دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی کامپیوتر

سیزدهمین کنفرانس ملی انجمن کامپیوتر ایران

جزیره کیش، خلیج فارس، ایران ۱۹ الی ۲۱ اسفند ۱۳۸۶

انجمن کامپیوتر ایران
Computer Society of Iran

مقاله کامل

روش سریع طراحی کد شبکه مقاوم در برابر از بین رفتن لینک های شبکه

محمد رضاقلی پور دیزجی
دانشجوی کارشناسی ارشد مخابرات سیستم
دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، تهران، ایران
mrezagholipour@yahoo.com

محمود احمدیان
استادیار دانشکده برق
دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، تهران، ایران
m_ahmadian@kntu.ac.ir

محمدرضا عارف
استاد دانشکده برق
دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران
aref@sharif.edu

چکیده: در این مقاله روش جدیدی برای یافتن یک حل استاتیک برای کد شبکه ارائه می کنیم . در واقع کار ما پلی است بین وجود یک کد شبکه استاتیک و یک گراف زیردرخت مینیمال به ازای یک شبکه داده شده. می دانیم که برای یک شبکه چند پخشی، راه حل های مختلفی به عنوان کد شبکه وجود دارد. از طرفی گاهی اوقات ممکن است که بعضی از لینک های شبکه دچار اختلال شده و از شبکه حذف شوند. ازاینرو انتخاب یک کد شبکه از میان حالت های موجود، که دارای حداکثر مقاومت در مقابل خرابی لینک ها باشد، هدف اصلی ما در این مقاله است و با توسعه مفهوم گراف زیردرخت مینیمال و جایگزین کردن آن با تعریف جدید زیرگراف مینیمال ، نشان می دهیم که برای یک شبکه معین، آن کد شبکه ای که در مقابل تمامی الگوهای خطای قابل حل مقاوم باشد را می توان از حل همزمان زیرگراف های مینیمال بدست آورد.

واژه های کلیدی: کدگذاری شبکه، چندپخشی، مقاومت در برابر خرابی لینک، گراف زیردرخت مینیمال

۱- مقدمه

کدگذاری شبکه برای اولین بار توسط Ahlswede و همکارانش[۱] به عنوان روش موثری برای دستیابی به حداکثر فلوی چندپخشی در شبکه مطرح شد. بعد از آن یک رویکرد جبری به کدگذاری شبکه توسط Koetterو Medard [۲] ارائه شد که بوسیله آن مساله طراحی کد شبکه به یک مساله جبری تبدیل شد. در [۳]، Fragouli و Soljanin بر مبنای *تجزیه شار اطلاعات* به ارائه تعریف گراف زیردرخت مینیمال پرداختند، که توسط آن تحلیل مساله کدگذاری شبکه در بسیاری از موارد راحت تر می شد. روش آنها عبارت بود از افراز گراف شبکه به زیرگراف هایی که درون هریک از آنها فلوی یکسانی جریان دارد. لذا عملیات پردازشی یعنی ترکیب کردن فلوهای مختلف تنها در مرزهای این زیرگرافها صورت می پذیرد و در واقع ساختار داخلی این زیرگرافها

این مقاله از حمایت مرکز تحقیقات مخابرات ایران با شماره قرارداد ۵۰۰/۹۱۲۰ بهره مند می باشد.

دخالتی در حل شبکه ندارند.

تنها دانستن این موضوع کافی است که این زیر گرافها چگونه به یکدیگر متصل اند و نیز اینکه کدامیک از گره های مقصد درون هریک از آنها واقع است. ازاینرو می توان به هر یک از این زیرگرافها به دید یک گره جدید نگاه کرد و تنها شاخه های متصل کننده این زیرگرافها به هم را باقی نگاه داشت. آنها نشان دادند که هریک از زیرگرافهای بدست آمده، خود یک درخت هستند که ریشه آنها یا یک گره منبع و یا یک گره کدینگی است. ازاینرو گراف حاصل از این فرایند را *گراف زیردرخت* نامیدند. همچنین با توجه به این اصل که همواره باید خاصیت چندپخشی شبکه حفظ شود، به حذف قسمتهای غیر ضروری شبکه پرداخته و شبکه ساده شده حاصل را گراف زیردرخت مینیمال نامیدند. در این مقاله ابتدا به توسعه کار Fragouli وSoljanin [۳] می پردازیم و سپس از آن برای یافتن یک کد شبکه مقاوم در برابر از بین رفتن لینک ها استفاده می کنیم.

برای یک شبکه چندپخشی راه حل های مختلفی به عنوان کد شبکه وجود دارد. از طرفی گاهی اوقات ممکن است که بعضی از لینک های شبکه دچار اختلال شده واز شبکه حذف شوند. ازاینرو یکی از نکاتی که در هنگام انتخاب یک راه حل، به عنوان کد شبکه باید مورد توجه قرار گیرد، میزان حداکثر مقاومتی است که توسط آن راه حل در مقابل خرابی لینک های شبکه ایجاد می شود[۲]و [۴]. از آنجائیکه برای ما دانستن وضعیت تک تک لینک های شبکه از نظر درستی عملکرد بسیار مهم است و همچنین در تعریف ارائه شده برای گراف زیردرخت مینیمال بسیاری از گره ها و شاخه های شبکه تحت عنوان یک گره جدید قرار می گیرند و دیگر اثری از آنها باقی نمی ماند، ما در اینجا به ارائه تعریف جدیدی تحت عنوان زیرگراف مینیمال می پردازیم که در واقع حالت توسعه یافته گراف زیردرخت مینیمال می باشد. این تعریف جدید علیرغم دربرداشتن اطلاعات کافی در باره وضعیت تک تک لینک های شبکه از نظر درستی عملکرد، به میزان قابل توجهی از

حجم شبکه هم می کاهد. این کار بـه مـا ایـن قابلیـت را مـی دهـد تـا همزمان با برقرار بودن خاصیت چندپخشی در شبکه [۵]و [۶] ونیز قابل حل بودن مساله کدگذاری شبکه، بـدانیم کـه کـدامیک از لینـک هـای شبکه از بین رفته و حذف شده اند.

در این مقاله بعد از ارائه تعریف جدید زیرگراف مینیمال ، نشان می دهیم که کد شبکه استاتیک که در مقابل تمامی الگوهای خطـای قابـل حل مقاوم می باشد، کدی اسـت کـه از حـل همزمـان زیرگـراف هـای مینیمال یک شبکه معین بدست آمده باشد.

۲- فرمول بندی مساله

یک شبکه را از نظر ریاضـی مـی تـوان بوسـیله یـک گـراف جهـت دار G=(V,E) بیان نمود. دراین مقاله توجه ما معطوف به شـبکه هـائی بـا یک گره منبع S است، به طوریکه این گره منبع به h گره s_1, s_2,…, s_h بوسیله لینک هائی با ظرفیت واحد متصل است؛ بطوری که به نظـر مـی رسد که شبکه دارای h منبع اطلاعات s_1, s_2,…, s_h با نرخ ارسال واحـد است. در ادامه مقاله از این h منبع ثانویه به عنوان منـابع اصـلی شـبکه که دارای نرخ ارسال واحد هستند یاد می کنـیم؛ مگـر در جاهـائی کـه برای راحتی، ذکر می کنیم که شبکه دارای یک منبـع S اسـت. شـبکه موردنظر ما دارای لینک هائی با ظرفیـت واحـد مـی باشـد و همچنـین تعداد N گره مقصد R_1,R_2,…,R_N در شبکه وجود دارند.تعـداد شـاخه های min-cut بین منابع و هر گره مقصد h عدد می باشد[۷]. h منبـع موجود در شبکه اطلاعات خود را به طور همزمان به همه N گره مقصد و با نرخ h ارسال می کنند. در این مقاله توجه ما بـر روی شـبکه هـای غیرگردشی بدون تاخیرمی باشد.

برای شبکه چندپخشی با مشخصات فـوق، حالـت هـای مختلفـی بـرای انتخاب h مسیر مجزای شاخه ای بین h تا گره منبع ویک گـره مقصـد R_j وجود دارد. اما تنوع در انتخاب مسیرهای مجـزای شـاخه ای باعـث افزایش پیچیدگی در حل کد شبکه خواهد شـد. چیـزی کـه مـا بـه آن علاقه مند هستیم، انتخاب یک زیرگراف 'G از گراف اصلی G می باشد که شامل تعداد hN مسیر(S_i , R_j) است، بطوریکه $1 \le i \le h \;,\; 1 \le j \le N$.

بنابراین اگر ما به صورت دلخواه یک زیرگراف'G از گراف شـبکه G را انتخاب کنیم، در اینصورت سایر بخشهایG که درون 'G قرار ندارند، نقشی در ادامه حل مساله نخواهند داشـت. چنـین رویکـردی بـه حـل مساله کدگذاری شبکه مزایای بسـیاری در پـی دارد. از جملـه کـاهش حجم محاسبات مربوط به یافتن یک کد شـبکه، یـافتن کرانهـائی بـرای اندازه الفبای کد شبکه[۲]و [۸] و نیز یافتن گره هـائی از شـبکه کـه در آنها وجود قابلیت کدگذاری ضروری است[۳]و [۹]و [۱۰]. مزایای فـوق در تحلیل شبکه های پیچیده و با ابعاد بالاتر، نمـود بیشـتری پیـدا مـی کند.

در اینجا علاوه بر تعمیم تعاریف ارائه شده در[۳]، کاربرد جدیدی از زیرگراف مینیمال نیز معرفی می شود. همچنین روش سریعتری بـرای یافتن کد شبکه مقاوم در برابر خرابی لینک های شبکه ارائه خواهد شد. یکی از مشکلاتی که معمولا در عمل به آن برمی خوریم، از بـین رفـتن بعضی از لینک های شبکه است. ازاینـرو سـوالاتی پـیش مـی آیـد کـه پاسخگوئی به آنها اجتناب ناپذیر است.

۱) تحت چه الگوهای خطائی، یک مساله کدگـذاری شـبکه هنـوز قابـل حل باقی می ماند؟

۲) آیا راه حلی برای کد شبکه وجود دارد که در برابـر تمـامی الگوهـای خطای قابل حل، مقاوم باشد؟

۳) چگونه می توان چنین راه حلی را یافت؟

پرسش اول را با ارائه یک تعریف پاسخ خواهیم داد. جـواب پرسـش دوم بوسیله Koetter و Medard [۲] داده شده است. برای پاسـخگوئی به پرسش سوم با ارائه قضایائی روش جدیدی را پیشنهاد می کنـیم کـه در ضمن سادگی، دارای سرعت بیشتر و حجم محاسباتی کمتری نسبت به روش ارائه شده در [۲] می باشد.

۳- بخش اصلی

در ابتدا به منظور مطالعه مقاومت شبکه در برابر خرابی لینک ها، تعریف ارائه شده در[۳] برای گراف زیردرخت مینیمال را به حالـت کلـی تـری تعمیم می دهیم و آنرا زیرگراف مینیمال می نامیم. در اینجـا الگـوریتم ۱.۴ ارائـه شـده در مرجـع [۳] را بـا تغییـر در نتـایج آن و تعمـیم بـه زیرگراف مینیمال ارائه می دهیم.

الگوریتم :

زیرگراف مینیمال $((S_i, R_j) \;,\; 1 \le i \le h \;,\; 1 \le j \le N)$

$$\gamma = (V_\gamma , E_\gamma) \leftarrow \bigcup_{\substack{1 \le i \le h \\ 1 \le j \le N}} L(S_i, R_j)$$

$C \leftarrow$ coding points of γ
$e \leftarrow$ edges of γ terminating in C

for each $e \in e$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } (V_g , E_g \setminus \{e\}) \text{ satisfies the multicast property} \\ \text{then } \left\{ \begin{array}{l} E_g \leftarrow E_g \setminus \{e\} \\ g \leftarrow (V_g , E_g) \\ C \leftarrow \text{coding points of } g \\ e \leftarrow \text{edges of } g \text{ terminating in C} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

زیرگراف مینیمال = $\gamma = (V_\gamma , E_\gamma)$
return γ.

نمـاد $\{(S_i, R_j) \;,\; 1 \le i \le h\}$ بیـانگر مجموعـه ای از h مسـیر مجزای شاخه ای از گره های منبع به گره مقصد R_j و نماد $\{(S_i, R_j) \;,\; 1 \le i \le h \;,\; 1 \le j \le N\}$ بیـانگر مجموعـه ای از hN مسـیر مجـزای

شاخه ای از گره های منبع به تمامی گره های مقصد می باشد. از آنجائیکه برای بیان یک کد شبکه ملزم به بیان این موضوع هستیم که هریک از گره های موجود در گراف G' چه نوع عملیاتی را باید بر روی داده های ورودی خود انجام دهند؛ در این مرحله بسیار راحت تر است که با گراف $\gamma = \bigcup_{\substack{1\le i\le h\\ 1\le j\le N}} L(S_i, R_j)$ کار کنیم، بطوریکه، $L(S_i, R_j)$ بیانگر گراف خطی مسیر(S_i, R_j) باشد و عبارت است از گرافی که مجموعه گره های آن $E(S_i, R_j)$ هستند. بطوریکه دو گره از آن به هم متصل هستند اگر و تنها اگر آنها دو شاخه مجاور هم در (S_i, R_j) باشند. همچنین فرض می کنیم که گراف خطی شامل یک گره متناظر با هر یک از h تا گره منبع باشد که از این گره ها به عنوان *گره های* منبع یاد می کنیم. هر گره در شبکه جدید که دارای یک شاخه ورودی باشد، تنها می تواند سمبل ورودی خود را به شاخه های خروجی خود انتقال دهد. هر گره با ۲ و یا تعداد بیشتری شاخه ورودی، یک عملیات کدگذاری، یعنی ترکیب خطی از سمبلهای ورودی اش را انجام داده و نتایج را به شاخه های خروجی خود منتقل خواهد کرد. چنین گره هائی را **گره های کدینگی** می نامیم.

یک الگوی خطای لینک های شبکه را که به اختصار آنرا **الگوی خطا** می نامیم بوسیله یک بردار f به طول $|E|$ نشان می دهیم، بطوریکه هریک از درایه های f متناظر با یک شاخه در G است. اگر یک لینک در شبکه از بین رفته باشد، درایه متناظر با آن در بردار f برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر خواهد بود. به ازای یک شبکه داده شده G و یک الگوی خطای f ، G_f بیانگر شبکه G است بطوریکه شاخه های متناظر با ۱ ها در f از آن حذف شده باشند. الگوی خطای f را قابل حل می نامیم اگر شبکه G_f قابل حل باشد. توجه ما معطوف به راه حل های استاتیک کد شبکه است بطوریکه بوسیله آنها، عدم اطلاع شبکه از خرابی های رخ داده در لینک ها در عملکرد شبکه تغییری ایجاد نکند. برای یافتن یک کد شبکه همانطوری که در [۲] توضیح داده شده است می توانیم مدل شبکه خطی مان را بوسیله یک ماتریس انتقال $M=[\lambda_{ij}]$ بیان کنیم که نمایانگر ارتباط بین بردارهای ورودی و خروجی شبکه می باشد ودر ضمن λ_{ij}ها عناصری از یک میدان محدود هستند. یک کد شبکه را تحت مجموعه F از الگوهای خطا استاتیک می نامیم، اگر برای شبکه ای که تحت الگوهای خطای $f\in F$ قرار گرفته باشد، راه حل هائی با ضرایب یکسان λ_{ij}برای ماتریس M وجود داشته باشد.

لم 1

۱) برای هر زیرگراف مینیمال ، $G_{minimal\text{-}i}$ از یک شبکه داده شده G ، یک مجموعه F_i از الگوهای خطای قابل حل f وجود دارد، بطوریکه کد شبکه بدست آمده از حل $G_{minimal\text{-}i}$ یک کد شبکه استاتیک برای همه G_f ها می باشد ($f\in F_i$) .

۲) فرض کنید که به ازای یک شبکه داده شده G ، تعدادL تا زیرگراف مینیمال وجود داشته باشد. آنگاه به ازای هر یک از این زیرگراف مینیمال ها یعنی $G_{minimal\text{-}i}$ و $i=1,2,\dots,L$ ، یک مجموعه از الگوهای خطای قابل حل F_i وجود دارد بطوریکه کد شبکه بدست آمده از حل $G_{minimal\text{-}i}$ ، یک کد شبکه استاتیک برای همه G_f ها می باشد ($f\in F_i$) . از اینرو F_1 , F_2 , ... ,F_L را داریم .

اثبات

۱) تمامی الگوهای خطای f بطوریکه $G_{minimal\text{-}i}$ زیر گرافی از G_f باشد را می توان عضو مجموعه F_iدر نظر گرفت. از آنجائیکه $G_{minimal\text{-}i}$ دارای حل است، پس G_f نیز که شامل گراف $G_{minimal\text{-}i}$ به علاوه بعضی دیگر از لینک های شبکه اولیه G می باشد نیز قابل حل خواهد بود، زیرا می توان ضرائب ماتریس M مربوط به آن بخشهای اضافی را برابر با صفر قرار داد؛ که این کار معادل صفر قرار دادن ضرایب هسته های کدگذاری محلی مربوط به آن بخشهای اضافی است[۲].

۲) به راحتی از قسمت قبل نتیجه می شود. ■

قضیه 1

اگر F مجموعه شامل همه الگوهای خطای قابل حل باشد، آنگاه به ازای هر شبکه قابل حل G_f و $f\in F$ ، یک زیرگراف مینیمال وجود دارد بطوریکه حل آن زیرگراف مینیمال یک حل برای G_f نیز می باشد.

اثبات

از آنجائیکه G_f از حذف لینک های مربوط به الگوی خطای f بدست آمده است ودر ضمن هنوز قابل حل می باشد، لذا خاصیت چندپخشی را نیز دارا می باشد. ازاینرو یکی از دو حالت زیر قابل تصور است. الف) G_f دقیقا یکی از آن L تا زیرگراف مینیمال است، که دراینصورت حل هردو یکی می باشد ولذا قضیه ثابت می شود. ب) حداقل یکی از آن L تا زیرگراف مینیمال ، زیرگرافی از گراف شبکه G_f است؛ زیرا گراف شبکه G_fاز حذف بعضی از شاخه های G بدست آمده و درضمن هنوز دارای خاصیت چندپخشی است. لذا با حذف بعضی دیگر از شاخه های آن(تا جایی که به خاصیت چندپخشی لطمه ای وارد نشود) می توان به یک زیرگراف مینیمال رسید. پس حداقل یکی از آن L تا زیرگراف مینیمال، زیرگرافی از G_f است. بنابراین اگر حداقل یکی از آن L تا زیرگراف مینیمال مثلا $G_{minimal\text{-}i}$ ، زیرمجموعه گراف شبکه G_fباشد؛ از آنجائیکه $G_{minimal\text{-}i}$ دارای حل است پس G_f نیز که شامل گراف $G_{minimal\text{-}i}$ به علاوه بعضی دیگر از لینک های شبکه اولیه G می باشد نیز قابل حل خواهد بود، زیرا می توان ضرائب ماتریس M مربوط به آن بخشهای اضافی را برابر با صفر قرار داد؛ که این کار معادل صفر قرار

دادن ضرایب هسته های کدگذاری محلی مربوط به آن بخشهای اضافی است[۲]. ■

با استفاده از قضیه فوق ، قضیه فرعی زیر نتیجه می شود.

قضیه فرعی

فرض کنید که به ازای یک شبکه داده شده G تعداد L تا زیرگراف مینیمال وجود دارند ولذا به ازای هر کدام از آنها یک مجموعه F_iاز الگوهای خطای قابل حل f وجود دارد. آنگاه خواهیم داشت $\bigcup_{i=1}^{L} F_i = F$. به بیان دیگر به ازای هر الگوی خطای قابل حل f بطوریکه$f\in F$ ، یک مجموعه F_i (متناظر با $G_{minimal-i}$) وجود دارد، بطوریکه $f\in F_i$.

اثبات

از آنجایی که با استفاده از قضیه ۱، به ازای هر الگوی خطای قابل حل f ($f\in F$)، یک زیرگراف مینیمال وجود دارد و نیز با استفاده از لم ۱، متناظر با هر زیرگراف مینیمال، یک مجموعه F_i از الگوهای خطای قابل حل وجود دارد؛ بنابراین به ازای هر الگوی خطای قابل حل f یک مجموعه F_iاز الگوهای خطای قابل حل وجود دارد بطوریکه، $f\in F_i$ است. به همین ترتیب واضح است که $\bigcup_{i=1}^{L} F_i = F$.

■

در اینجا به بیان یک لم ارزشمند که توسط Koetter وMedard در[۲] اثبات شده است می پردازیم.

لم 2

فرض کنید که$\mathbb{F}[X_1,X_2,\ldots,X_n]$ حلقه ای از چند جمله ایها بر روی میدان محدود $\mathbb{F}$ وبا متغیرهای X_1 وX_2 و...وX_n باشد. آنگاه به ازای هر عنصر غیر صفر$f\in \mathbb{F}[X_1,X_2,\ldots,X_n]$ ، یک مجموعه محدود از n تایی های $(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in\mathbb{F}^n$ وجود دارد به طوریکه $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)\neq 0$.

قضیه 2

برای یک کد شبکه خطی با شرایط ذکر شده و به ازای مجموعه تمامی الگوهای خطای قابل حل F ، یک کد شبکه استاتیک وجود دارد، بطوریکه این کد شبکه به ازای تمامی G_f ها و $f\in F$ برقرار است و این کد را می توان از حل رابطه$g(\underline{\lambda})\neq 0$ بدست آورد، بطوریکه $g(\underline{\lambda}) = \prod_{j=1}^{N}\prod_{f_i=f_1}^{f_L} g_{f_i,j}(\underline{l})$ و f_i الگوی خطای قابل حلی است که به ازای آن داریم $G_{f_i} = G_{minimal-i}$. همچنین $g_{f_i,j}(\underline{\lambda})$ دترمینان ماتریس انتقالی است که بیان کننده ارتباط بین منبع S و گره مقصد R_j ، بعد از اعمال بردار الگوی خطای f_i به شبکه اولیه G می باشد.

اثبات

فرض کنید که مجموعه تمامی الگوهای خطای قابل حل f را با F نشان دهیم واز طرفی شبکه G دارای L تا زیرگراف مینیمال باشد که آنها را با $G_{minimal-i}$ و $i=1,2,\ldots,L$ نشان می دهیم. به ازای هر یک از $G_{minimal-i}$ ها یک مجموعه از الگوهای خطای قابل حل یعنی F_i وجود دارد بطوریکه حل $G_{minimal-i}$ برای G_f ها بطوریکه$f\in F_i$ ، نیز برقرار است. فرض کنید که f_i الگوی خطای قابل حلی باشد بطوریکه $G_{f_i} = G_{minimal-i}$. همچنین فرض کنید که $g_{f_i,j}(\underline{\lambda})$ دترمینان ماتریس انتقالی است که بیان کننده ارتباط بین منبع S و گره مقصد R_j ، بعد از اعمال بردار الگوی خطای f_i به شبکه اولیه G باشد. با استفاده از چندجمله ای حاصلضرب $g(\underline{\lambda}) = \prod_{j=1}^{N}\prod_{f_i=f_1}^{f_L} g_{f_i,j}(\underline{l})$ و با استفاده از لم ۲ می توان اعدادی را به $\underline{\lambda}$ اختصاص داد، بطوریکه هریک از دترمینانهای $g_{f_i,j}(\underline{\lambda})$ بطور همزمان دارای مقدار غیرصفر باشند. لذا واضح است که بدون توجه به مجموعه تمامی الگوهای خطای F، هنوز خاصیت چندپخشی برقرار است ولذا این مقادیر $\underline{\lambda}$ بدست آمده، یک راه حل استاتیک نسبت به تمامی الگوهای خطای قابل حل را به وجود می آورند. ■

اگر کسی علاقه مند به یافتن یک کد شبکه استاتیک به ازای تمامی الگوهای خطای قابل حل f و به ازای یک شبکه داده شده G با منبع اولیه S و نیز تعداد N گره مقصد $R_1,R_2,\ldots,R_N$ باشد، باید به حل رابطه $g(\underline{\lambda})\neq 0$ بپردازد. در [۲] چند جمله ای $g(\underline{\lambda})$ بصورت $g(\underline{\lambda}) = \prod_{j=1}^{N}\prod_{f=1}^{|F|} g_{f,j}(\underline{l})$ ارائه شده است. حل رابطه $g(\underline{\lambda})\neq 0$ و با چند جمله ای $g(\underline{\lambda})$ ذکر شده، پیچیده و زمان بر است و در میدانهای محدود با مرتبه های بزرگ انجام خواهد شد. درصورتی که حل رابطه $g(\underline{\lambda})\neq 0$ و با چند جمله ای ارائه شده در این مقاله یعنی $g(\underline{\lambda}) = \prod_{j=1}^{N}\prod_{f_i=f_1}^{f_L} g_{f_i,j}(\underline{l})$ به علت کاهش چشمگیر در تعداد عملیات ضرب از |F| تا به L عدد، دارای سرعت بیشتر و پیچیدگی کمتری خواهد بود و درضمن به میدانهای محدود با مرتبه های کوچکتری نیاز خواهد داشت. مزیت های ذکر شده در روش ما بخصوص برای شبکه های با ابعاد بالا یعنی شبکه های با تعداد گره ها و شاخه های زیاد، تفاوتهای چشمگیری ایجاد خواهند کرد. برای مثال در[۳] عنوان شده است که تعداد ساختارهای مختلف گراف زیردرخت مینیمال به ازای شبکه های با دو منبع (h=2) و سه گره مقصد، و به ازای هر تعداد گره های میانی و شاخه های داخلی شبکه، سه عدد خواهد بود. این مقدار به ازای شبکه های با دو منبع (h=2) و چهار گره مقصد، و به ازای هر تعداد گره های میانی و شاخه های داخلی شبکه، هفت عدد خواهد بود؛ درحالیکه تعدادالگوهای خطای قابل حل، یعنی |F| خیلی بیشتر از این مقادیر است. این مثالها نشان می دهند که تعداد زیرگراف مینیمال ها که برابر با L است، در

مقایسه با تعداد الگوهای خطای قابل حل، یعنی |F| که با افزایش ابعاد شبکه زیاد می شوند؛ بسیار کمتر است. لذا روش ارائه شده در این مقاله دارای سرعت محاسباتی بسیار بیشتر و پیچیدگی کمتری خواهد بود و درضمن به میدانهای محدود با اندازه های کوچکتری نیاز خواهد داشت.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله با ارائه قضایای جدیدی، روشی سریعتر وبا پیچیدگی کمتر برای بدست آوردن یک کد شبکه استاتیک در برابر تمامی الگوهای خطای قابل حل که می توانند موجب خرابی لینک های شبکه بر طبق الگوهای معینی شوند، ارائه کرده ایم و نشان دادیم که کد شبکه استاتیک را می توان از حل همزمان زیرگراف های مینیمال یک شبکه معین بدست آورد. روش ما در مقایسه با روش ارائه شده در [۲]، به علت کاهش تعداد عملیات ضرب در تولید چندجمله ای $g(\underline{\lambda})$ به نسبت|F| / L که استفاده از آن در رابطه $g(\underline{\lambda})\neq 0$ و یافتن $\underline{\lambda}$ های مناسب منجر به یافتن یک کد شبکه استاتیک خواهد بود، دارای مزایای متعددی از لحاظ پیاده سازی در عمل می باشد

۵- مراجع

[1] R. Ahlswede, N. Cai, S.-Y. R. Li, and R. W. Yeung. “Network Information Flow”, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 46, no. 4, pp. 1204-1216, July 2000.

[2] R. Koetter and M. Medard. “An Algebraic Approach to Network Coding”, *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 11, no. 5, pp. 782-795, Oct 2003.

[3] C. Fragouli and E. Soljanin, ”Information Flow Decomposition for Network Coding,” *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 52, no. 3, March 2006.

[4] S. Jaggi, P. Sanders, P. A. Chou, M. E_ros, S. Egner, K. Jain, and L. Tolhuizen., “Polynomial time algorithms for network code construction”. *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 51, pp. 1973-1982, June 2005.

[5] R. W. Yeung, S.-Y. R.Li, N. Cai, Z.Zhang, "Theory of Network Coding", Foundation and Trends in Communications and Information Theory, Vol. 2, no. 4 and 5, pp. 241-381, 2005.

[6] A. Rasala-Lehman and E. Lehman, "Complexity Classification of Network Information Flow Problems", *41st Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing*, Oct. 2003.

[7] L. R. Ford and D. R. Fulkerson. *Flows in Networks*. Princeton University Press, Princeton, 1962.

[8] S.-Y. R. Li, Raymond W. Yeung, and Ning Cai. Linear network coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 49, no. 2, pp. 371–381, 2003.

[9] M. Langberg, A. Sprintson and J. Bruck, ”The Encoding Complexity of Network Coding,” *ETR063, California Institute of Technology*. http://www.paradise.caltech.edu/papers/etr063.pdf

[10] M. Kim, c. w. Ahn, M. Medard, M. Effros, “On Minimizing Network Coding Resources: An Evolutionary Approach,” *Second Workshop on Network Coding, Theory, and Applications (NetCod)*, April 2006.