

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



عضویت در خبرنامه



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



PROPOSAL

پروپوزال

مركز آموزش  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی



مركز آموزش  
روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی

کارگاه آنلاین  
روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی



مركز آموزش  
آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترکیه های جستجو

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترکیه های جستجو

## بازیابی سطوح مقاطع دو گروهی معادله پخش از توزیع شار رآکتور به روش معکوس

القار نوری\*، عبدالحمید مینوچهر، احمد ذوالفقاری، مهدی زنگیان، مصطفی یوسفی

دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی هسته‌ای، گروه رآکتور.

### چکیده:

در این مقاله از روی توزیع شار رآکتور و ضریب تکثیر مؤثر نوترون در آن، پارامترهای دو گروهی معادله پخش با استفاده از روش معکوس<sup>۱</sup> بازیابی می‌شود. این پارامترها شامل ضرایب پخش گروهی و سطوح مقاطع حذف، شکافت و پراکندگی می‌باشد. در این روش معادله دوگروهی پخش به شکل عملگری<sup>۲</sup> بازنویسی شده و ویژه مقادیر و ویژه بردارهای ماتریس سطوح مقاطع با در دست داشتن توزیع شار، کسر توان تولیدی در هر ناحیه، ضریب تکثیر مؤثر و ضریب پخش گروهی مربوط به تنها یکی از نواحی بازیابی می‌شوند. سپس با حل مسئله معکوس از روی این مقادیر و بدون استفاده از کتابخانه‌های داده‌های هسته‌ای و مقادیر شار الحاقی همه سطوح مقاطع گروهی نواحی با دقت خوبی برآورد می‌شوند.

**کلمات کلیدی:** مسئله معکوس، معادله پخش نوترون، طراحی رآکتور

### ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر مسئله معکوس در بیشتر زمینه‌های علوم و مهندسی مورد توجه قرار گرفته است. در برخی از موارد حل مسئله معکوس به اندازه حل مسائل مستقیم<sup>۳</sup> آن دارای اهمیت است. در یک مسئله معکوس، مجهولات بر اساس مشاهدات و تاثیرات ناشی از آن تعیین می‌شوند. در حوزه مهندسی هسته‌ای یافتن پارامترهای قلب یک رآکتور در حال کار و اطلاع از وضعیت سوخت از جمله غنای آن (سطح مقطع شکافت) و چینش بهینه و اقتصادی سوخت از اهمیت بالایی برخوردار است که پیش از طراحی رآکتور باید مورد توجه قرار گیرد که در این بخش علیرغم مزایای قابل توجه، بهره‌گیری از مسئله معکوس تا حد زیادی مغفول مانده است.

در حل رو به جلوی<sup>۴</sup> معادله چندگروهی پخش و مسئله ویژه مقداری آن، توزیع شار و کسر توان در هر ناحیه را محاسبه می‌کنیم. با دانستن نتایج حل مستقیم معادله پخش نوترون (مثلاً از طریق اندازه‌گیری‌های

<sup>۱</sup> Inverse Method

<sup>۲</sup> Operator

<sup>۳</sup> Direct

<sup>۴</sup> Forward

آزمایشگاهی) می توان با استفاده از روش معکوس پارامترهای مربوط به این معادله را که عبارتند از ضرایب گروهی پخش نوترون و سطوح مقاطع گروهی در نواحی مختلف قلب را بدست آوریم. در تئوری معکوس بیشتر مسائلی به جواب مطلوب می رسند که در آن ها حساسیت پاسخ سامانه نسبت به تغییرات ضرایب معادله پایین باشد. همچنین بنابر نظریه معکوس امکان بازیابی همه پارامترهای حل مستقیم در همه مسائل وجود ندارد و اعمال قیود و شرط های جانبی برای محدود سازی پارامترها در برخی مواقع کاملاً ضروری است. بعلاوه، باید توجه نمود که ورودی های مسئله معکوس شامل برخی خطاهای آزمایشگاهی بوده و تنظیم کردن داده ها نیز در این روش ضروری است.

در این مقاله بعنوان داده ورودی از مقادیر توزیع شار گروهی و ضریب تکثیر مؤثر بدست آمده از خروجی حل معادله پخش رو به جلو توسط یک کد معتبر (DONJON) استفاده شده و با الگوریتم پیشنهادی پارامترهای معادله پخش برای یک رآکتور چند ناحیه ای دو گروهی شامل ضرایب پخش و سطوح مقاطع بازیابی می شوند. در این محاسبات از هیچ کتابخانه داده های هسته ای یا شار الحاقی استفاده نشده است. به دلیل محدودیت های ذاتی نظریه حل معکوس مقدار ضریب پخش یکی از نواحی از قبل دانسته شده چرا که در غیر این صورت، مسئله معکوس دارای بی نهایت جواب است. با اعمال قید پیوستگی جریان در مرز بین نواحی ضرایب پخش سایر نواحی محاسبه می شوند. در ادامه ضمن تشریح مبانی کار، برای صحت سنجی، نتایج محاسبات معکوس برای چند محک مورد بررسی قرار گرفته اند.

## ۲ - بازنگری معادله پخش نوترون دو گروهی از دیدگاه عملگری

معادله دو گروهی پخش نوترون بصورت زیر نوشته می شود: [۱]

$$-D_1 \frac{d^2 \phi_1}{dx^2} + \Sigma_{r1} \phi_1 = \frac{\nu \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \phi_2}{k} \quad (1-الف)$$

$$-D_2 \frac{d^2 \phi_2}{dx^2} + \Sigma_{a2} \phi_2 = \Sigma_{21} \phi_1 \quad (1-ب)$$

دو معادله دیفرانسیل وابسته به هم را می توان بصورت عملگری زیر باز نویسی نمود:

$$-\nabla^2 \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

با مقایسه دو معادله (۱-الف)، (۱-ب)، با معادله (۲) آرایه های ماتریس ضرایب را بصورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} m_{11} &= (\nu \Sigma_{f1} / k - \Sigma_{r1}) / D_1 & ; & & m_{12} &= \nu \Sigma_{f2} / D_2 k \\ m_{21} &= \Sigma_{21} / D_2 & ; & & m_{22} &= -\Sigma_{a2} / D_2 \end{aligned} \quad (3)$$

معادله (۲) یک معادله ویژه مقدراری با و دو ویژه مقدار مربوط به ماتریس سطوح مقاطع بشکل زیر است:

$$e_1 = \{m_{11} + m_{22} + \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}m_{21}}\} / 2 \quad (۴-الف)$$

$$e_2 = \{m_{11} + m_{22} - \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}m_{21}}\} / 2 \quad (۴-ب)$$

این ویژه مقادیر  $e_i$  متناظر با ویژه توابع  $\Phi_i = [\varphi_{i1}, \varphi_{i2}]^T$  برای  $i = 1, 2$  می‌باشند. راه حل کلی رابطه (۲) ترکیب خطی این ویژه توابع است که یکی شار حالت پایا و دیگری در شرایط پویای گذرا ظاهر می‌شود:

$$\phi_g(x) = \varphi_{1g}\psi_1(x) + \varphi_{2g}\psi_2(x) \quad g = 1, 2 \quad (۵)$$

زیر نویس  $g$  نشاندهنده گروه نوترونی بوده و در نواحی دور از مرزهای داخلی حالت پایا بر سامانه غالب است (  $\phi_{gasy}(x) = \varphi_{1g}\psi_1(x)$  ) و در فاصله دور از مرز نواحی، شار بوسیله این مولفه تعیین می‌شود درحالی که مقدار مولفه ناپایدار (  $\phi_{ghm}(x) = \varphi_{2g}\psi_2(x)$  ) در مرزها به برقراری شرایط مرزی کمک می‌کند. در رابطه (۵)،  $\psi_1(x)$  و  $\psi_2(x)$  به ترتیب مدهای پایدار و ناپایدار ویژه توابع هستند، که از معادله زیر بدست می‌آیند

$$\frac{d^2\psi_i(x)}{dx^2} + e_i\psi_i(x) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (۶)$$

نسبت مؤلفه‌های یک ویژه بردار را بصورت زیر معرفی می‌کنیم

$$s_i = \varphi_{i2} / \varphi_{i1} \quad i = 1, 2 \quad (۷)$$

برای ساده سازی روابط استخراج شده، ویژه توابع را با اعمال  $\varphi_{i1} = 1$  و در نتیجه  $\varphi_{i2} = s_i$  بهنجار می‌کنیم و بنابراین ویژه توابع بصورت  $\Phi_i = [1, s_i]^T$  برای  $i = 1, 2$  می‌شوند. لذا شار گروهی می‌تواند بصورت زیر

بیان شود

$$\varphi_1(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x) \quad (۸-الف)$$

$$\varphi_2(x) = s_1\psi_1(x) + s_2\psi_2(x) \quad (۸-ب)$$

مد پایداری برابر است با

$$\psi_1(x) = \begin{cases} a \sin Bx + b \cos Bx & e1 = B^2 > 0 \\ a \sinh Bx + b \cosh Bx & e1 = B^2 < 0 \end{cases} \quad (۹-الف)$$

که  $B^2$  معرف باکلینگ هندسی است. مد ناپایدار نیز برابر است با

$$\psi_2 = c \sinh \lambda x + d \cosh \lambda x \quad e_2 = -\lambda^2 \quad (۹-ب)$$

با جفت کردن ضرایب در معادله (۸-ب) داریم:

$$s_1 = \frac{e_1 - m_{11}}{m_{12}} = \frac{m_{21}}{e_1 - m_{22}} \quad (۱۰-الف)$$

$$s_2 = \frac{e_2 - m_{11}}{m_{12}} = \frac{m_{21}}{e_2 - m_{22}} \quad (۱۰-ب)$$

با توجه به تعریف درایه های ماتریس سطوح مقاطع (۲)، نتایج فوق نسبت مقادیر شار گروهی را با مقادیر سطوح مقاطع گره می‌زند.

### ۳- تجزیه و تحلیل معکوس

در این بخش به فرمول‌بندی مسئله معکوس می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که توزیع شار گروهی را داریم. در این مقاله از خطای اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی یا حل رو به جلوی شار صرف نظر می‌شود. با توجه به روابط استخراج شده مشاهده می‌شود که امان‌های ماتریس ضرایب به مقادیر پارامترهای معادله پخش گروهی به مقادیر  $e_2, e_1, s_2, s_1$  بستگی دارند. با معلوم بودن این مقادیر، درایه‌های ماتریس ضرایب نیز محاسبه شده و به این ترتیب می‌توان مقادیر سطوح مقاطع را محاسبه نمود.

$$m_{11} = \frac{s_1 e_2 - s_2 e_1}{s_1 - s_2}, m_{12} = \frac{e_1 - e_2}{s_1 - s_2} \quad (10)$$

$$m_{21} = \frac{s_1 s_2 (e_2 - e_1)}{s_1 - s_2}, m_{22} = \frac{s_1 e_1 - s_2 e_2}{s_1 - s_2}$$

همچنین با استفاده از شرط برابری جریان در مرزهای داخلی و داشتن ضرایب پخش برای یک ناحیه می‌توان ضرایب پخش نواحی دیگر را بصورت زیر بدست آورد:

$$D_g^{(k)} = D_g^{(k-1)} \frac{d\phi_g^{(k-1)}}{dx} / \frac{d\phi_g^{(k)}}{dx} \quad (11)$$

و به این ترتیب مقادیر مربوط به پارامترهای  $\nu\Sigma_{f2}, \Sigma_{12}, \Sigma_{a2}$  از معادلات (۱۰) و (۳) بدست می‌آیند. برای توان تولیدی هر ناحیه رابطه  $\nu\Sigma_{f1}\bar{\phi}_1 + \nu\Sigma_{f2}\bar{\phi}_2 = p_r$  برقرار است پس در هر ناحیه برای محاسبه  $\Sigma_{f1}$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\nu\Sigma_{f1} = \frac{p_r}{\bar{\phi}_1} - \nu\Sigma_{f2} \frac{\bar{\phi}_2}{\bar{\phi}_1} \approx \frac{p_r}{\bar{\phi}_1} - \nu\Sigma_{f2} s_1 \quad (12)$$

در نهایت، با قرار دادن مقدار  $\nu\Sigma_{f1}$  در رابطه  $m_{11} = (\nu\Sigma_{f1}/k - \Sigma_{r1})/D_1$  مقدار  $\Sigma_{r1}$  بدست می‌آید.

### ۴- برآورد مقادیر $e_2, e_1, s_2, s_1$

محاسبه  $e_1$  نیازمند داشتن مقادیر توزیع شار در نواحی داخلی دور از مرزها برای هر ناحیه هستیم.

$$e_{1g}(x) = -\frac{d^2\phi_g(x)}{\phi_g(x) dx^2} \rightarrow -\frac{d^2\phi_{gasy}(x)}{\phi_{gasy}(x) dx^2} = -\frac{d^2\psi_1(x)}{\psi_1(x) dx^2} = e_1 \quad g = 1, 2 \quad (13)$$

از طرف دیگر در محاسبه مقادیر  $s_1$  مربوط به هر ناحیه از روابط زیر استفاده می‌کنیم

$$\frac{\phi_2(x)}{\phi_1(x)} = \frac{s_1\psi_1(x) + s_2\psi_2(x)}{\psi_1(x) + \psi_2(x)} \rightarrow \frac{\phi_{2asy}(x)}{\phi_{1asy}(x)} = s_1 \quad (14)$$

برای یافتن مقادیر  $e_2$  باید توجه کنیم که این مقدار به مقادیر مد ناپایداری شار بستگی دارد.

$$\psi_i(x) = (-1)^i \frac{\phi_2(x) - s_j \phi_2(x)}{s_2 - s_1} \quad (15)$$

برای محاسبه ویژه مقدار  $e_2$  داریم:  
برای  $i, j = \{1, 2\}$  و اگر  $i = 1$  باشد  $j = 2$  می‌شود و از طرفی می‌دانیم که برای مد ناپایداری  $i = 2$  است پس

$$e_2 = -\frac{\frac{d^2 \psi_2(x)}{dx^2}}{\psi_1(x)} = -\frac{\frac{d^2 \phi_2(x)}{dx^2} - s_1 \frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2}}{\phi_2(x) - s_1 \phi_1(x)} \quad (16)$$

و در نهایت برای محاسبه  $s_2$  که همانند  $e_2$  در نقاط نزدیک مرز بین نواحی محاسبه می‌شود از رابطه زیر استفاده می‌کنیم

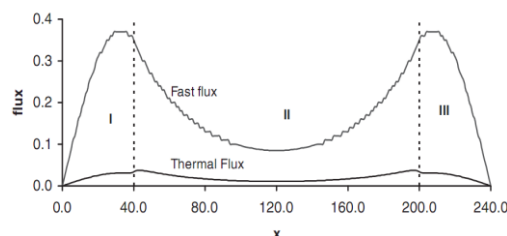
$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{[e_{t1}(x) - e_2][e_{t2}(x) - e_1]}{[e_{t1}(x) - e_1][e_{t2}(x) - e_2]} \quad (17)$$

### ۵- مثال‌های عددی

برای آزمودن الگوریتم از شار بدست آمده از حل مستقیم معادله توسط کد DONJON به عنوان شار مرجع استفاده شده و به عنوان خوراک به الگوریتم داده می‌شود. چنانچه مقادیر سطوح مقاطع بازیابی شده صحیح باشند، شار حاصل از این سطوح مقاطع باد بر توزیع شار مرجع منطبق شود. در این خصوص از یکی از محک‌های معتبر ANL استفاده شده است.

#### ۱-۵- محک ANL-BSS-۶-A۲

طول قلب این رآکتور یک بعدی دو گروهی و سه ناحیه‌ای متقارن  $240\text{cm}$  است [۲]. ابتدا مسئله را بصورت رو به جلو با استفاده از کد DONJON حل کرده و به این ترتیب توزیع شار ورودی مورد نیاز برای محاسبه مسئله معکوس ساخته می‌شود. سپس با اعمال روند توضیح داده شده در بالا پارامترهای مجهول را محاسبه کرده و در نهایت میزان خطای مربوط به هر پارامتر در مقایسه با مقادیر اصلی آن را محاسبه کردیم. نمودار توزیع شار بصورت زیر است. ارائه نتایج حاصل از حل مسئله معکوس و مقایسه آن با مقادیر واقعی در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱: نمودار توزیع شار نوترونی گروهی برحسب طول قلب رآکتور [۲]

جدول ۱: نتایج حاصل از محک با  $k = 0.901584$

	ناحیه اول			ناحیه دوم			ناحیه سوم		
	واقعی	معکوس		واقعی	معکوس		واقعی	معکوس	
$p_r$	0.30227			0.395446			0.30227		
$\bar{\phi}_1$	2.6327			5.33			2.6328		
$\bar{\phi}_2 / \bar{\phi}$	0.083358			0.1236			0.083357		
$e_1$	0.002307	0.0021261		-	-0.00084037		0.002307	0.0021281	
$e_2$	-0.37224	-0.37203		-	-0.17361		-0.37224	-0.37222	
$s_1$	0.082803	0.082844		0.125526	0.12566		0.082803	0.0822844	
$s_2$	-2.44987	-2.4807		-1.45099	-1.4644		-2.44987	-2.4657	
			خطا(درصد)			خطا(درصد)			خطا(درصد)
$D_1$	1.500	1.500	0	1.000	0.96204	-3.7958	1.500	1.5000	0
$D_2$	0.500	0.5	0	0.500	0.46395	-7.2822	0.500	0.50006	-0.0127
$\Sigma_{r1}$	0.026	0.02600	5.07E-05	0.020	0.01996	-0.20112	0.026	0.02599	-0.0141
$\Sigma_{a2}$	0.018	0.17997	-0.01725	0.080	0.074154	-7.3072	0.180	0.18005	0.02737
$\Sigma_{12}$	0.015	0.014997	-0.01725	0.010	0.0092692	-7.3072	0.015	0.015006	0.02793
$\nu\Sigma_{f1}$	0.010	0.01006	0.60454	0.005	0.00547	9.5137	0.010	0.00995	-0.4595
$\nu\Sigma_{f2}$	0.200	0.19927	-0.36262	0.099	0.095151	-3.8876	0.200	0.20055	0.27564

#### ۶- بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله، پارامترهای معادله پخش برای قلب رآکتور چند ناحیه‌ای در دو گروه انرژی از روی توزیع شار بازیابی می‌شوند. مزیت الگوریتم روش معکوس معرفی شده، عدم نیاز به استفاده از کتابخانه های داده‌های هسته‌ای یا شار الحاقی است. دیگر ویژگی این روش استقلال از بعد مکانی است و به راحتی می‌توان آن را به دو و سه بعد تعمیم داد. گسترش کاربرد این روش در بهینه‌سازی چیدمان سوخت می‌تواند محور پژوهش‌های آتی باشد.

#### ۷- مراجع:

[۱] M. Aydin, M. Atalay, "Inverse Neutron Diffusion Problems in Reactor Design", Nucl. Sci. & Tech., Vol. ۴۴, No. ۹, pp. ۱۱۴۲-۱۱۴۸, (۲۰۰۷).

# SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



عضویت در خبرنامه



فیلم های آموزشی

## کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



PROPOSAL  
پروپوزال

پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

دوره آموزشی

کارگاه آنلاین  
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی



روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی

دوره آموزشی

کارگاه آنلاین  
روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی



ISI  
Scopus

آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو

دوره آموزشی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترند های جستجو