سیزدهمین کنفرانس آمار ایران
۲-۴ شهریور ۱۳۹۵

استنباط بیزی و پیش‌بینی آماره‌های مرتب توزیع وایبل تحت داده‌های سانسوریده فزاینده نوع دوم

علی آقامحمدی،مصطفی بنیادی [۱]

[۱]دانشگاه زنجان

گروه آمار-دانشگاه زنجان

چکیده: این مقاله استنباط بیزی برای هر دو پارامتر توزیع وایبل را وقتی که داده‌ها تحت سانسور فزاینده نوع دوم مشاهده می‌شوند، مورد بحث قرار می‌دهد. لذا ابتدا استنباط بیزی برای پارامترهای مجهول توزیع وایبل، تحت توابع زیان مختلف در نظر گرفته می‌شود. چون برآوردگرهای بیز در این مدل زمانی که هر دو پارامتر مجهول باشند، به فرم بسته قابل حصول نیستند، لذا از روش نمونه‌گیری گیبز که یک گام آن براساس روش متروپولیس- هستینگز است برای محاسبه برآوردهای بیزی و نیز ساختن فواصل باورمند بیزی معتبر استفاده می‌شود. علاوه براین پیش‌بینی بیزی آماره‌های مرتب آینده را براساس نمونه‌های مشاهده شده در نظر گرفته و توزیع پیش‌بین برای مشاهدات آینده محاسبه شده‌اند. شبیه سازی مونت کارلو برای مقایسه روش‌های بیزی و ماکزیمم درستنمایی و تجزیه و تحلیل داده‌ها به منظور تشریح اهداف مقاله ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: برآورد بیزی، سانسورفزاینده نوع دو، توزیع وایبل، نمونه گیر گیبز، متروپولیس-هستینگز

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62F15، 65C05، 62N86.

۱ مقدمه

توزیع وایبل [۱] یکی از معروف‌ترین مدل‌های طول عمر بوده که به دلیل انعطاف پذیری آن، کاربردهای فراوانی در تحلیل داده‌های قابلیت اعتماد دارد. در قابلیت اعتماد و تحلیل طول عمر، اغلب داده‌ها سانسوریده هستند. گویند متغیر تصادفی T دارای توزیع وایبل با پارامترهای α و λ است و با نماد $w(\alpha, \lambda)$ نمایش می‌دهند، هرگاه تابع توزیع آن به صورت

$$F(t;\alpha,\lambda)=1-e^{-(\lambda t)^{\alpha}}, \quad t>0, \alpha>0, \lambda>0 \qquad (۱.۱)$$

[۱]نام ارائه دهنده: bonyadi.mostafa@yahoo.com

[۱]weibull

باشد، که در آن λ پارامتر مقیاس و α پارامتر شکل توزیع را نشان می‌دهد. تابع چگالی این توزیع به صورت

$$f(t;\alpha,\lambda)=\alpha\lambda t^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^{\alpha}},\qquad t>0,\alpha>0,\lambda>0 \tag{۲.۱}$$

به‌دست می‌آید [اسدی (۱۳۹۲)]. تابع قابلیت اعتماد و تابع نرخ خطر نیز به‌ترتیب برابر

$$R(t)=e^{-(\lambda t)^{\alpha}},\qquad t>0 \tag{۳.۱}$$

$$h(t)=\alpha\lambda^{\alpha}t^{\alpha-1},\qquad t>0 \tag{۴.۱}$$

است. یکی از انواع سانسورها، سانسور فزاینده نوع دوم است که در آن n واحد آزمایش در یک آزمون طول عمر با n زمان $T_1,\cdots,T_n$ مشاهده می‌شوند. فرض کنید T_i ها متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع با تابع چگالی (۲.۱)، عدد صحیح m $(m<n)$ مقداری مشخص و ثابت بوده و $R_1,\cdots,R_m$ اعداد صحیح نامنفی باشند، به قسمی که $n=m+R_m+\cdots+R_1$. آنگاه طرح سانسور فزاینده نوع دوم به صورت زیر تعریف می‌شود. در زمان شکست اول یعنی T_1، R_1 واحد آزمایشی به طور تصادفی از آزمایش حذف می‌شوند. به طور مشابه، در زمان شکست دوم یعنی T_2، R_2 واحد آزمایشی به صورت تصادفی از آزمایش حذف می‌شوند. بنابراین در زمان شکست m ام، $R_m=n-R_1-\cdots-R_{m-1}-m$ واحد آزمایشی باقی مانده از آزمایش خارج می‌شوند [کاندا (۲۰۰۸)]. بنابراین داده‌های $\{(t_1,R_1),\cdots,(t_m,R_m)\}$ در یک طرح سانسور فزاینده نوع دوم مجموعه مشاهدات را مشخص می‌کنند. توجه کنیم که مقادیر $R_1,\cdots,R_m$ نیز به عنوان بخشی از داده‌ها، از پیش تعیین شده و معلوم‌اند.

هدف این مقاله استنباط بیزی برای دو پارامتر توزیع وایبل یعنی α و λ تحت توابع زیان درجه دوم، قدر مطلق و لینکس است.

۲ تعریف مدل، توابع زیان و توزیع‌های پیشینی

هدف، برآورد و تعیین فواصل باورمند بیزی برای پارامترهای α و λ است. برای برآورد پارامترها توابع زیان زیر در نظر گرفته شده‌اند.
[کاندا و رغب (۲۰۱۲)]

توابع زیان درجه دوم،

$$L_1(\theta,\delta)=(\theta-\delta)^2. \tag{۱.۲}$$

تابع زیان قدر مطلق،

$$L_2(\theta,\delta)=|\theta-\delta| \tag{۲.۲}$$

تابع زیان لینکس،

$$L_3(\theta,\delta)=\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{a^*}-a^*ln(\frac{\delta}{\theta})-1 \tag{۳.۲}$$

۳ برآوردهای بیزی و فواصل باورمند

در این بخش، ابتدا برآوردهای بیز پارامترهای α و λ با فرض اینکه α معلوم است در نظر گرفته شده و سپس با فرض اینکه هر دو پارامتر مجهول‌اند، برآوردها محاسبه می‌شوند.

۱.۳ پارامتر شکل توزیع، α معلوم است

اگر فرض کنیم α معلوم است، آنگاه تابع درستنمایی توزیع وایبل تحت داده‌های سانسور فزاینده نوع دوم براساس مشاهدات $\{(t_1, R_1), \cdots, (t_m, R_m)\}$ به‌صورت

$$L(\lambda \mid Data) = c\prod_{i=1}^{m} f(t_i)[1 - F(t_i)]^{R_i} \tag{۱.۳}$$

است، که در آن که $c = n(n-1-R_1)\cdots(n-R_1-\cdots-R_{m-1}-m+1)$ [حبیبی و همکاران (۲۰۱۱)]. با توجه به روابط (۱.۱) و (۲.۱) و جایگزینی در معادله (۱.۳) تابع درستنمایی را می‌توان به صورت

$$L(\lambda \mid Data) \propto \alpha^m \lambda^m \prod_{i=1}^{m} t_i^{\alpha} e^{-\lambda\sum_{i=1}^{m}(R_i+1)t_i^{\alpha}}. \tag{۲.۳}$$

به‌دست آورد. با توجه به این تابع درستنمایی توزیع پیشینی مزدوج برای λ توزیع پیشینی مزدوج به صورت $\pi_1(\lambda \mid a, b) = (\frac{b^a}{\Gamma(a)})\lambda^{a-1}e^{-b\lambda}$ است که در آن a و b ابر پارامترها و معلوم‌اند. حال با توجه به تابع درستنمایی و توزیع پیشینی λ ، توزیع پسینی λ به صورت $Gamma\left(a+m, b+\sum_{i=1}^{m}(R_i+1)t_i^{\alpha}\right)$ به دست می‌آید. بنابراین برآوردگر بیز λ تحت تابع زیان مربع خطا (L_1) برابر میانگین توزیع پسینی و به صورت

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{a+m}{b+\sum_{i=1}^{m}(R_i+1)t_i^{\alpha}} \tag{۳.۳}$$

محاسبه می‌شود.

می‌دانیم که برآورد بیز با توجه به تابع زیان L_2، میانه توزیع پسینی است. چون در توزیع گاما عبارت صریح برای میانه موجود نیست، لذا می‌توان آن‌را به صورت زیر تقریب زد

$$\widehat{\lambda}_2 = \frac{m+c_1}{b+\sum_{i=1}^{m}(R_i+1)t_i^{\alpha}} + o(m^{-3}) \tag{۴.۳}$$

که در آن $c_1 = a - \frac{1}{3n} + \frac{8}{405n^2}$ است،.

با استفاده از لم ۵ (کایرونگ و همکاران (۲۰۰۶)) برآوردگر بیز تحت تابع زیان لینکس(L_3) به صورت

$$\widehat{\lambda}_3 = \frac{m+c_2}{b+\sum_{i=1}^{m}(R_i+1)t_i^{\alpha}} + o(m^{-3}) \tag{۵.۳}$$

به‌دست می‌آید که در آن $c_2 = a - \frac{(a^*+1)}{2} - \frac{(a^*-1)}{24m}$ [کایرونگ و همکاران (۲۰۰۶)] .

۲.۳ هر دو پارامتر شکل ومقیاس نامعلوم‌اند

چون در این حالت α نامعلوم است، لذا برای آن توزیع پیشینی $\pi_۲(\alpha)$ را که لگ–مقعر[۲] با تکیه‌گاه $(\circ,\infty)$ است، در نظر می‌گیریم. با توجه به تابع درستنمایی مشاهدات رابطه‌ی (۲.۳) توزیع توام پسینی α و λ به صورت

$$\pi\left(\alpha,\lambda \mid Data\right) \propto l\left(\alpha,\lambda \mid Data\right) \times \pi_۱(\lambda \mid a,b) \times \pi_۲(\alpha) \qquad (۶.۳)$$

به‌دست می‌آید. لذا تابع چگالی پسینی توام α و λ را می‌توان به صورت

$$\pi\left(\alpha,\lambda \mid Data\right) = \frac{l(\alpha,\lambda \mid Data) \times \pi_۱(\lambda \mid a,b) \times \pi_۲(\alpha)}{\int_\circ^\infty \int_\circ^\infty l(\alpha,\lambda \mid Data) \times \pi_۱(\lambda \mid a,b) \times \pi_۲(\alpha) d\alpha d\lambda} \qquad (۷.۳)$$

در نظر گرفت. به وضوح حتی اگر $\pi_۲(\alpha)$ توزیع مشخصی باشد، با توجه به توابع زیان‌های عنوان شده برآوردهای بیز به شکل بسته قابل حصول نیستند. لذا برای تحلیل بیزی از روش‌های MCMC استفاده می‌کنیم.

قضیه ۱.۳. $(\lambda \mid \alpha, Data) \sim Gamma\left(a+m, b+\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i^\alpha\right)$

اثبات. می‌دانیم توزیع پسینی شرطی λ به شرط پارامتر α، به صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}
\pi(\lambda \mid Data,\alpha) &\propto \pi_۱(\lambda \mid a,b) \times l(\alpha,\lambda \mid Data)\\
&\propto e^{-\lambda b}\lambda^{a-۱}\lambda^m e^{-\lambda\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i^\alpha}\\
&\propto \lambda^{m+a-۱} e^{-\lambda\left(b+\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i^\alpha\right)}
\end{aligned}$$

بنابراین $(\lambda \mid \alpha, Data) \sim Gamma\left(a+m, b+\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i^\alpha\right)$ است. □

قضیه ۲.۳. توزیع پسینی α با انتگرال گیری رابطه (۶.۳) نسبت به λ و حذف آن به صورت

$$\pi(\alpha \mid Data) \propto \pi_۲(\alpha)\alpha^m \prod_{i=۱}^m t_i^{\alpha-۱} \frac{۱}{(b+\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i)^{a+m}}$$

به‌دست می‌آید. توجه شود که هسته‌ی توزیع شناخته شده‌ای نیست و لذا نمی‌توان به‌سادگی از آن نمونه‌گیری انجام داد. اما می‌توان اثبات کرد که این هسته دارای خاصیت لگ–مقعر است [کاندا (۲۰۰۸)]. لذا با استفاده از روش (چیب ،۱۹۹۵) می‌توان α را به روش متروپولیس–هستینگز تولید کرد. برای این منظور قرار می دهیم

$$\begin{aligned}
g(\alpha) &= \log(\pi(\alpha \mid Data))\\
&= -\alpha d + c\log(\alpha) + m\log(\alpha) + (\alpha-۱)\sum_{i=۱}^m \log(t_i^\alpha) - (a+m)\log\left[b+\sum_{i=۱}^m (R_i+۱)t_i^\alpha\right]
\end{aligned}$$

[۲] log-concave

حال در الگوریتم متروپولیس-هستینگز توزیع پیشنهادی را $N(\mu_\alpha, \sigma_\alpha^2)$ در نظر می‌گیریم که در آن $\mu_\alpha = \alpha^* - \frac{g'(\alpha^*)}{g''(\alpha^*)}$ و $\sigma_\alpha^2 = -\frac{1}{g''(\alpha^*)}$ که در آن α^* مد یا تقریباً مد تابع $g(\alpha)$ است. $g'(\alpha^*)$ و $g''(\alpha^*)$ نیز بترتیب مشتق مرتبه اول و دوم $g(\alpha)$ با قرار دادن نقطه $\alpha = \alpha^*$ است[چیب (۱۹۹۵)].

حال که α_1 تولید شد λ_1 را به صورت $\pi_1(\lambda \mid \alpha, Data)$ همانند قضیه (۱.۳) تولید می‌کنیم.

۴ مطالعه‌ی شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی به منظور بررسی رفتار برآوردگرهای مختف بیزی برای طرح‌های مختلف سانسور فزاینده نوع دوم ارائه شده است و هدف مقایسه کارایی برآوردهای بیز و ماکزیمم درستنمایی تحت توابع زیان عنوان شده براساس شبیه‌سازی است.
برای این منظور، نمونه‌های تصادفی با فرض سانسور فزاینده نوع دوم به حجم نمونه n و حجم نمونه موثر m با استفاده از الگوریتم ارائه شده توسط بالاکریشنان و ساندا تولید شده است [بالاکریشنان و ساندا (۱۹۹۵)]. و نیز برای همه‌ی طرح‌های سانسور، $\alpha = 1$ و $\lambda = 1$ را قرار داده و برآوردگرهای ماکزیمم درستنمایی و برآوردگرهای مختلف بیزی را مورد مقایسه قرار داده و اثرات آن‌ها روی مقادیر مختلف را پیدا خواهیم کرد.
برای تولید نمونه‌های سانسور فزاینده توزیع وایبل، از الگوریتم ارائه شده توسط بالاکریشنان و ساندا استفاده شده است. برآوردهای بیزی را با استفاده از روش‌های $MCMC$ نظیر الگوریتم روش نمونه‌گیری گیبز و متروپولیس-هستینگز تحت توابع زیان مربع خطا، قدر مطلق و لینکس به ازای $a = b = c = d = 1$ با تکرار ۱۰۰۰ محاسبه شده است.
در شبیه‌سازی‌ها طرح های نمونه‌گیری زیر در نظر گرفته شده‌اند.

طرح ۱: $n = 20$ ، $m = 15$ ، $R_1 = \cdots = R_{14} = 0$ ، $R_{15} = 5$؛ $(20, 15, 14 * 0, 5)$

طرح ۲: $n = 20$ ، $m = 15$ ، $R_2 = \cdots = R_{15} = 0$ ، $R_1 = 5$؛ $(20, 15, 5, 14 * 0)$

طرح ۳: $n = 30$ ، $m = 15$ ، $R_1 = \cdots = R_{14} = 0$ ، $R_{15} = 15$؛ $(30, 15, 14 * 0, 15)$

طرح ۴: $n = 30$ ، $m = 15$ ، $R_2 = \cdots = R_{15} = 0$ ، $R_1 = 15$؛ $(30, 15, 15, 14 * 0)$

در جدول ۱ برآوردهای ماکزیمم درستنمایی و برآوردهای بیزی و میانگین مربعات خطا(MSE) به ازای n و Rهای مختلف محاسبه شده است. ملاحظه می‌شود که در همه‌ی طرح‌های سانسور عنوان شده برآوردگر بیز به لحاظ معیار MSE عملکرد بهتری نسبت به برآوردگر ماکزیمم درستنمایی دارد.

جدول ۱: برآورد و توان دوم خطا برای $\alpha = 1$ و $\lambda = 1$ با تکرار ۱۰۰۰

طرح‌های سانسور	MLE		sq.err(Bayes۱)		Abs.err(Bayes۲)		$a^* = 0/1(Bayes3)$	
	α	λ	α	λ	α	λ	α	λ
۱	۱/۱۰۷۱	۱/۰۸۹۴	۱/۰۵۰۴	۱/۰۶۰۴	۰/۹۵۰۹	۱/۰۵۲۳	۱/۰۰۳	۰/۸۹۷۴
(۲۰, ۱۵, ۱۴ * ۰, ۵)	(۰/۰۹۱۳)	(۰/۱۳۸۶)	(۰/۰۴۱۱)	(۰/۰۹۱۰)	(۰/۰۲۱۲)	(۰/۱۰۲۱)	(۰/۰۴۶۶)	(۰/۰۱۳۳)
۲	۱/۰۸۸۶	۱/۰۳۹۶	۱/۰۴۷۱	۱/۰۳۳۸	۱/۰۴۰۴	۰/۸۹۴۱	۰/۹۷۶۱	۹۶۰۵
(۲۰, ۱۵, ۵, ۱۴ * ۰)	(۰/۰۶۱۳)	(۰/۱۰۶۳)	(۰/۰۳۳۴)	(۰/۰۹۲۲)	(۰/۰۲۱۲)	(۰/۱۰۲۱)	(۰/۰۳۰۸)	(۰/۰۰۲۴)
۳	۱/۱۱۷۰	۱/۱۹۷۱	۱/۰۴۰۸	۱/۰۹۵۹	۱/۰۸۸۴	۱/۱۹۵۷	۰/۹۵۶۴	۱/۰۳۳۳
(۳۰, ۱۵, ۱۴ * ۰, ۱۵)	(۰/۰۹۹۱)	(۰/۳۴۷۳)	(۰/۰۴۴۵)	(۰/۱۰۴۸)	(۰/۰۱۱۱)	(۰/۱۴۳۹)	(۰/۰۲۹۹)	(۰/۰۰۱۶)
۴	۱/۰۸۶۱	۱/۰۶۱۰	۱/۰۴۷۱	۱/۰۳۳۸	۱/۰۳۷۶	۱/۰۶۲۴	۱/۰۸۱۴	۰/۹۸۱۷
(۳۰, ۱۵, ۱۵, ۱۴ * ۰)	(۰/۰۵۳۰)	(۰/۰۹۵۱)	(۰/۰۳۱۵)	(۰/۰۸۲۲)	(۰/۰۳۸۱)	(۰/۰۶۵۰)	(۰/۰۱۵۸)	(۰/۰۰۰۹)

۵ پیش بینی آماره‌های مرتب آینده

در این بخش پیش‌بینی بیزی آماره‌های مرتب آینده براساس نمونه‌های سانسوریده فزاینده نوع دو در گرفته می‌شوند. توجه شود که این مسائل(پیش‌بینی) اخیراً مورد توجه خاصی قرار گرفته است، برای مثال بالاکریشنان و همکاران (۲۰۱۰) و منابع ذکر شده در آن را ببینید. مسئله پیش‌بینی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم. فرض کنید$T_{(1)} < \cdots < T_{(m)}$ نمونه‌های معلوم مشاهده شده به عنوان نمونه آگاهی بخش و $T_{(m+1)} < \cdots < T_{(n)}$ آماره‌های مرتب مشاهده نشده باشند. مسئله پیش‌بینی شامل پیش‌بینی آماره‌های مرتب آینده، یعنی $T_{(m+k)}$ به ازای $0 < k \leq n-m$ است[بالاکریشنان و همکاران (۲۰۱۰)].

برای پیش‌بینی آماره مرتب آینده $T_{(m+k)}$ ابتدا تابع چگالی پیش‌بین $T_{(m+k)}$ را با توجه به m آماره مشاهده اول به دست می‌آوریم. از مباحث آمار بیز می‌دانیم که تابع چگالی پیش‌بین به صورت

$$\pi_{T_{(m+k)}}(y \mid data) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_{T_{(m+k)}}(y \mid \alpha, \lambda, data)\, \pi(\alpha, \lambda \mid data) d\alpha d\lambda, \qquad y > t_{(m)}. \qquad (۱.۵)$$

محاسبه می‌شود که در آن $f_{T_{(m+k)}}(y \mid \alpha, \lambda, data)$ تابع چگالی شرطی $T_{(m+k)}$ با توجه به $t_{(1)} < \cdots < t_{(m)}$ است. با استفاده از ویژگی مارکفی آماره‌های مرتب شرطی داریم

$$\begin{aligned} f_{T_{(m+k)}}(y|\alpha, \lambda, data) =& f_{T_{(m+k)}|T_{(m)}=t_{(m)}}(y|\alpha, \lambda, data) \\ =& \frac{(n-m)!}{(k-1)!(n-k-m)!} \alpha\lambda y^{\alpha-1} e^{-\lambda(n-k-m+1)y^\alpha} (e^{-\lambda t_{(m)}^\alpha} - e^{-\lambda y^\alpha})^{k-1} e^{\lambda(n-m)t_{(m)}^\alpha} \\ & , y > t_{(m)}. \end{aligned} \qquad (۲.۵)$$

بنابراین، تابع چگالی پیش‌بین $T_{(m+k)}$ برای هر نقطه $y > t_{(m)}$ به صورت زیر است

$$\begin{aligned} f^*_{T_{(m+k)}}(y|data) &= E_{posterior}\left[f_{T_{(m+k)}|T_m=t_{(m)}}(y|\alpha, \lambda, data)\right] \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty f_{T_{(m+k)}|T_{(m)}=t_{(m)}}(y|\alpha, \lambda, data)\pi(\alpha, \lambda \mid data) d\alpha d\lambda. \end{aligned} \qquad (۳.۵)$$

به طور مشابه، تابع بقا پیش‌بین برای هر نقطه $y > t_{(m)}$ به صورت

$$\begin{aligned} S_{\overset{*}{T}_{(m+k)}}(y|data) &= E_{posterior}\left[S_{T_{(m+k)|T_m=t_{(m)}}}(y|\alpha,\lambda,data)\right] \\ &= \int_{\circ}^{\infty}\int_{\circ}^{\infty} S_{T_{(m+k)|T_{(m)}=t_{(m)}}}(y|\alpha,\lambda,data)\pi(\alpha,\lambda|data)d\alpha d\lambda. \end{aligned} \tag{۴.۵}$$

به دست می‌آید که در آن $S_{T_{(m+k)|T_{(m)}=t_{(m)}}}(y \mid data) = \int_y^{\infty} f_{T_{(m+k)|T_{(m)}=t_{(m)}}}(u \mid \alpha,\lambda,data)du$ که از معادله (۲.۵) به‌دست می‌آید. حال می‌توان با توجه به روش‌های $MCMC$ عنوان شده در بخش قبل برآوردی از هر دو توزیع به دست آورد. یک ویژگی مهم دیگر پیش‌بینی، ساختن یک فاصله پیش‌بین دو طرفه برای $T_{(m+k)}$ است. فاصله پیش‌بین متقارن ۱۰۰γ٪ برای $T_{(m+k)}$ می‌توان با حل معادلات غیرخطی زیر به‌طور همزمان

$$\frac{1+\gamma}{2} = p(T_{(m+k)} > L \mid Data) \Rightarrow S_{\overset{*}{T}_{(m+k)}|Data}(L) = \frac{1+\gamma}{2} \tag{۵.۵}$$

$$\frac{1-\gamma}{2} = p(T_{(m+k)} > U \mid Data) \Rightarrow S_{\overset{*}{T}_{(m+k)}|Data}(L) = \frac{1-\gamma}{2} \tag{۶.۵}$$

به‌دست آورد. که در آن U و L بترتیب کران بالا و پایین را نشان می‌دهند.

۶ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله استنباط کلاسیک و بیزی برای توزیع وایبل تحت داده‌های سانسوریده فزاینده نوع دوم مورد بررسی قرار گرفت. زمانی‌که وقتی هر دو پارامتر توزیع وایبل نامعلوم‌اند، برآوردهای بیز تحت توابع زیان عنوان شده به شکل بسته قابل حصول نیستند، لذا از روش نمونه‌گیری گیبز استفاده شده است. برآوردگرهای بیزی و ماکزیمم درستنمایی با استفاده از شبیه سازی مونت‌کارلو و با انتخاب طرح‌های سانسور مختلف با یکدیگر مقایسه شدند. براساس نتایج حاصل، زمانی که توزیع پیشینی آگاهی‌بخش باشد، استنباط بیزی در همه‌ی طرح‌ها نسبت به غیر بیزی دارای کارایی بالاتری است.

مراجع

اسدی، ج. (۱۳۹۲). آشنایی با نظریه قابلیت اعتماد، چاپ اول، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، تهران.

Balakrishnan N. and Sandhu R.A. (1995), A Simple Simulational Algorithm for Generation Progressive type-II Censored sample. *American Statistical Association* 49, 229-230.

Balakrishnan N., Beutner E. and Cramer E. (2010), Exact two-sample nonparametric confidence, prediction, and tolerance intervals based on ordinaryand progressively Type-II right censored data. *Test* 19, 68–91.

Chib, S. (1995),Marginal likelihood from the Gibbs output. *Journal of American statistical Association* 90,1313-1321.

Cuirong R., Dongchu S. and Dipak K. D. (2006), Bayesian andfrequntist stimation and prediction for exponential distributions. *Journal of statistical planning and Inference* 136, 2873-2897.

Kundu D. (2008), Bayesian inference and life testing plan for the Weibull distribution in presence of progressive censoring, *American Statistical Association* 50, 144-154.

Kunda D. and Raqab M.Z. (2012), Bayesian inference and pridiction of order statistics for a type-II censored weibull distribution. *Journal of statistical planning and Inference* 142, 41-47.

S. Ghafoori, A. Habibi Rad, M. Doostparast (2011), Bayesian Two-Sample Prediction with Progressively Type-II Censored Data for Some Lifetime Models. *JIRSS* 10, 63-68.