

SID



سرویس های ویژه



سرویس ترجمه تخصصی



کارگاه های آموزشی



بلاگ مرکز اطلاعات علمی



عضویت در خبرنامه



فیلم های آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



مباحث پیشرفته یادگیری عمیق؛
شبکه های توجه گرافی
(Graph Attention Networks)



کارگاه آنلاین آموزش استفاده از
وب آو ساینس



کارگاه آنلاین مقاله روزمره انگلیسی

شبیه سازی آرایش تعادلی پلاسمای توکامک دماوند با استفاده از مدل مگنتوهیدرو دینامیک MHD

هرزچی، مهدی؛ علی نژاد، ناصر

مرکز تحقیقات گداخت هسته ای سازمان انرژی اتمی، تهران

چکیده

حالت تعادل پلاسمای توکامک دماوند با استفاده از مدل مگنتوهیدرو دینامیک ایده آل شبیه سازی گردیده است. سطوح مغناطیسی با در نظر گرفتن پارامترهای کشیدگی، مثلث گونی و جابجایی محور مغناطیسی، با حل عددی معادله گراد-شفرانف در دستگاه مختصات شار بدست آمده است.

Simulation of Plasma Equilibrium Damavand Tokamak By Ideal Magnetohydrodynamics Model

Harzchi, Mahdi; Alinejad, Naser

Department of Magnetic Confinement, Nuclear Fusion Research Center AEOI, Tehran

Abstract

The MHD equilibria with non-circular cross section in axisymmetric toroidal plasma has been studied. These equilibria are characterized by three parameters, viz. elongation, triangularity, and magnetic axis shift. The Grad-Shafranov equation is solved numerically using flux coordinate system to obtain the constant poloidal magnetic flux, $\psi(R, Z)$. Damavand tokamak geometries has been applied to calculate the flux surfaces and a sample of these results is given.

معادله گراد-شفرانف

بر اساس مدل مگنتوهیدرو دینامیک ایده آل برای حالت تعادل داریم:

$$\vec{\nabla}P = \frac{1}{C} \vec{J} \times \vec{B} \quad (1)$$

که بیانگر این است که برای تعادل باید نیروی مغناطیسی با نیروی هیدرو دینامیک سیال در توازن باشد. در نتیجه با توجه به تقارن محوری توکامک، خطوط میدان مغناطیسی بر روی سطوح بسته که به شکل چنبره های تودرتو هستند قرار می گیرند. رابطه فوق را در دستگاه مختصات استوانه ای (R, Z, φ) به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -16\pi^3 R^2 \left(P'(\psi) + \frac{FF'(\psi)}{\pi C^2 R^2} \right) \quad (2)$$

که معادله گراد-شفرانف نام دارد. ψ شار میدان مغناطیسی قطبی، P فشار پلازما و F جریانی قطبی می باشند. معادله بالا را به دستگاه مختصات شار (a, θ, ξ) انتقال می دهیم. که در آن ξ در جهت مثلثاتی θ و در جهت عکس مثلثاتی افزایش می یابند. توکامک در حالت تعادل در امتداد محور مغناطیسی خود متقارن

مقدمه

مدل مگنتوهیدرو دینامیک مدلی است که به توصیف تک سیالی پلازما می پردازد. در این مدل با استفاده از معادلات تک سیالی و معادلات ماکسول برهمکنش میان سیال و میدانهای مغناطیسی محاط بررسی می شود. در حالت تعادل این معادلات منجر به معادله گراد-شفرانف می شود [۲]. با انتقال این معادله به دستگاه مختصات شار به دستگاه معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول می رسیم. این معادلات را با در نظر گرفتن پارامترهای کشیدگی، مثلث گونی، جابجایی شفرانف به روش عددی حل نموده ایم و با اعمال شرایط مرزی ثابت برای توکامک دماوند شکل سطوح شار را بدست آورده ایم. در نهایت با اعمال شرایط مرزی توکامک ISX-B نتایج بدست آمده را با نتایج حاصل از کد RSTEQ مقایسه نموده ایم [۱].

که در آن

$$D = \frac{\sqrt{g}}{R_m}, \quad H = \frac{R}{R_m}, \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S d\theta \quad (8)$$

$$A = -\left(\frac{4\pi}{C}\right)^2 \frac{FF'}{\psi'}, \quad B = -(4\pi R_m)^2 \pi \frac{P'}{\psi'}$$

به ازای مقادیر مختلف m دستگاه معادلات دیفرانسیلی به صورت زیر بدست می آوریم:

$$m=0: \quad \frac{d}{da} [L_0 \psi'] = S_0$$

$$m=1: \quad \frac{d}{da} a [L_1 \Delta' + N_1] = a S_1$$

$$m=2: \quad \frac{d}{da} \left[L_2 \left(d\lambda - \frac{1}{2} a^2 \lambda' \right) + N_2 \right] = S_2 \quad (9)$$

$$m=3: \quad \frac{d}{da} a \left[\left(\frac{\delta'}{2} - \frac{\delta}{a} \right) L_3 + N_3 \right] = a S_3$$

$d = 2\delta\Delta'$ و L_i, N_i, S_i توابع میانگین گیری شده ای از توابع A, B, D, H می باشند. توابع A و B را به عنوان ورودی های برنامه به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$A = \sum_{n=0}^{\infty} A_n a^{2n} \quad B = \sum_{n=0}^{\infty} B_n a^{2n} \quad (10)$$

روش عددی

برای میانگین گیری روی θ از انتگرالگیری عددی به روش ذوزنقه ای استفاده کرده ایم. برای حل عددی دستگاه معادلات (9) از روش انتگرالگیری دقیق تری مشابه با روش تربیع گاوس استفاده نموده ایم که به صورت زیر می باشد [4]:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = C_1 f(x_i) + C_2 f(x_{i+1}) \quad (11)$$

C_1 و C_2 از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$C_1(x_i) = \frac{h}{2} \frac{x_i + \frac{h}{2}}{x_i}, \quad C_2(x_i) = \frac{h}{2} \frac{x_i + \frac{h}{2}}{x_i + h} \quad (12)$$

با توجه به مقادیر حدی زیر در نزدیکی محور مغناطیسی

$$\Delta \propto a^2 \rightarrow \Delta' \propto a, \quad \delta \propto a^2 \rightarrow \delta' \propto a \quad (13)$$

$$\lambda \propto c + a^2 \rightarrow \lambda' \propto a, \quad \psi' \propto a$$

و با توجه به مقادیر مرزی که از شکل بیرونی پلاسما در توکامک حاصل می شوند. با استفاده از روش تکرار پارامترهای λ و δ و Δ و ψ را با خطایی کمتر از ۰/۰۰۱ بدست می آوریم.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \equiv 0$$

$$\theta \quad Z \quad R \quad Z(a, \theta) = -Z(a, -\theta)$$

(۳)

$$R(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} R_n(a) \cos n\theta$$

$$Z(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(a) \sin n\theta$$

ما در اینجا دو جمله از بسط فوق را برای محاسباتمان در نظر گرفته ایم که به خوبی معرف سطح مقطع پلاسما می باشد. لذا داریم:

$$R = R_m - \Delta - a \cos \theta + \delta \cos 2\theta \quad (4)$$

$$Z = \lambda(a \sin \theta + \delta \sin 2\theta)$$

R_m موقعیت محور مغناطیسی، Δ جابجایی شفرانف، δ مثلث گونی، λ کشیدگی سطح مقطع پلاسما را نشان می دهند. معادله گراد-شفرانف را در دستگاه مختصات شار به صورت زیر داریم [5]:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial a} \frac{g_{\theta\theta}}{\sqrt{g}} \psi' - \psi' \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{g_{a\theta}}{\sqrt{g}} \right] = -16\pi^3 \left[\frac{P'}{\psi'} + \frac{FF'}{\pi C^2 R^2 \psi'} \right] \quad (5)$$

g تانسور متریک دستگاه مختصات شار و g_{ij} ها عناصر آن می باشند که از روابط زیر محاسبه می شوند [3]:

(6)

$$g_{ij} = R_i R_j + Z_i Z_j \quad (i, j) \in (a, \theta)$$

$$g = R (R_\theta Z_a - R_a Z_\theta)$$

اندیس ها بیانگر عمل مشتق نسبت به آن متغیر می باشند. با توجه به در نظر گرفتن تعداد جملات موجود در بسط (3)، معادله (5) را به ازای مقادیر 0 و 1 و 2 و 3 ضرب می کنیم و نسبت به θ میانگین گیری می نماییم. لذا خواهیم داشت:

(7)

$$\frac{d}{da} \left\langle \frac{g_{\theta\theta}}{HD} \cos m\theta \right\rangle \psi' - m \psi' \left\langle \frac{g_{a\theta}}{HD} \sin m\theta \right\rangle =$$

$$DB \left\langle H \cos m\theta \right\rangle + DA \left\langle \frac{1}{H} \cos m\theta \right\rangle$$

شبیه سازی توکامک دماوند

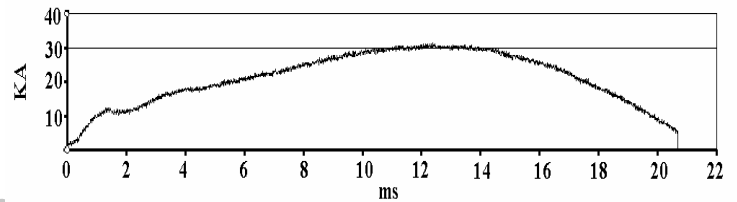
در این قسمت شبیه سازی برای توکامک دماوند انجام شده که پارامترهای هندسی و پارامترهای مربوط به شکل ۱ در جدول ۱ آورده شده است. توابع A و B را با سعی و خطا به صورت زیر در نظر گرفته ایم:

$$A = 5.6 \times 10^4 \left(2 - \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 - \left(\frac{a}{a_0} \right)^4 \right) \quad (14)$$

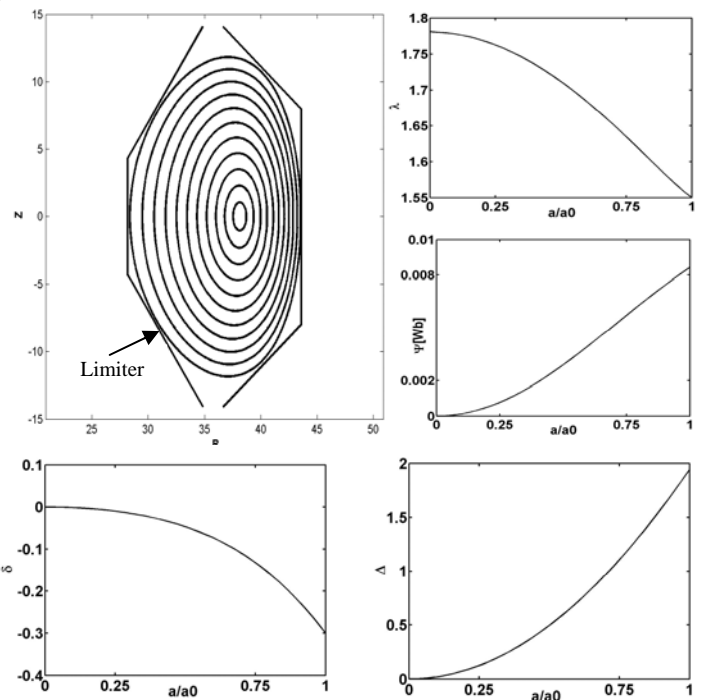
$$B = -5.6 \times 10^4 \left(3 - \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 - 2 \left(\frac{a}{a_0} \right)^4 \right)$$

جدول ۱. پارامترهای مربوط به توکامک دماوند.

R_0	a_0	$\lambda(a_0)$	$\delta(a_0)$	I_0	B_t
۳۷/۲ cm	۷/۷ cm	۱/۵۵	-۰/۳ cm	۳۰ KA	۰/۹۵ T



شکل ۱. جریان پلازما در طول یک شات.

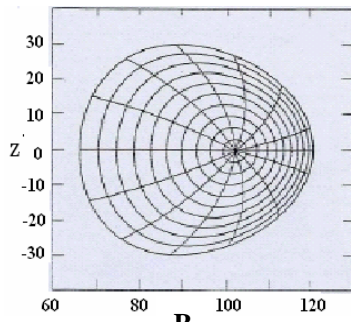


شکل ۲. سطوح شار، کشیدگی λ ، مثلث گونی δ ، جابجایی شفرانف Δ و شار میدان مغناطیسی قطبی Ψ ، بدست آمده برای توکامک دماوند.

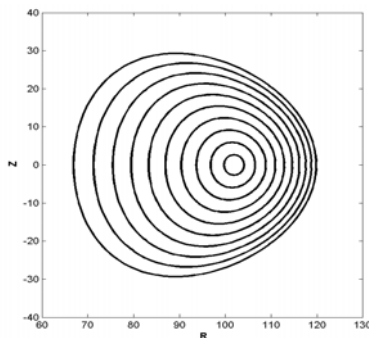
مقایسه نتایج با نتایج حاصل از کد RSTEQ

در اینجا شبیه سازی فوق را برای پارامترهای توکامک ISX - B که در جدول ۲ آورده شده است انجام داده ایم و نتایج حاصل را با نتایج حاصل از کد RSTEQ [۱] مقایسه نموده ایم. جدول ۲. پارامترهای مربوط به توکامک ISX - B.

R_m	a_0	$\lambda(a_0)$	$\delta(a_0)$	I_0	B_t
۹۱/۹ cm	۲۷ cm	۱/۱	۱/۱ cm	۲۲۰ KA	۱/۲۹ T



شکل ۳. سطوح شار بدست آمده از کد محاسباتی RSTEQ گرفته شده از [۱].



شکل ۴. سطوح شار بدست آمده از محاسبات.

مراجع

- [۱] L. L. Lao, S. P. Hirshman, and R. M. Weland. *Phys. Fluids* 24(8), (1981).
 [۲] J. Wesson, "Tokamak", Clarendon Press, Oxford, 1987.
 [۳] W. D. D'haessleer et. Al., "Flux Coordinates and Magnetic Field Structure", Springer-Verlag, Berlin, 1991.
 [۴] C. F. Gerlad and P. O. Wheatley, "Applied Numerical Analysis", 5th ed., Addison-Wesley 1994, P.343.
 [۵] ف. دینی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه امیر کبیر، ۱۳۷۵

SID



سرویس های
ویژه



سرویس ترجمه
تخصصی



کارگاه های
آموزشی



بلاگ
مرکز اطلاعات علمی



عضویت در
خبرنامه



فیلم های
آموزشی

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی



مباحث پیشرفته یادگیری عمیق؛
شبکه های توجه گرافی
(Graph Attention Networks)



کارگاه آنلاین آموزش استفاده از
وب آوساینس



کارگاه آنلاین مقاله روزمره انگلیسی