یک تقریب دو مرحله ای برای مسایل برنامه ریزی چند هدفه با ضرایب فازی

مجید عرفانیان علی معدن کن
merfanian@yahoo.com mmadankan@yahoo.com
دانشگاه زابل- دانشکده علوم- گروه ریاضی

چکیده:
در این مقاله در دو مرحله جوابهایی تقریبی قابل استفاده برای مسائل برنامه ریزی تولید می کنیم، که در واقع از برنامه ریزی پارامتری فازی *FPP* و برنامه ریزی خطی فازی *FLP* انتگرال گیری می کنیم ، تا برای مسأله برنامه ریزی چند هدفه با ضرایب فازی جوابهایی واقعی بدست آوریم . همچنین یک بهینه سازی متقابل برای رسیدن به جواب بهینه برای همه مسایل برنامه ریزی چند هدفه با درجه ها و دقتهای متفاوت *DM* ارایه می کنیم . در این دو مرحله در مرحله اول یک خانواده از بردارهای بهینه را با کمک روش *FPP* تولید می کنیم، و در مرحله دوم با مدل *FLP* مسأله را حل می کنیم.

۱- برنامه ریزی پارامتری فازی *FPP*

FPP یکی از تقریبهای برنامه ریزی ریاضی فازی *FMP* است. که توسط Carlsson and Korhonen برای مسایل تک هدفه پیشنهاد شده است. و فرض می شود تمام ضرایب در این مدل اعدادی فازی و حقیقی است. اگر مدل ریاضی را بصورت زیر تعریف کنیم

$$\begin{aligned} &\operatorname{Max} z = cx \\ &\text{s.t} \quad x \in X = \{x \mid -Ax \le b,\ x \ge 0\} \end{aligned} \tag{۱}$$

که c یک بردار n تایی و A یک ماتریس $m \times n$ و X یک بردار m تایی است.

۲- فرمول مدل *FPP*

پارامترهای A,b,c را بوسیله $p \in [\, p^0, p^1\,)$ با تابع عضویت یکنواخت نزولی زیر نشان می دهیم:

$$\mu_p = \begin{cases} [\left(p - p^0\right) / \left(p^0 - p^1\right)] & p \in [\, p^0, p^1\,) \\ 1 & p < p^0 \\ 0 & p > p^1 \end{cases} \tag{۲}$$

که مقدار p از رابطه $p = p^1 + \mu_p\,(p^0 - p^1)$ بدست می آید. لذا با کمک رابطه های(۱) و بالا داریم:

$$\begin{aligned} &\operatorname{Max} z = [c^1 + \mu\,(c^0 - c^1)]x, \\ &\text{s.t} \quad -[A^1 + \mu(A^0 - A^1)]x \le b^1 + \mu(b^0 - b^1), \qquad x \ge 0 \end{aligned} \tag{۳}$$

که $\mu_C = \mu_b = \mu_A = \mu$

۳-فرمول برنامه ریزی خطی فازی *FLP*

اولین بار توسط Zimmermann برای مسایل یک و دو هدفه با پارامترهای فازی ثابت سمت راست معرفی شده است. در این مقاله هدف تولید مسایل چند هدفه تولید شده توسط این مدل با تابع هدف فازی است که اگر فرمول قاطع باشد .

$$\begin{array}{lll} \text{Max} & f_k(x)= c_k x & , k = 1, 2, \ldots, K \\ \text{s:t} & Ax \le b & x \ge 0 \end{array} \qquad (۴)$$

که $c, x \in R^n$, $b \in R^m$, $A \in R^{m*n}$ و برای $k = 1, 2, \ldots, K$ فازی، x را بصورت زیر پیدا می کنیم.

$$C_k x \ge \tilde{z}_k \ , Ax \le b, x \ge 0 \qquad (۵)$$

که در این مدل مابین تابع هدف و قیدها فرقی وجود ندارد. و تابع عضویت خطی آن به صورت زیر است:

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0 & z_k \le l_k \\ (z_k - l_k)/(u_k - l_k) & l_k < z_k < u_k \\ 1 & z_k \ge u_k \end{cases} \qquad (۶)$$

هدف در این مقاله تولید الگوریتم هفت گامی برای رسیدن به بهینگی روی مسایل بالا می باشد، که در دو مرحله خلاصه می شود، مرحله اول را روی مسایل تک هدفه *FPP* و در مرحله دوم مسایل چند هدفه *FPP* را با مدل *FLP* بصورت دقیق حل می کنیم .

مراحل الگوریتم:

۱- ساختن یک مدل تک هدفه ریاضی

۲- تعیین پارامترهای فازی

۳- ساختن تابع عضویت

۴- ساختن یک مسأله چند هدفه تصمیم برای هر درجه عضویت دقیق

۵- تعیین یک بازه فازی بوسیله جوابهای ایده ال

۶- حواب برای *FLP*

۷- ارایه جوابها در DM

٤- مثال عددی

مثال عددی زیر از نوع Carlsson and Korhonen پرداخته و مراحل الگوریتم را روی آن اعمال می کنیم.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } z1 = [1,1.5)x1+[1,3)x2+[2,2.2)x3 \\
&\text{Max } z2 = [2,3)x1+[1,1.8)x2+[1.5,2)x3 \\
&\text{s.t} \quad [3,2)x1+[2,0)x2+[3,1.5)x3 \le [18,22) \\
&\qquad [1,0.5)x1+[2,1)x2+[1,0)x3 \le [10,40) \\
&\qquad [9,6)x1+[20,18)x2+[7,3)x3 \le [96,110) \\
&\qquad [7,6.5)x1+[20,15)x2+[9,8)x3 \le [96,110) \\
&\qquad x1, x2, x3 \ge 0
\end{aligned}
$$

در این تحقیق یک تقریب عددی جدید برای مسایل چند هدفه تصمیم با ضرایب فازی بیان شد که نسبت به تقریبهای مشابه از جهت تقریب و کاهش خطا بهتر می باشد.

منابع:

[۱] L.A. Zadeh, Toward a generalized theory of uncertainty (GTU) – an outline, Information Sciences 172 (2005) 1–40

[۲] M.A. Parra, A.B. Terol, B.P. Gladish, M.V.R. Uria, Solving a multiobjective possibilistic problem through compromise programming, European Journal of Operational Research 164 (2005) 748–759.

[۳] M.A. Parra, A.B. Terol, B.P. Gladish, M.V.R. Uria, Solving a multiobjective possibilistic problem through compromise programming, European Journal of Operational Research 164 (2005) 748–759.

[۴] Y. Leung, Hierarchical programming with fuzzy objective and constraints, in: Y.J. Lai, C.L. Hwang (Eds.), Fuzzy Multiple ObjectiveDecision Making-methods and Applications, Springer-Verlag, Germany, 1996, pp. 232–236.