

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله

نقش اثر کولن در سطح مقطع نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون

آکی، حسن؛ علوی، سید علیرضا؛ مهماندوست خواجه داد، علی اکبر

گروه فیزیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

چکیده

تعیین سطح مقطع نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون و آهنگ نابودی اهمیت بسیار زیادی در فیزیک هسته‌ای نظری و تجربی دارد. با در نظر گرفتن اثر کولن و بدون آن، سطح مقطع و آهنگ نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهند نقش اثر کولن در افزایش سطح مقطع نابودی، خصوصا در سرعت های پایین، بسیار مهم است. در سرعت $v/c=0.01$ سطح مقطع نابودی با اثر کولن حدود پنج برابر سطح مقطع نابودی بدون اثر کولن می‌باشد. این افزایش سطح مقطع نابودی، به دلیل جاذبه‌ی کولنی پوزیترون و الکترون قابل توجه است. رابطه‌ی برای آهنگ نابودی مستقیم پوزیترون با الکترون با حضور اثر کولن بدست آمده و نشان داده می‌شود که آهنگ نابودی پوزیترون با الکترون فقط با وارد کردن اثر کولنی به سرعت نسبی الکترون و پوزیترون وابسته می‌شود.

کلمات کلیدی: سطح مقطع نابودی مستقیم، آهنگ نابودی مستقیم، اثر کولن، پلاسمای الکترون-پوزیترون

مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعه رفتار پوزیترون‌ها در آزمایشگاه افق‌های جدیدی به روی فیزیک هسته‌ای، فیزیک اتمی و مولکولی و ... گشوده و تحقیق درباره جمع آوری و انبار کردن تعداد کافی از پوزیترون‌ها که به صورت یک سیستم بس‌ذره‌ای رفتار کنند، مورد توجه قرار گرفته است [۱]. تاکنون فعالیت‌های زیادی در این زمینه مانند: تولید پلاسمای الکترون-پوزیترون در آزمایشگاه، شتاب دادن پوزیترون‌ها و کاربردهای اخترازیکی و ... انجام شده است [۲، ۳، ۴]. پلاسمای الکترون-پوزیترون نمونه‌ای از یک طبقه بزرگ پلاسمای با جرم مساوی (یا زوج پلاسمای) هستند که دارای خواص یکتایی در تقارن بین دو نوع ذرات با بار مخالف می‌باشند. برخی از خواص پلاسمای الکترون-پوزیترون عبارتند از: یکسان بودن جرم و اندازه بار الکترون و پوزیترون که خواص دینامیکی یکسانی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها به وجود می‌آورد، قابلیت جفت شدگی در حضور یک میدان مغناطیسی با امواج الکترومغناطیسی، رخداد نابودی جفت و تولید پرتوهای گاما با انرژی معین. پلاسمای الکترون-پوزیترون، هنگامی خوب تعریف شده است که طول عمر آن در برابر زمان نابودی، خیلی خیلی بزرگتر از مقیاس زمانی ویژه برای نوسانات جمعی باشد [۴].

تا کنون دو روش برای تولید پلاسمای الکترون-پوزیترون در آزمایشگاه وجود دارد: در روش اول، یک باریکه الکترونی نسبیتی به یک هدف با عدد اتمی بالا برخورد کرده و در نتیجه جفت الکترون-پوزیترون تولید می‌شود. سپس پلاسمای جفتی تولید شده در یک آینه مغناطیسی به دام افتاده و به سرعت با تابش سرد می‌شود. در روش دوم، پوزیترون‌ها از یک چشمه پرتوزا مانند ^{22}Na با تکنیک‌های پیشرفته جمع آوری می‌شوند [۴، ۵]. نابودی الکترون-پوزیترون در محیط پلاسمای به دو طریق می‌تواند رخ دهد: نابودی مستقیم پوزیترون‌ها با الکترون‌های پلاسمای و دیگری گیراندازی تابشی پوزیترون‌ها توسط الکترون‌ها که به صورت حالت‌های مقید، یعنی تشکیل پوزیترونیوم، می‌تواند رخ دهد. در انرژی‌های بالا ($E \geq 13.6 \text{ eV}$) پوزیترون‌ها تمایل به نابودی مستقیم با الکترون‌های پلاسمای دارند تا اینکه تشکیل پوزیترونیوم دهند. آهنگ انجام این فرایند را با استفاده از تعیین سطح مقطع نابودی الکترون-پوزیترون می‌توان به دست آورد [۵].

مطالعه‌ی برهمکنش الکترون-پوزیترون در شاخه‌های مختلف فیزیک کاربرد فراوانی دارد که یکی از مهمترین آنها، طیف سنجی طول عمر نابودی پوزیترون در ماده می‌باشد [۶، ۷]. نیروی کولنی بین الکترون و پوزیترون نقش بسیار مهمی در سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی پوزیترون و الکترون دارد. با توجه به کاربرد گسترده پلاسمای الکترون-پوزیترون، مطالعه برهمکنش الکترون-پوزیترون در محیط پلاسمای و تعیین سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی مستقیم می‌تواند از اهمیت زیادی برخوردار باشد. در این مطالعه ابتدا سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی مستقیم بدون اثر کولن محاسبه می‌شود و سپس با وارد کردن اثر کولن این پارامترها مجدداً تعیین شده و در نهایت نتایج به دست آمده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی الکترون-پوزیترون:

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

برای سادگی محاسبات فرض می‌کنیم که فرایند نابودی مستقیم در چارچوب مرکز جرم الکترون-پوزیترون رخ می‌دهد، الکترون و پوزیترون به عنوان ذرات آزاد و تابع موج فوتون تولید شده به صورت امواج تخت در نظر گرفته می‌شود. با فرض تقریب بورن، در ابتدا از برهمکنش کولنی بین الکترون و پوزیترون صرف نظر کرده و سطح مقطع فرایند نابودی مستقیم از قاعده طلایی فرمی که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود، محاسبه می‌شود [۵، ۸]:

$$v\sigma_a = \frac{2\pi}{\hbar} \int \sum_{\epsilon} |\langle b | H | c \rangle|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \delta(E_c - E_b - \hbar kc) \quad (1)$$

که v سرعت نسبی بین الکترون و پوزیترون در جدایی بی‌نهایت، σ_a سطح مقطع نابودی الکترون-پوزیترون، \mathbf{H} هامیلتونی برهمکنش و $\hbar k$ تکانه هر فوتون می‌باشد. همچنین \mathbf{b} و \mathbf{c} به حالت‌های مقید و پیوسته حرکت نسبی دو ذره مربوط می‌شوند.

$$E_c - E_b - \hbar kc = 2mc^2 - 2\hbar kc \quad (2)$$

$$H = \frac{2\pi e^2 \hbar}{m} \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}}{(\omega \omega')^{1/2}} \quad (3)$$

در رابطه‌ی (۳)، $\vec{\epsilon}$ و $\vec{\epsilon}'$ بردار یکه‌ی قطبش هر فوتون، e اندازه‌ی بار الکترون، m جرم الکترون، \hbar ثابت پلانک تقسیم بر 2π و ω و ω' فرکانس هر فوتون می‌باشد [۹]. با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در رابطه‌ی (۱):

$$v\sigma_a = \frac{2\pi}{\hbar} w_0 \int \sum_{\epsilon} |\langle \gamma, \gamma' | \frac{2\pi e^2 \hbar}{m} \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}}{(\omega \omega')^{1/2}} | e^+, e^- \rangle|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \delta(2mc^2 - 2\hbar kc) \quad (4)$$

که $w_0 = \frac{1}{2}$ کسری برای در نظر گرفتن جفت‌های بازترکیبی می‌باشد. جمع روی قطبش‌ها شامل $(\vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}')^2$ مساوی ۲ خواهد شد و بعد از محاسبات به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\sigma_a = \frac{\pi e^4}{m^2 c^3 v} \quad (5)$$

با معرفی دو پارامتر $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ و $\Lambda = \frac{\hbar}{mc}$ به شکل دیگری برای رابطه سطح مقطع نابودی می‌رسیم:

$$\sigma_a = \frac{\pi \alpha^2 \Lambda^2 c}{v} \quad (6)$$

آهنگ نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون به صورت زیر ارائه می‌شود [۴، ۵]:

$$\alpha_a = \langle \sigma_a v \rangle = \frac{\int_0^\infty \sigma_a v N_v dv}{\int_0^\infty N_v dv} \quad (7)$$

که در آن N_v تعداد ذرات در واحد حجم با سرعت نسبی v می‌باشد. با فرض توزیع ماکسولی برای الکترون و پوزیترون داریم:

۱۶ و ۱۷ شهریور ماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$$N_v dv = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv \quad (8)$$

بعد از محاسبات به رابطه زیر برای α_a می‌رسیم:

$$\alpha_a = \frac{\pi e^4}{m^2 c^3} = \pi \alpha^2 \Lambda^2 c \quad (9)$$

سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی الکترون-پوزیترون با در نظر گرفتن اثر کولنی: سهم اثر کولن در سطح مقطع نابودی الکترون-پوزیترون را می‌توان با ضرب مجذور تابع موج پراکندگی کولنی الکترون و پوزیترون در سطح مقطع نابودی (رابطه‌ی ۶) در نظر گرفت [۵]. به منظور یافتن تابع موج، از معادله شرودینگر شعاعی شروع می‌کنیم [۱۰]:

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} + \kappa^2 - V(r) \right] \psi_{\kappa, l}(r) = 0 \quad (10)$$

که در آن $V(r) = \frac{me^2}{r}$ پتانسیل کاهش یافته و κ تکانه زاویه‌ای نسبی الکترون و پوزیترون می‌باشد. نهایتاً برای یکی از جواب‌های مجانبی معادله (۱۰) در حد $\kappa r \rightarrow 0$ رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|\psi_{\kappa, l}|^2 = C_l^2 = \left[\frac{2^l}{\Gamma(2l+2)} \right]^2 [\Gamma(l+1-i\xi)\Gamma(l+1+i\xi)] e^{\pi\xi} \quad (11)$$

که $\xi = \frac{me^2}{2\kappa}$ می‌باشد. می‌توان نشان داد که برای حالت s ، معادله‌ی (۱۱) این‌گونه خواهد شد:

$$C_0^2 = \frac{2\pi\xi}{1-e^{-2\pi\xi}} \quad (12)$$

با ضرب کردن C_0^2 در رابطه‌ی (۶) سطح مقطع نابودی الکترون-پوزیترون با در نظر گرفتن اثر کولن به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\sigma_a^c = \left(\frac{\pi e^4}{m^2 c^3 v}\right) C_0^2 \quad (13)$$

که در آن σ_a^c سطح مقطع نابودی با در نظر گرفتن اثر کولن می‌باشد. در نهایت، به رابطه ساده‌تری برای σ_a^c می‌رسیم:

$$\sigma_a^c = 2\pi^2 \alpha^3 \Lambda^2 \left(\frac{c}{v}\right)^2 (1 - e^{-2\pi\xi})^{-1} \quad (14)$$

با در نظر گرفتن سطح مقطع نابودی تصحیح شده با اثر کولنی، آهنگ نابودی مستقیم با فرض توزیع ماکسولی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها قابل محاسبه است:

$$\alpha_a^c = \langle \sigma_a^c v \rangle = 8\pi^3 \alpha^3 \Lambda^2 c^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{v e^{-\frac{mv^2}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{2\pi\alpha c}{v}}} dv \quad (15)$$

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

با تغییر متغیرهای $x^2 = \frac{mv^2}{2kT}$ و $a = 2\pi\alpha c \left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{1}{2}}$ و معرفی انتگرال بدون بعد $J(a)$ که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J(a) = \frac{4a}{\pi^{1/2}} \int_0^{\infty} \frac{x e^{-x^2}}{1 - e^{-\frac{a}{x}}} dx \quad (16)$$

رابطه (۱۵) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\alpha_a^c = \pi \alpha^2 \Lambda^2 c J(a) \quad (17)$$

با توجه به اینکه نابودی مستقیم در دماهای بالا رخ می‌دهد، در این دماها a کوچک خواهد بود و می‌توان برای $J(a)$ تقریب زیر را به کار برد:

$$J(a) \cong 1 + \frac{a}{\pi^{1/2}} + \frac{a^2}{6} + \dots \quad (18)$$

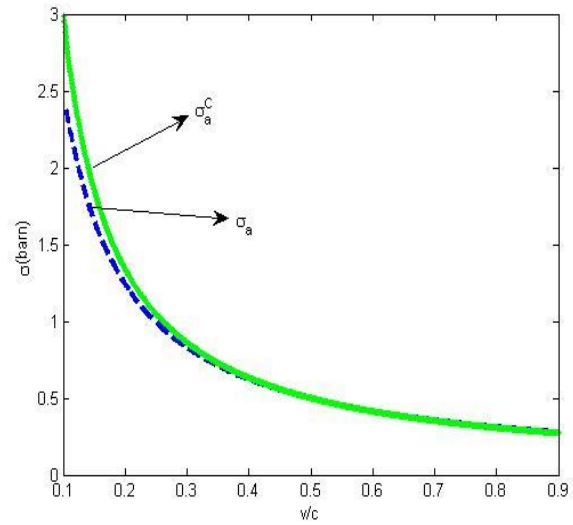
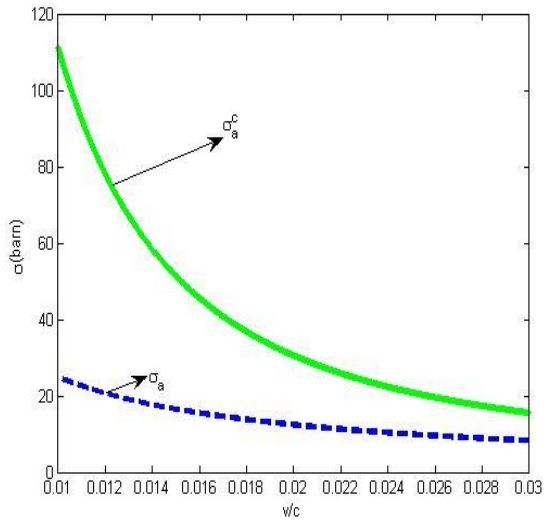
با این تقریب، رابطه نهایی زیر برای آهنگ نابودی الکترون-پوزیترون با در نظر گرفتن اثر کولن به دست می‌آید:

$$\alpha_a^c = \pi \alpha^2 \Lambda^2 c + 6^{1/2} \pi^{3/2} \alpha^3 \Lambda^2 c \left(\frac{c}{v}\right) + \pi^3 \alpha^4 \Lambda^2 c \left(\frac{c}{v}\right)^2 + \dots \quad (19)$$

نتایج:

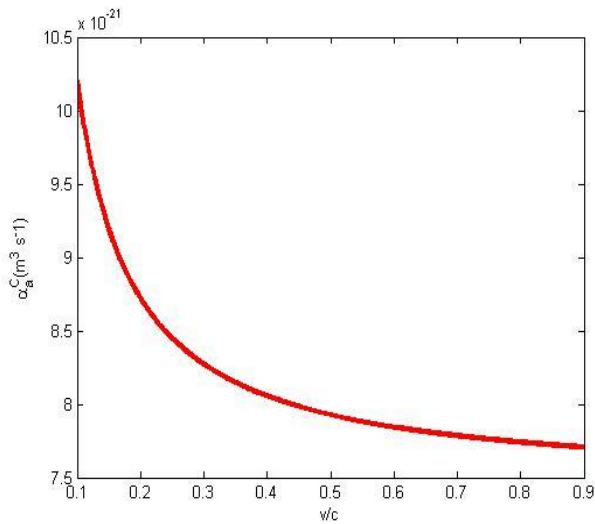
شکل‌های (۱) و (۲)، نشان می‌دهند که با افزایش سرعت نسبی الکترون و پوزیترون، سطح مقطع نابودی مستقیم با در نظر گرفتن اثر کولن و بدون آن کاهش می‌یابد و با کاهش سرعت، سطح مقطع نابودی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۲) در می‌یابیم که اثر کولنی در سطح مقطع نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون، خود را در سرعت‌های پایین بیشتر نشان می‌دهد و در سرعت‌های بالا اثر

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد



شکل ۲: مقایسه دو سطح مقطع نابودی با و بدون اثر کولن در سرعت‌های پایین

شکل ۱: مقایسه دو سطح مقطع نابودی با و بدون اثر کولن



شکل ۳: نمودار آهنگ نابودی با اثر کولن بر حسب (V/C)

۱۶ و ۱۷ شهریور ماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

کولنی تاثیر چندانی در سطح مقطع نابودی ندارد. (در $v/c=0.01$ سطح مقطع نابودی با اثر کولن حدود پنج برابر سطح مقطع نابودی بدون اثر کولن می‌باشد). بدون اثر کولن، آهنگ نابودی مستقیم طبق رابطه‌ی (۹) به سرعت وابسته نیست، اما با در نظر گرفتن اثر کولنی طبق رابطه‌ی (۱۹) آهنگ نابودی مستقیم به سرعت نسبی الکترون و پوزیترون وابسته می‌شود. شکل (۳) نشان می‌دهد که آهنگ نابودی مستقیم با اثر کولن، در سرعت‌های پایین افزایش و در سرعت‌های بالا کاهش می‌یابد.

بحث و نتیجه‌گیری:

در این مطالعه، ابتدا سطح مقطع نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون با استفاده از اصول اولیه و بدون اثر کولن محاسبه شده و همچنین رابطه‌ای برای آهنگ نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون، با فرض توزیع ماکسولی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها، بدون اثر کولنی به دست آمده است. با توجه به اینکه اثر کولنی نقش مهمی در فرایندهای نابودی مستقیم الکترون-پوزیترون دارد، اثر کولنی را با ضرب کردن مربع اندازه‌ی تابع موج پوزیترون و الکترون در مبدا برای حالت s ، وارد نموده و مجدداً سطح مقطع نابودی و آهنگ نابودی مستقیم محاسبه شده است. نمودارها و روابط به دست آمده نشان می‌دهند که اثر کولنی نقش مهمی، خصوصاً در سرعت‌های پایین، در سطح مقطع نابودی مستقیم دارد. با وارد کردن اثر کولنی وابستگی آهنگ نابودی به سرعت نسبی پوزیترون و الکترون در روابط دیده می‌شود که اصلاح مهمی در رابطه‌ی مربوط به آهنگ نابودی می‌باشد. تصحیح روابط سطح مقطع و آهنگ نابودی، نقش تعیین کننده‌ای در مطالعات نظری طیف سنجی طول عمر نابودی پوزیترون و پلاسمای الکترون-پوزیترون مانند: شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی، نابودی زوج و تابش پرتوهای گاما و... خواهد داشت.

منابع:

- Phys. Rev. E, plasma in the laboratory, 1. C. M. Surko, M. Leventhal and A. Passner, Positron Vol.62, N.8, 1989.
- B. Shokri, S. M. Khorashadizadeh, Acceleration of positrons by a relativistic electron beam, Phys. Of plasmas, Vol.11,N.4, 2004.
- A. R. Niknam, H. Aki, S. M. Khorashadizadeh, Acceleration of positrons by a relativistic electron beam in presence of quantum effects, Phys. Of plasmas, Vol.20, 092122, 2013.
- N. Iwamoto, Collective modes in nonrelativistic electron-positron plasmas, Phys. Rev. E, Vol.47,N.1, 1992.

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

5. R. J. Gould, Direct positron annihilation and positronium formation in thermal plasmas, *Astrophysical Journal*, vol.344:232-238, 1989.
- Positron annihilation lifetime spectroscopy of ZnO bulk samples, *Physical Review B*, 76(2007).
6. A. Zubiaga et al.,
7. G. P. Karwasz et al., Application of positron annihilation techniques for semiconductor studies, *Journal of alloys and compounds*,382,244-251,(2004).
8. J. J. Sakurai, *Modern quantum mechanics*, Addison-Wesley,1994.
9. R. J. Gould, The cross section for double Compton scattering, *Astrophysical Journal*, vol.285:275-278, 1984.
10. M. L. Goldberger, K. M. Watson, *Collision theory*, John Wiley & Sons, 1967.

Archive of SID

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



سامانه ویراستاری STES



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی



مقاله نویسی علوم انسانی



اصول تنظیم قراردادها



آموزش مهارت های کاربردی در تدوین و چاپ مقاله