تابع پاسخ  $C$  جهت تعیین رسانایی الکتریکی زمین نشان داده شده است. توزیع رسانایی الکتریکی در زمین به صورت یک رابطه نمایی به دست آمد.

کلید واژه‌ها: هماهنگ‌های کروی، رسانایی الکتریکی زمین، جداسازی میدان مغناطیسی زمین، تابع پاسخ  $C$

### Abstract:

Earth's electrical conductivity can be studied based on geomagnetic variation in global scale. Short time variation in geomagnetic field due to external origin cause secondary, induced field in oceans and electrically conductive regions of lithosphere and upper mantle. Depending on variations period and earth's conductivity distribution these induced fields have different penetration depth. In this paper shown the ability of spherical harmonics Analysis in separating geomagnetic field into internal and external origin and by combination of spherical harmonics analysis with Fourier analysis the gauss coefficients calculated. Also its application in C-response function to determine earth's electrical conductivity is shown. Earth electrical conductivity varies exponentially with depth.

Keywords: spherical harmonics, Earth's electrical conductivity, geomagnetic field separation, C-response function



### مقدمه :

چشمه های میدان ژئومغناطیس را برحسب موقعیتی که نسبت به سطح زمین دارند به دو گروه داخلی (واقع در داخل زمین) و خارجی (واقع در خارج زمین) تقسیم می کنند. قسمت عمده این میدان به دلیل سازوکار ژئودیناموی هسته مایع خارجی است که بیش از ۹۷ درصد سهم میدان کل را تشکیل می دهد (لانژ و هاینز ۱۹۹۸). بر اساس تئوری ژئودینامو، برهمکنش بین هسته مایع خارجی و میدان مغناطیسی زمین نه تنها منبع جریانی است که تغییرات بلندمدت میدان را سبب می شود بلکه این میدان را در برابر زوال درازمدت، که به دلیل اتلاف اهمی رخ می دهد حفظ می کند (وورهایز ۱۹۹۵). در سنگ کره کانی های فرومغناطیسی وجود دارند که زیر دمای کوری می توانند توسط میدان مغناطیسی کنونی مغناطیده شوند یا میدان مغناطیسی گذشته را در خود ذخیره کنند. این میدان همراه میدان هسته زمین برای اندازه گیری های روی سطح زمین میدان های داخلی به شمار می روند. میدان مغناطیسی خارجی شامل میدان های یونسپهری، مغناطیسپهری و جریان های موجود در آنهاست. به علت وجود تغییرات در میدان مغناطیسی خارجی، میدان مغناطیسی القا شده ای به وجود می آید که سهم کوچکی را در میدان مغناطیسی کل زمین خواهد داشت.

میدان های متغیر مربوط به چشمه های خارجی مثل تغییرات روزانه (daily variation) یا طوفان های مغناطیسی (magnetic storms) سبب ایجاد جریان های القایی درون زمین می شوند که میدان حاصل از این جریان ها در میدان مغناطیسی قابل مشاهده روی سطح زمین سهم هستند. این موضوع القای ژئومغناطیسی نامیده می شود. با استفاده از تحلیل هماهنگ های کروی در مورد داده های رصدخانه ای، می توان سهم مولدهای درونی و بیرونی میدان ژئومغناطیس را از یکدیگر جدا و تابع پاسخی به صورت نسبت سهم بخش داخلی به خارجی میدان محاسبه نمود. مقدار این تابع و نحوه تغییرات آن به مشخصات منبع خارجی میدان و توزیع رسانایی الکتریکی در زمین بستگی دارد.



## بحث :

روش رایج برای مدل سازی میدان مغناطیسی زمین حل معادله لاپلاس در دستگاه مختصات کروی با استفاده از توابع هماهنگ کروی است. با استفاده از این روش می توان سهم مولدهای درونی و بیرونی میدان ژئومغناطیس را از هم تفکیک کرد. واضح است که پتانسیل میدان مغناطیسی در خارج از منطقه حاوی جریان ها از معادله لاپلاس تبعیت می کند. در حقیقت در خارج از منطقه حاوی جریان ها ( $J=0$ ) از قانون آمپر داریم  $\nabla \times \vec{B} = 0$  و در نتیجه میدان مغناطیسی پایستار است و می توان آن را با گرادیان یک پتانسیل نرده ای نمایش داد:

$$\vec{B} = -\nabla U \quad (1)$$

از طرفی می دانیم که  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  در نتیجه:

$$\nabla^2 U = 0 \quad (2)$$

که معادله لاپلاس است و می توان آن را در دستگاه های مختصات مختلف برای  $U$  حل کرد. با توجه به این واقعیت که سطح زمین تقریباً کروی است و اندازه گیری ها روی این سطح صورت می گیرند، دستگاه مختصات کروی با انتخاب مرکز زمین به عنوان مبدأ را به کار می بریم. معادله لاپلاس در این دستگاه به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3)$$

معادله فوق را می توان با استفاده از روش جداسازی متغیرها حل کرد که جواب نهایی آن به صورت زیر خواهد بود:

$$U(R, \theta, \varphi) = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=n}^{\infty} \{ (g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi)) \left(\frac{R}{a}\right)^{n+1} + (q_n^m \cos(m\varphi) + s_n^m \sin(m\varphi)) \left(\frac{r}{a}\right)^n \} P_n^m(\cos\theta) \quad (4)$$

در این رابطه  $a$  شعاع زمین،  $P_n^m(\cos\theta)$  چند جمله ای های وابسته لژاندر،  $\theta$  متمم عرض جغرافیایی،  $\varphi$  طول جغرافیایی،  $g_n^m$  و  $h_n^m$  ضرایب داخلی و  $q_n^m$  و  $s_n^m$  ضرایب خارجی هستند که این چهار ضریب به ضرایب گاوس مشهورند. برای محاسبه ضرایب گاوس و تعیین سهم منشأ های داخلی و خارجی، هر سه مؤلفه میدان مغناطیسی زمین ( $B_r, B_\theta, B_\varphi$ ) را توسط رابطه زیر بسط فوری می دهیم:

$$E_i = \sum_{m=0}^M (C_m \cos mT_i + S_m \sin mT_i) \quad (5)$$

در این رابطه  $E_i$  یکی از سه مؤلفه میدان مغناطیسی است و ضرایب  $C_m$  و  $S_m$  از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$C_m = \left(\frac{1}{12}\right) \sum_{i=1}^{24} E_i \cos mT_i \quad (6)$$

$$S_m = \left(\frac{1}{12}\right) \sum_{i=1}^{24} E_i \sin mT_i \quad (7)$$

$$C_0 = \left(\frac{1}{24}\right) \sum_{i=1}^{24} E_i \quad (8)$$

می‌توان دستگاه مختصات دکارتی را انتخاب کرد به طوری که در آن  $X$  در جهت شمال  $Y$  در جهت شرق و  $Z$  به سمت پایین باشد و مؤلفه‌های میدان مغناطیسی را در این دستگاه نمایش داد، این کار از پیچیده شدن محاسبات جلوگیری می‌کند. روابط بین مؤلفه‌های میدان در دو دستگاه کروی و دکارتی به صورت زیر خواهد بود:

$$B_x = X = -B_\theta \quad (9)$$

$$B_y = Y = B_\phi \quad (10)$$

$$B_z = Z = -B_r \quad (11)$$

از برابر قرار دادن بسط فوریه هر مؤلفه با بسط تحلیل هماهنگ کروی آن یک دستگاه معادلات به وجود می‌آید. با حل این دستگاه معادلات برای ضرایب گاوس روابط زیر را خواهیم داشت:

$$g_n^m = \left(\frac{1}{2n+1}\right) \left( \frac{nX_c^m}{dP_n^m(\cos\theta)/d\theta} + \frac{Z_c^m}{P_n^m(\cos\theta)} \right) \quad (12)$$

$$h_n^m = \left(\frac{1}{2n+1}\right) \left( \frac{nX_s^m}{dP_n^m(\cos\theta)/d\theta} - \frac{Z_s^m}{P_n^m(\cos\theta)} \right) \quad (13)$$

$$q_n^m = \left(\frac{1}{2n+1}\right) \left( \frac{(n+1)X_c^m}{dP_n^m(\cos\theta)/d\theta} + \frac{Z_c^m}{P_n^m(\cos\theta)} \right) \quad (14)$$

$$s_n^m = \left(\frac{1}{2n+1}\right) \left( \frac{(n+1)X_s^m}{dP_n^m(\cos\theta)/d\theta} + \frac{Z_s^m}{P_n^m(\cos\theta)} \right) \quad (15)$$

در این روابط  $Z_c^m$  و  $X_c^m$  به ترتیب ضرایب کسینوسی مؤلفه‌های  $X$  و  $Z$  میدان مغناطیسی زمین و  $Z_s^m$  و  $X_s^m$  به ترتیب ضرایب سینوسی مؤلفه‌های  $X$  و  $Z$  میدان مغناطیسی زمین می‌باشند.

نوعی از تغییرات میدان مغناطیسی زمین، تغییرات روزانه مربوط به روزهای آرام معروف به تغییرات میدان Sq است. تغییرات میدان مغناطیسی Sq نمودی از یک سیستم جریان در یونسپهر است. گرم شدن در قسمت روز و سرد شدن در قسمت شب اتمسفر، بادهای کشندی را تولید می‌کند که پلاسمای یونسپهری را بر خلاف میدان مغناطیسی زمین می‌راند و میدان‌های الکتریکی و جریاناتی را در ناحیه دینامو، ارتفاع بین ۳۰ تا ۸۰۰ کیلومتری به وجود می‌آورد. این سیستم جریان نسبت به خط زمین - خورشید ثابت می‌ماند و تغییرات منظم روزانه را تولید می‌کند. این تغییرات را می‌توان مستقیماً در ثبت‌های مغناطیسی روزهای آرام مشاهده کرد.

این میدان ۴ مؤلفه غالب با دوره تناوب‌های ۲۴، ۱۲، ۸ و ۶ ساعته دارد که می‌توان با این ۴ مؤلفه میدان Sq را با تحلیل فوریه باز سازی کرد (شکل (۱)). با تحلیل فوریه دو مؤلفه  $X$  و  $Z$  میدان Sq و با استفاده از هماهنگ‌های کروی ضرایب مربوط به منشاهای داخلی و خارجی محاسبه شدند.

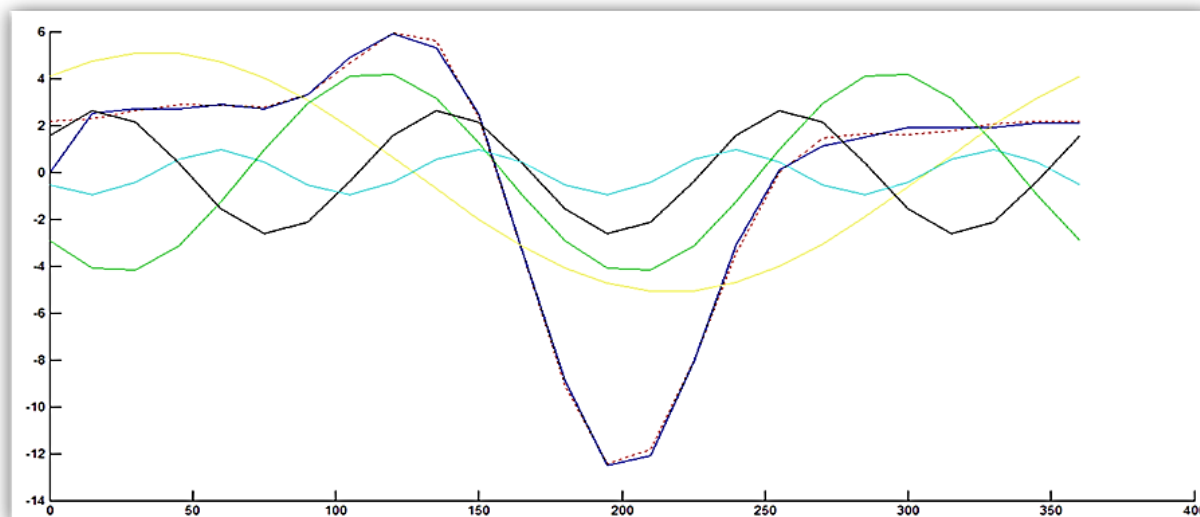
با استفاده از ضرایب گاوس محاسبه شده در تابع پاسخ  $C$ ، که به صورت زیر تعریف می‌شود می‌توان رسانایی الکتریکی زمین را بر حسب عمق تخمین زد (اشموکر ۱۹۷۰).

$$C_n^m = z - ip \quad (16)$$

که در آن:

$$z = \frac{a}{n(n+1)} \left\{ \frac{(g_n^m + q_n^m)[nq_n^m - (n+1)g_n^m] + (h_n^m + s_n^m)[ns_n^m - (n+1)h_n^m]}{(g_n^m + q_n^m)^2 + (h_n^m + s_n^m)^2} \right\} \quad (17)$$

$$p = \frac{a}{n(n+1)} \left\{ \frac{(g_n^m + q_n^m)[ns_n^m - (n+1)h_n^m] - (h_n^m + s_n^m)[nq_n^m - (n+1)g_n^m]}{(g_n^m + q_n^m)^2 + (h_n^m + s_n^m)^2} \right\} \quad (18)$$



شکل ۱. تحلیل فوریه تغییرات میدان Sq برای یک روز که بر حسب زاویه ساعتی  $\varphi$  و دامنه با مقیاس گاما رسم شده است. تغییرات میدان Sq با رنگ آبی، و مؤلفه‌های فوریه با  $m=1$  و دوره تناوب ۲۴ ساعت با رنگ زرد،  $m=2$  و دوره تناوب ۱۲ ساعت با رنگ سبز،  $m=3$  و دورتناوب ۸ ساعت با رنگ مشکی،  $m=4$  و دوره تناوب ۶ ساعت با رنگ فیروزه‌ای و جمع  $\Sigma$  مؤلفه با نقطه چین قرمز نمایش داده شده‌اند. روشن است با هماهنگی‌های  $\Sigma$  گانه فوریه به خوبی می‌توان میدان Sq را بازسازی کرد.

عمق لایه رسانای هم ارز با مرتبه  $m$  و درجه  $n$  عبارتست از:

$$d_{n,m} = z - p \quad km \quad (19)$$

و برای محاسبه رسانایی از تابع جهانی زیر استفاده می‌شود:

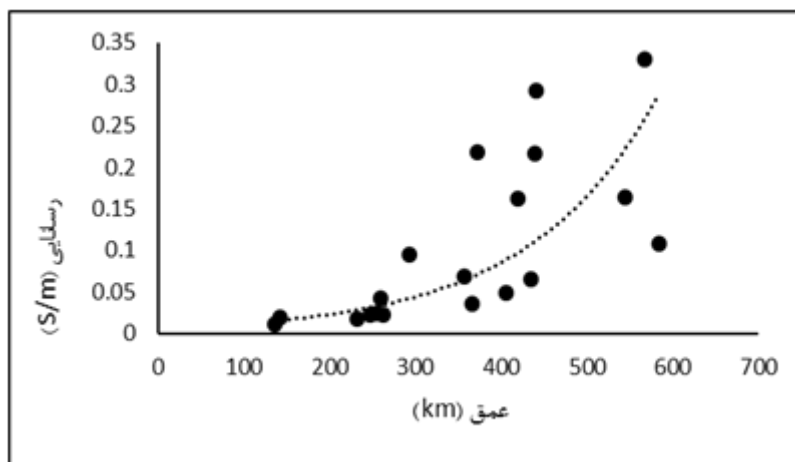
$$\sigma_{n,m} = \frac{5.4 \times 10^4}{(m\pi p)^2} \quad (20)$$

البته باید توجه داشت که صحت روابط (۱۹) و (۲۰) محدود به شرایط زیر است:

$$-45^\circ \leq \arg C_n^m \leq 0 \quad (21)$$

نتیجه نهایی حاصل از توابع C در شکل ۲ آمده است. بر اساس این شکل رسانایی ویژه الکتریکی در گوشته فوقانی به صورت نمایی با عمق متغیر است و از رابطه (۲۲) تبعیت می‌کند.

$$\sigma = 0.006e^{0.0066d} \quad (22)$$



شکل ۲. نمودار رسانایی بر حسب عمق



## نتیجه گیری :

در این تحقیق نقش اساسی هماهنگ‌های کروی در توصیف و تفکیک میدان مغناطیسی زمین به منشأهای داخلی و خارجی آن نشان داده شد. با استفاده از تحلیل هماهنگ‌های کروی ضرایب گاوس مربوط به منشأهای داخلی و خارجی محاسبه شد و با به کار بردن این ضرایب در تابع پاسخ  $C$ ، توزیع رسانایی الکتریکی زمین بر حسب عمق به صورت یک رابطه نمایی به دست آمد.



## References:

Jacobs J. A., 1989. Geomagnetism - volume 3. Academic Press, London

Langel, R.A., and W.J. Hinze, 1998. The magnetic field of the Earth's lithosphere: The satellite perspective, Cambridge University Press, Cambridge.

Schmucker, U., An introduction to induction anomalies, J. Geomag. Geoelectr., 22, 9-33, 1970.

Voorhies, C.V., 1995. Time-varying fluid flow at the top of earth's core derived from definitive geomagnetic reference field models, J. Geophys. Res., 100, 10029-10039

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

تازه ترین

بررسی مقاله ای متون (مقدماتی)

کارگاه آنلاین  
بررسی مقابله ای متون (مقدماتی)

PROPOSAL  
پروپوزال

تازه ترین

پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

تازه ترین

آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو