

## تشخیص الگو در داده های ژئوشیمیایی با استفاده از روش طیف مولتی فرکتالی

احسان آشوری<sup>۱</sup>، سید حسن طباطبایی<sup>۲</sup>، نادر فتحیان پور<sup>۳</sup>

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی اصفهان

### چکیده

برای کمی نمودن توزیع فضایی عناصر ژئوشیمیایی، اندیسه‌های مولتی فرکتالی برای عناصر روی، مس، آرسنیک، طلا، نقره، سرب، آنتیموان و مولیبدن نمونه های خاک منطقه ده سلم تعیین شدند. الگوهای توزیع مولتی فرکتالی بر پایه روش مومنت (شمارش جعبه ای) و شامل سه تابع توان جرم، توان یکتایی و طیف ابعاد فرکتالی مشخص شدند. خصوصیات مختلف این توابع در مقادیر مختلف  $q$  توزیع فضایی متغیرها را نمایان ساختند. عناصر طلا، آرسنیک، نقره و مس از یک الگوی مولتی فرکتالی تبعیت می کنند، که نشان دهنده روابط پاراژنزی میان این عناصر است. تعیین توابع مولتی فرکتالی به ما اجازه می دهند از یک رویه کمی الگوهای پراکندگی فلزات را مطالعه کنیم و بین آنها و فرایندهای فیزیکی ارتباط برقرار کنیم.

کلمات کلیدی: مولتی فرکتال، توان یکتایی، ده سلم و طیف مولتی فرکتالی.

## Pattern Recognize Geochemical Data with Using Spectrum Multifractal

Ehsan Ashoori, Hasan Tabatabaee, Nadir Fathianpoor

### Abstract

To quantify the spatial distribution of geochemical element, the multifractality indices for Zn, Cu, As, Au, Ag, Pb, Sb and Mo in the soil samples in the Dehsalm area are determined. The characterization of multifractal distribution patterns is based on the box-counting moment method and involves three functions: a mass exponent function  $\tau(q)$ ; Singularity Exponent  $\alpha(q)$  and fractal dimension spectrum  $f(\alpha)$ . Properties of these functions at different values of  $q$ , characterize the spatial distribution of the variable under study that show paragenesis relation.

The determination of multifractality indices allows us, in a quantitative way, to study the pattern of metal dispersions and link them to different physical processes.

**Keyword:** multifractal, singularity exponent, Dehsalm and spectrum multifractal.

## ۱- مقدمه

وجود الگوهای پراکندگی ژئوشیمیایی مستقل از مقیاس<sup>۱</sup>، از مقیاس میکروسکوپی تا قاره ای تشخیص داده شده است و از هنگامی که مندلبرت<sup>۲</sup> مفهوم فرکتالی را بیش از دو دهه پیش مطرح ساخت، محققین زیادی در سیستم های ژئوشیمیایی و زمین شناسی فرکتالها را مطالعه نموده اند. در این زمینه به مواردی مانند مطالعه توزیع فراوانی و مکانی پیدایش زمین لرزه ها و بزرگی آنها (پانگ و همکاران، ۲۰۰۰)، رابطه تناژ- عیار در کانسارها (اکتبرگ و همکاران، ۱۹۹۳)، ساختارهای سلسله مراتبی قطعات و شکستگی های سنگ (اکتبرگ و همکاران، ۱۹۹۶)، تخمین پتانسیل معدنی (چنگ و همکاران، ۱۹۹۵) و خیلی مثالهای دیگر می توان اشاره کرد.

فرکتالها در ابتدا برای مطالعه ویژگیهای هندسی اشیاء پیچیده، نامنظم و خود متشابه<sup>۳</sup> به کار برده شدند. یک میدان ژئوشیمیایی می تواند مانند توپوگرافی سطح زمین به عنوان مجموعه ای از تپه ها با مقدار عیار در هر نقطه به جای ارتفاع در نظر گرفته می شود که به آن سیمای ژئوشیمیایی می گویند. از آنجا که معمولاً تغییرات عیار به طور پراکنده و نامنظم است، غیر قابل انتظار نیست که سیمای ژئوشیمیایی مانند کوههای واقعی خاصیت فرکتالی داشته باشند و بتوان آنها را به آسانی با شمارش جعبه ای و دیگر روش های فرکتالی مطالعه کرد. مقادیر عیارهای مختلف الگوهای توزیع فضایی مربوط به خود را دارند، بنابراین از نظر فرکتالی شامل طیفی از ابعاد فرکتالی مختلف هستند. بدیهی است که یک سیمای ژئوشیمیایی تک فرکتالی اطلاعات محدودی را در اختیار می نهد، در حالی که یک طیف مولتی فرکتالی می تواند ساختارهای جزئی تر را آشکار کند.

از جمله روش های جدایش آنومالی از زمینه بر پایه الگوهای فرکتالی موجود در توزیع عناصر ژئوشیمیایی می توان به روش های عیار- مساحت و عیار- فاصله اشاره نمود (چنگ و همکاران، ۱۹۹۴، سیم و همکاران، ۱۹۹۹، لی و همکاران، ۲۰۰۲) که این روش ها به دلیل در نظر گرفتن توزیع مکانی نمونه ها موفقیت شایانی در جدایش آنومالی از زمینه نسبت به روشهای آماری دارند.

روشهای فیلتر فرکتالی در حوزه فرکانسی با استفاده از تبدیل فوری در تشخیص الگوهای مربوط به ساختارهای خطی و الگوهای آنیزوتروپ از موفقیت چشمگیری برخوردار بوده اند. در این اواخر نیز از فیلترهای متنوع دیگری برای جدایش الگوهای فرکتالی استفاده شده است (زو و چنگ، ۲۰۰۰، پانگ و همکاران، ۲۰۰۵، لی و چنگ، ۲۰۰۶، چنگ، ۲۰۰۷).

تکنیک مولتی فرکتالی دو بعدی مبتنی بر توزیع دوباره جرم برای مدلسازی داده های ژئوشیمیایی در سالهای اخیر توسعه داده شده است (گونزالس، ۲۰۰۱، زی و بائو، ۲۰۰۴، پناهی و چنگ، ۲۰۰۴). این روش به خصوص برای داده های با توزیع ناهمگن و نامنظم به کار می رود. در این مقاله سعی شده است از این روش برای تعیین روابط مولتی فرکتالی بین عناصر ژئوشیمیایی مختلف استفاده شود.

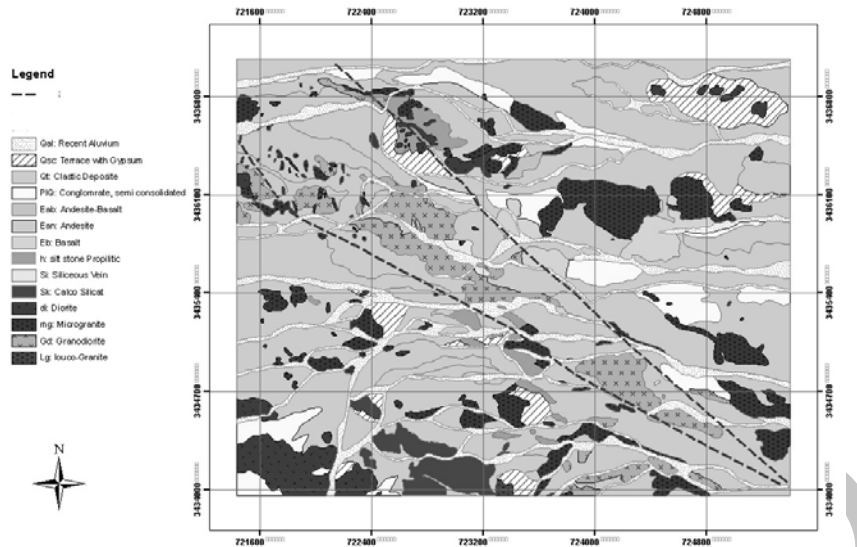
## ۲- زمین شناسی منطقه مورد مطالعه

منطقه اکتشافی دهسلم در فاصله ۸۵ کیلومتری جنوب غرب شهرستان نهبندان و در ۱۷ کیلومتری جنوب روستای دهسلم قرار دارد. منطقه مورد مطالعه در بخش شرقی زون تکتونیکی لوت واقع است. این منطقه در یک حوزه ساب ولکانیکی شامل سنگ های آتشفشانی با ترکیب آندزیت تا بازالت قرار گرفته است که توسط توده های نفوذی با ترکیبات متنوع قطع شده اند. منطقه به شدت فرسایش یافته و رخنمون سنگی کمی در سطح منطقه مشاهده می شود و عموماً خاک سطح منطقه را پوشانده است. رگه های سیلیسی شده - حاوی مواد فلزی پیریت و مولیبدنیت- در گرانودیوریت های واقع در مرکز منطقه قرار دارند. میکروگرانیت ها و دیوریت های واقع در شمال شرق منطقه همراه با آلتراسیون آلونیتی، آرژیلیک و سیلیسی فیکاسیون حاوی پیریت می باشد.

<sup>1</sup> Scale invariance

<sup>2</sup> Mandlbrot

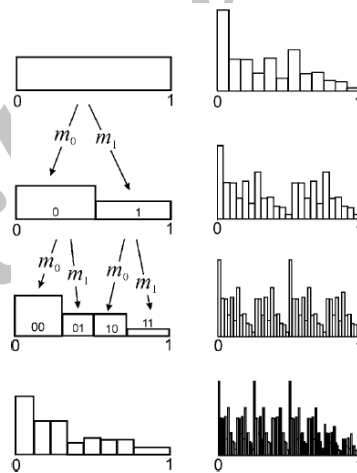
<sup>3</sup> Self simlirity



شکل (۱): نقشه زمین شناسی منطقه ده سلم (گزارش زمین شناسی شرکت مهندسی مشاور کان آذین)

### ۳- مبانی روش طیف مولتی فرکتالی

یک توزیع ژئوشیمیایی دارای الگوی فرکتالی، رفتار خودتشابهی در مقابل تغییر مقیاس دارند، این گونه توزیعها مربوط به ساختارهایی می شوند که می توانند از اختلاط زیر مجموعه های فرکتالی در هم پیچیده تشکیل گردیده باشند. این مجموعه های فرکتالی در یک بازه معین از توان ها و ابعاد فرکتالی، از رابطه قانون توانی<sup>۱</sup> تبعیت می کنند. این نوع ساختارها را می توان به وسیله فرایندهای حاصلضرب متوالی<sup>۲</sup> تولید نمود که در شکل (۲) چگونگی ساخت یک کمیت مولتی فرکتالی از این طریق نمایش داده شده است (گونزالس، ۲۰۰۱، زی و بانو، ۲۰۰۴، پناهی و چنگ، ۲۰۰۴).



شکل (۲): تولید کمیت مولتی فرکتالی دوجمله ای با حاصلضرب متوالی: در هر مرحله جرم قبلی در فواصل دوتایی طبق الگوی زیر توزیع دوباره می شود. مقدار  $m_0$  را به بخش سمت چپی و  $m_1 = 1 - m_0$  را به بخش سمت راستی نسبت داده میشود (پناهی و چنگ، ۲۰۰۴).

هترورژنی در یک سیستم مولتی فرکتالی می تواند به وسیله بررسی خواص یکتایی تعیین شود که با دو اندیس مشخص می گردد.  $\alpha$  که توان یکتایی<sup>۳</sup> را معین می کند و  $f$  که چگونگی توزیع تراکم  $\alpha$  را شرح می دهد. بنابراین می توان الگوهای

<sup>1</sup> Power – law relationship

<sup>2</sup> Multiplicative Cascade

<sup>3</sup> Singularity exponent

فرکتالی را با تداخل مجموعه هایی با توان یکتایی مختلف مدلسازی نمود که خصوصیات هر یک توسط بعدشان  $f(\alpha)$  توصیف می شود (گونزالس، ۲۰۰۱، زی و بائو، ۲۰۰۴، پناهی و چنگ، ۲۰۰۴).

ساده ترین راه برای انجام آنالیز طیف مولتی فرکتالی استفاده از روش ممنتم بر پایه شمارش جعبه ای<sup>۱</sup> است. برای شمارش جعبه ای، کمیت ژئوشیمیایی مورد نظر بوسیله سلول های مربعی با اندازه ثابت پوشانده می شود و کمیت مورد نظر در هر سلول شمارش می شود. این کار با اندازه سلول های مختلف تکرار می شود. رابطه مقدار کمیت های ژئوشیمیایی  $(\mu_i(\varepsilon))$  با اندازه سلول  $(\varepsilon)$  از قانون توانی پیروی می کند (گونزالس، ۲۰۰۱، زی و بائو، ۲۰۰۴، پناهی و چنگ، ۲۰۰۴):

$$\mu_i(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\alpha_i} \quad (1)$$

که در این رابطه:

$$\alpha_i = \frac{\log \mu_i(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \quad (2)$$

به عنوان توان یکتایی شناخته می شود (گونزالس، ۲۰۰۱، زی و بائو، ۲۰۰۴، پناهی و چنگ، ۲۰۰۴).

تعداد جعبه های  $N_\varepsilon(\alpha)$  به ازای یک مقدار معین  $\alpha$  با اندازه سلول رابطه زیر را دارد:

$$N_\varepsilon(\alpha) \propto \varepsilon^{f_\varepsilon(\alpha)} \quad (3)$$

وقتی  $\varepsilon \rightarrow 0$  تابع  $f_\varepsilon(\alpha)$  دارای حد زیر است:

$$f_\varepsilon(\alpha) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N_\varepsilon(\alpha)}{\log \varepsilon} \quad (4)$$

روش ممنتم، یک روش عددی کاربردی برای محاسبه طیف مولتی فرکتالی بر پایه تابع تقسیم<sup>۲</sup>  $(\chi_q(\varepsilon))$  می باشد که این تابع تقسیم از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\chi_q(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \mu_i^q(\varepsilon); q \in R \quad (5)$$

اگر اندازه  $\mu_i(\varepsilon)$  کاملاً خود متشابه باشد، آنگاه  $\chi_q(\varepsilon)$  با مقیاس اندازه گیری دارای رابطه توانی زیر است:

$$\chi_q(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\tau(q)} \quad (6)$$

در این رابطه  $\tau(q)$  تابع توان جرم<sup>۳</sup> نامیده می شود که در نمودار لگاریتمی  $\varepsilon - \chi_q(\varepsilon)$ ، معرف شیب خط می باشد. طیف مولتی فرکتالی  $f(\alpha)$  و  $\alpha$  از تبدیل لژاندر  $\tau(q)$  به دست می آید:

$$\alpha(q) = \partial \tau(q) / \partial q \quad (7)$$

$$f(\alpha) = q\alpha(q) - \tau(q) \quad (8)$$

برای هر مقدار  $q$ ،  $\tau(q)$  تابع توان جرم مربوط به آن  $q$  می باشد. تابع توان جرم  $\tau(q)$  با بعد مولتی فرکتالی عمومی<sup>۴</sup> از درجه  $q$  رابطه زیر را دارد:

$$\tau(q) = (q-1) \times D_q \quad (9)$$

### پردازش داده ها

برای مطالعات ژئوشیمیایی تعداد ۱۰۹۴ نمونه از خاک منطقه با شبکه مربعی ۱۰۰ متری برداشت شده است که نمونه ها با روش ICP(MS) آنالیز ۴۴ عنصری شده اند. طبق رابطه (۵) با استفاده از نرم افزار MATLAB مقادیر تابع تقسیم برای

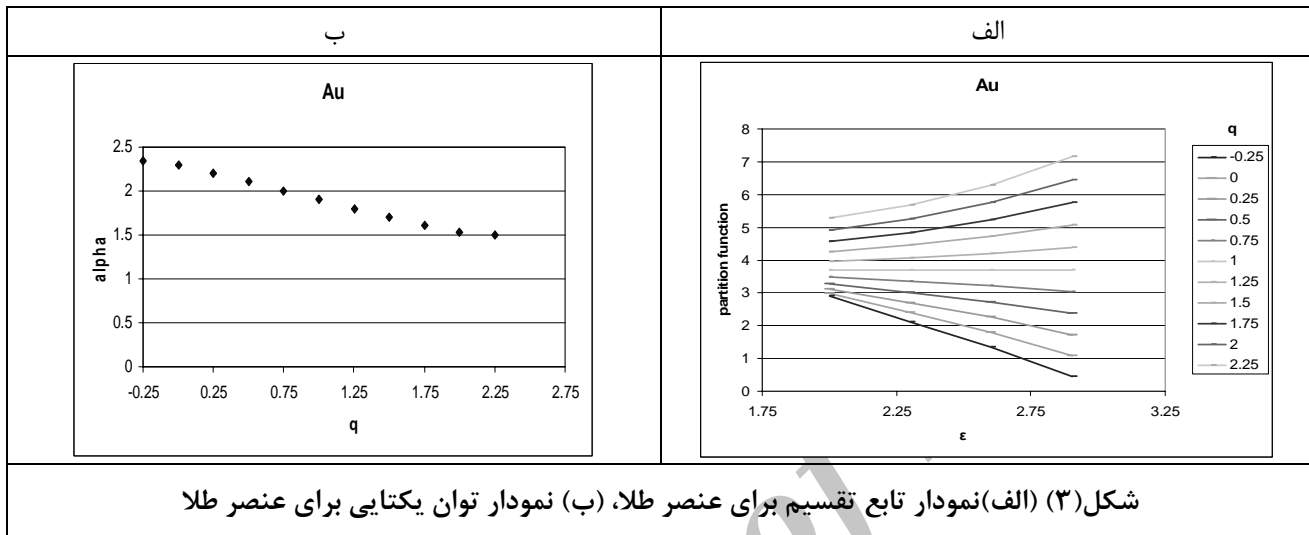
<sup>1</sup> Box – counting based moment method

<sup>2</sup> Partition function

<sup>3</sup> Mass exponent function

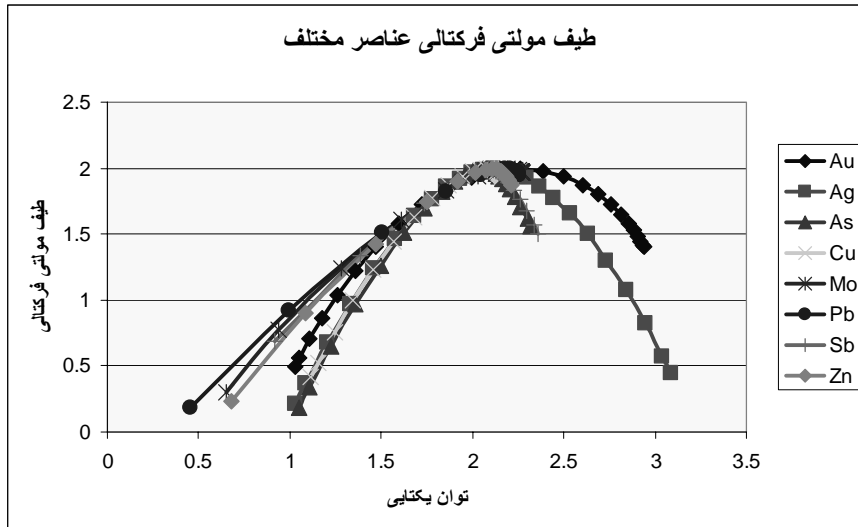
<sup>4</sup> Generalized dimension

فواصل ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰ و ۶۰۰ متری متری محاسبه شد و سپس نمودار لگاریتمی مقادیر تابع تقسیم در مقابل اندازه سلول  $(\mathcal{E} - \chi_q(\mathcal{E}))$ ، به ازای مقادیر مختلف  $q$  بین ۰٫۲۵ تا ۲٫۲۵ رسم شد. شکل (۳) مقادیر  $\mathcal{E} - \chi_q(\mathcal{E})$  را برای عنصر طلا نشان می دهد. با استفاده از روش کمترین مربعات، به هر مجموعه یک خط راست برازش شد که شیب هر خط برابر با مقدار  $\tau(q)$  است. براساس رابطه (۷) توان یکتایی از مشتق مرکزی  $\tau(q)$  نسبت به  $q$  محاسبه گردید. نمودار توان یکتایی عنصر طلا به عنوان نمونه در شکل (۳) آورده شده است.

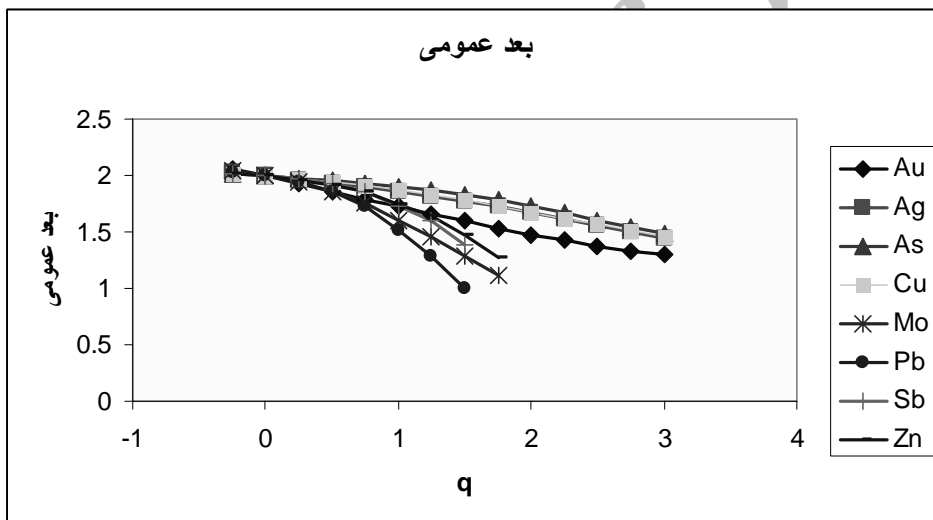


از رابطه (۸) و (۹) مقادیر  $f(\alpha)$  برای عناصر مختلف محاسبه شده است و نتایج در شکل (۴) و (۵) نمایش داده شده است. مقادیر مختلف توابع مولتی فرکتالی به ازای  $q$  های مختلف در جدول (۱) نمایش داده شده است. تغییرات توابع مولتی فرکتالی حاصل می تواند در نتیجه اثر عوامل فیزیکی شیمیایی حاکم بر محیط باشد. در حالت تئوری منحنی طیف مولتی فرکتالی حول نقطه  $\alpha(0)$  متقارن است. بدیهی است در حالت خاص تک فرکتالی، این منحنی تبدیل به یک نقطه خواهد شد. هر چه پهنای این منحنی افزایش یابد، از حالت تک فرکتالی به سمت مولتی فرکتالی می رود و نشان دهنده مجموعه های فرکتالی با ابعاد مختلف است و افزایش ناهمگنی کمیت را نشان می دهد. مقدار ماکزیمم این منحنی در نقطه  $\alpha(0)$  برابر با ۲ می باشد. در محاسبات انجام شده این مقدار برابر با  $1/9945$  به دست آمد که بسیار به حالت تئوری نزدیک است. طیف مولتی فرکتالی همه عناصر در یک نمودار (شکل (۴) نمایش داده شده است. با مقایسه نمودار طیف مولتی فرکتالی و بعد عمومی عناصر مختلف با هم و با تکیه بر روی بخش چپ نمودار طیف مولتی فرکتالی می توان به شباهت های مولتی فرکتالی آنها پی برد. بر اساس مطالعات قبلی بر روی طیف مولتی فرکتالی داده های ژئوشیمیایی، عدم تقارن در این منحنی ها ممکن است با پدیده هایی که موجب غنی شدگی و تهی شدگی عناصر می شود، در ارتباط باشند. تجربه ثابت نموده است که انحراف به چپ منحنی طیف مولتی فرکتالی ( $\alpha < 2$ )، می تواند بیانگر غنی شدگی عنصر و انحراف به راست منحنی ( $\alpha > 2$ ) می تواند بیانگر تهی شدگی عنصر مورد نظر باشد.

این شباهت ها می تواند منشأ فیزیکی مشابهی داشته باشند. برای مثال شباهت طیف مولتی فرکتالی مس، طلا و آرسنیک می تواند نتیجه شرایط یکسان فیزیکی حاکم بر محیط ژئوشیمیایی آنها و یک کانی سازی پلی متال باشد. در طیف مولتی فرکتالی، عنصر مولیبیدن همراهی خاصی با عناصر دیگر نشان نمی دهد، که با کانی سازی مرکزی منطقه منطبق است.



شکل (۴): نمودار طیف مولتی فرکتالی عناصر مختلف



شکل (۵): مقایسه نمودار بعد عمومی عناصر مختلف

جدول (۱): مقادیر مختلف توان یکتایی و بعد عمومی به ازای  $q$  های مختلف

نام عنصر	$\alpha(0)$	$\alpha(1)$	$\alpha(2)$	$D_1$	$D_2$
نقره	۲/۱۲	۱/۸۶	۱/۴۶	۱/۸۶	۱/۶۸
ارسنیک	۲/۰۶	۱/۹	۱/۵	۱/۹	۱/۷۳
طلا	۲/۲۶	۱/۷۲	۱/۴۷	۱/۷۲	۱/۴۷
مس	۲/۰۸	۱/۸۷	۱/۴۵	۱/۸۷	۱/۶۷
مولیبدن	۲/۱۹	۱/۶۲	-	۱/۶۲	-
سرب	۲/۱۸	۱/۵۱	-	۱/۵۱	-
آنتیموان	۲/۰۹	۱/۷۳	-	۱/۷۳	-
روی	۲/۱	۱/۷۵	۰/۳۴	۱/۷۵	۱/۰۷

## ۵- نتیجه گیری

داده های ژئوشیمیایی در خاک منطقه به خوبی از یک الگوی مولتی فرکتالی تبعیت نمودند و با استفاده از این روش ها می توان داده های ژئوشیمیایی را بررسی نمود. به وسیله یک الگوی مولتی فرکتالی می توان اثر عوامل غنی کننده و تهی کننده عنصر مورد نظر در محیط را با یک طیف از ابعاد فرکتالی منعکس کرد. شکل (۵) و (۶) جدایش بسیار جالبی در خصوصیات مولتی فرکتالی عناصر نسبت به هم نشان می دهد. همراهی عناصر طلا، مس، نقره و آرسنیک تبعیت این عناصر را از یک الگوی مولتی فرکتالی مشابه نشان می دهد. با توجه به شواهد زمین شناسی این الگوها می توانند مبتنی بر فرایند های ژئوشیمیایی و زمین شناسی خاصی باشند، که به نظر می رسد با بخش شمالی و شرقی منطقه حاوی آنومالی عناصر فوق کانساری منطبق است. در طیف مولتی فرکتالی عنصر مولیبدن همراهی شاخصی با عناصر دیگر نشان نمی دهد، که با کانی سازی مرکزی منطقه منطبق است.

با توجه به بی نظمی شدید الگوی پراکندگی عناصر در منطقه روش های مولتی فرکتالی توانایی خود را برای تشخیص الگوهای مولتی فرکتالی منطبق بر ویژگی های زمین شناسی نشان می دهند.

## ۶- مراجع

[۱]. گزارش زمین شناسی اندیس مس ده سلم مهندسین مشاور کان آذین، ۱۳۸۵

[2]. Agterberg, F. P., Cheng, Q., and Wright, D. F., "Fractal modeling of mineral deposits, *International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries[C], Canadian Institute of Mining Metallurgy and Petroleum, Montreal, Canada*, pp. 43-53, 1993.

[3]. Agterberg, F. P., Cheng, Q., Brown, A., and Good, D., "Multifractal modeling of fractures in the Lac Du Bonnet Batholith, Manitoba: *Computers & Geosciences.*, Vol. 22, No. 5, pp. 497-507, 1996.

[4]. Cheng Q., "Multifractal imaging filtering and decomposition methods in space, fourier frequency, and eigen domains", *Nonlinear. Processes geophysics*, Vol. 14, pp. 293-303, 2007.

[5]. Cheng, Q., Agterberg, F. P., and Bonham Carter, G. F., "Fractal pattern intergration for mineral potential estimation: *Mathematical Geology*, Vol. 5, pp. 117- 130, 1995.

[6]. Cheng, Q., Agterberg, F. P., and Ballantyne, S. B., "The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods" *Geochemical Exploration*, Vol. 51, pp. 109-130, 1994.

[7]. Goncalves, M. A., "Characterisation of geochemical distributions using multifractal models", *Mathematical Geology*, Vol. 33, pp. 41-61, 2001.

[8]. Li, C, Tuhua Ma, T, Shi, J, "Application of a fractal method relating concentrations and distances for separation of geochemical anomalies from background", *Geochemical Exploration*, vol. 77, pp. 167-175, 2002.

[9]. Li, Q., Cheng, Q., "Visualanomaly: A GIS-based multifractal method for geochemical and geophysical anomaly separation in Walsh domain" *Computers & Geosciences*, Vol. 32, pp. 663-672, 2006.

[10]. Panahi, A, Cheng, Q, "Multifractality as a measure of spatial distribution of geochemical patterns" *Mathematical Geology*, Vol. 36, pp. 827- 846., 2004.

[11]. Pang, L., Yan, D., Zhong, Q., and Xu, Y., "Application of two-dimensional fractional technology in seismic structure interpretation": *Geochemical Exploration.*, Vol. 22, No. 4, pp. 322-325, 2000.

[12]. Sim, B. L., Agterberg, F. P., and Beaudry, C., "Determining the cutoff between background and relative base metal smeller contamination levels using multifractal" *Computers & Geosciences.*, Vol. 25, No. 9, pp. 1023-1041, 1999.

[13]. Yong Ge, Cheng Q., Shenyuan Zhang, "Reduction of edge effects in spatial information extraction from regional geochemical data: a case study based on multifractal filtering technique", *Computers & Geosciences*, Vol. 31, No. 5, pp. 545-554, 2005

[14]. Xie, S, Bao, Z, Fractal and multifractal properties of geochemical fields: *Mathematical Geology*, Vol. 36, pp. 847- 864, 2004.

[15]. Xu, Y., Cheng, Q., "A Fractal Filtering technique for processing regional geochemical map for mineral exploration", *Computers & Geosciences, Submitted to GEEA*, 2000.