

## رسانندگی الکتریکی نظریه QCD غیر تعادلی

سارا حشمتیان<sup>۱\*</sup>، جلیل ناجی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه علوم مهندسی و فیزیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا، قزوین، ایران

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشگاه ایلام، ایلام، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۰۶/۲۷ ویرایش نهائی: ۱۳۹۵/۱۰/۰۵ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۲۵

### چکیده

در این مقاله رسانندگی الکتریکی یک سیستم ناپایدار نظریه QCD در دمای پایین بررسی شده است. یک راه مطالعه چنین سیستم‌هایی، اعمال یک میدان الکتریکی وابسته به زمان و بررسی رفتار زمانی خارج از تعادل سیستم است. اعمال میدان الکتریکی باعث تولید زوج‌های کوآرک و آنتی کوآرک از فاز محبوس QCD و ایجاد یک جریان الکتریکی می‌شود. با استفاده از رابطه بین شدت میدان الکتریکی اعمال شده و جریان الکتریکی حاصل از آن می‌توان رسانندگی الکتریکی نظریه میدان را به دست آورد. برای دست یابی به حل غیر اختلالی این سیستم ناپایدار وابسته به زمان، از یک مدل هولوگرافیک غیر بحرانی QCD استفاده شده است و تأثیر پارامترهایی نظیر شدت میدان الکتریکی، فرکانس اعمال میدان و چگالی بار بر روی رسانندگی الکتریکی مورد مطالعه قرار گرفته است. در نهایت، نتایج به دست آمده، با نتایج حاصل از سایر مدل‌ها مقایسه شده است.

**کلیدواژگان:** رسانندگی الکتریکی، نظریه QCD، هولوگرافی.

### مقدمه

از آنجایی که نظریه‌های پیمانه‌ای دوگان با نظریه ریسمان بحرانی در ده بعد ابرتقارنی هستند، برای شکستن ابرتقارن می‌توان نظریه پیمانه‌ای را روی یک دایره فشرده کرد و برای فرمبونها شرایط مرزی پادتناوبی را حول این دایره اعمال نمود. به این ترتیب نظریه میدان موثر<sup>۲</sup> در انرژی پایین، نظریه QCD خالص بدون ماده بنیادی خواهد بود. نتیجه حاصل از این مدل‌ها، وجود مدهای ناخواسته کالوزا-کلین<sup>۳</sup> (KK) با مقیاس جرمی از مرتبه جرم هادرون‌ها است [۳].

تناظر AdS/CFT بیانگر وجود یک دوگانگی بین نظریه میدان همدیس با جهت‌شدگی<sup>۱</sup> قوی در  $d$  بعد و نظریه ریسمان در فضا-زمان آنتی دوسپت است [۱]. از سوی دیگر، برای تعمیم این تناظر به نظریه‌های پیمانه‌ای نظیر QCD، مدل‌های هولوگرافیک واقعی‌تری پیشنهاد شده است که به واسطه آنها انجام محاسبات غیر اختلالی و دینامیکی نظریه QCD امکان‌پذیر می‌شود [۲].

\*نویسنده مسئول: heshmatian@bzte.ac.ir

<sup>1</sup> Coupling

<sup>2</sup> Effective Field Theory

<sup>3</sup> Kaluza Klein

از سوی دیگر، در QCD هولوگرافیک این ایده وجود دارد که نظریهٔ ریسمان غیر بحرانی<sup>۱</sup> (با ابعاد کمتر از ده)، کاندیدای بهتری برای مطالعه QCD است زیرا با استفاده از پس زمینه‌های هولوگرافیک در ابعاد پایین‌تر، مشکل مدهای ناخواسته KK کمتر خواهد شد [۵ و ۵]. در QCD، بین محبوسیت<sup>۲</sup> و میدان الکتریکی اعمال شده ارتباط وجود دارد. از آنجایی که کوارک‌ها دارای بار الکتریکی هستند، اعمال یک میدان الکتریکی قوی می‌تواند بر نیروی محبوس کننده کوارک‌ها (که در حالت مقید مزونی یا باریونی قرار دارند) غلبه کند. این موضوع باعث تولید جفت کوارک-پادکوارک از فاز محبوس نظریه QCD و در نتیجه ایجاد جریان الکتریکی طی یک فرآیند غیرتعادلی می‌شود. به دلیل ماهیت جفت‌شدگی قوی QCD در انرژی‌های پایین و همچنین پیچیدگی کنش مؤثر الکترومغناطیسی، مطالعه این فرآیند با استفاده از روش‌های معمول اختلالی ممکن نیست بنابراین استفاده از روش‌های هولوگرافیک می‌تواند برای مطالعه این مکانیسم مفید باشد.

### مدل غیر بحرانی $AdS_6$

در این بخش مدل هولوگرافیک غیر بحرانی ارائه شده در مرجع [۴] مرور شده است. در این مدل، آرایش شامه‌ها به صورت  $D4/D4 - \bar{D}4$  است که در این آرایش تعداد  $N_c$  شامه  $D4$  روی دایره  $S^1$  به شعاع  $R$  قرار دارند و تعداد  $N_f$  شامه  $D4$  به صورت عرضی نسبت به  $S^1$  قرار دارند. با اعمال شرایط مرزی تناوبی روی بوزون‌ها و اعمال شرایط مرزی پادتناوبی روی  $S^1$  برای فرمیون‌ها، ابرتقارن شکسته شده و نظریه QCD برای انرژی‌های پایین‌تر از مقیاس KK حاصل می‌شود. آرایش شامه‌ها سیستم به صورت زیر است،

	t	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	U
$D4$	×	×	×	×	×	
$D4 - \bar{D}4$	×	×	×	×		×

که  $x_4$  مختصه  $S^1$  است. در دماهای پایین، به ازای  $p = 4$  و  $k = 1$ ، متریک پس زمینه دوگان شش بعدی غیربحرانی حاصل از قرار گرفتن  $N_c$  شامه  $D4$  روی دایره  $S^1$ ، به صورت زیر است [۴]،

در فیزیک حالت جامد چنین پدیدهٔ دینامیکی‌ای برای الکترون‌های به شدت همبسته اتفاق می‌افتد که به این پدیدهٔ غیر تعادلی، شکست دی الکتریک گفته می‌شود. برای عایق مات<sup>۳</sup> که در آن الکترون‌ها به واسطهٔ نیروی دافعهٔ قوی کولنی بی‌حرکت هستند، اعمال میدان الکتریکی سبب یک گذار غیر تعادلی فاز رسانا-عایق می‌شود [۶-۸].

رسانندگی الکتریکی هولوگرافیک برای سیستم‌های پایا (غیر دینامیکی و مستقل از زمان)، با در نظر گرفتن میدان الکتریکی ثابت برای مدل بحرانی  $AdS_5 \times S^5$  [۹] و همچنین برای مدل غیر بحرانی  $AdS_6$  [۱۰] مورد بررسی قرار گرفته است. با این حال تاکنون رسانندگی دینامیکی و غیرتعادلی با استفاده از روش‌های

<sup>3</sup> Mott Insulator

<sup>1</sup> Non-Critical

<sup>2</sup> Confinement

متریک پس زمینه دوگان تغییر نمی‌کند. دینامیک این شامه‌ها توسط کنش  $DBI$  به صورت زیر داده می‌شود،

$$S_{D4} = \quad ۵$$

$$-\mu_4 \int d^5\sigma \sqrt{-\det(P[g]_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab})}$$
 که  $\sigma = (t, \vec{x}, z)$  جهت‌های گسترش و  $\mu_4$  تنش شامه  $D4$  هستند.  $F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$  قدرت میدان الکترومغناطیسی و  $P[g]_{ab}$  نیز متریک القایی روی شامه  $D4$  است. میدان پیمانه‌ای موضعی ظاهر شده در کنش شامه  $D4$  در سمت گرانشی، با تقارن سراسری<sup>۲</sup> عدد فرمیونی در سمت نظریه پیمانه‌ای متناظر است و چون در اینجا فرمیون‌ها همان کوآرک‌ها هستند، این همان تقارن عدد کوآرکی در QCD است. هدف ما در اینجا جفت کردن میدان الکتریکی به بار الکتریکی کوآرک‌ها است.

لاگرانژین مؤثر از تقسیم کنش  $DBI$  رابطه ۷ به حجم فضا-زمان به صورت زیر دست می‌آید،

$$\mathcal{L} = \int \frac{z^3}{R_{AdS}^3} dz \sqrt{\xi(F_{tx}, F_{tz}, F_{xz})} \quad ۶$$

که در آن

$$\xi \equiv \frac{1 - (2\pi\alpha')^2 [R_{AdS}^4 z^{-4} F_{tx}^2 + f(z)(F_{tz}^2 - F_{xz}^2)]}{f(z)} \quad ۷$$

است. برای مطالعه رسانندگی الکتریکی در متریک پس‌زمینه غیر بحرانی، روش ارائه شده در مراجع [۹] و [۱۱] مورد استفاده قرار می‌گیرد و به جای کنش، از چگالی لاگرانژین استفاده می‌شود.

به دلیل علاقمندی به یک فضای همگن سه بعدی در سمت نظریه QCD، مشتق جزئی نسبت به  $X$  برابر صفر در نظر گرفته شده است. بنابراین معادلات حرکت به صورت زیر به دست می‌آیند،

$$\begin{aligned} \partial_z \left( \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{tz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}} \right) &= 0, & ۸ \\ \partial_t \left( \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{tz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}} \right) &= 0, \end{aligned}$$

$$ds_6^2 = \left( \frac{u}{R_{AdS}} \right)^2 (-dt^2 + dx^i dx^i + f(u) dx_4^2) + \left( \frac{R_{AdS}}{u} \right)^2 \frac{du^2}{f(u)},$$

که در آن  $f(u) = 1 - \left( \frac{u_\Lambda}{u} \right)^5$  و  $i = 1, 2, 3$  است. همچنین  $R_{AdS} = \left( \frac{(p+1)(p+2-k)}{8-p-k} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$  می‌باشد. مختصه  $u$  دارای بعد طول است و به عنوان مختصه شعاعی در نظر گرفته می‌شود. در صفحه  $(x_4, u)$ ، فضا به شکل یک سیگار دیده می‌شود که انتهای سیگار در محل  $u = u_\Lambda$  قرار دارد. مختصه شعاعی  $u$  بین  $u_\Lambda$  و بینهایت قرار دارد. در این پس زمینه آرایش شامه‌های طعم،  $U$  شکل است. در نتیجه این پس زمینه، متناظر با فاز محبوس QCD با تقارن کایرال شکسته شده است. قدرت میدان و دیلاتون ثابت هم به صورت زیر داده می‌شوند،

$$e\phi = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}Q_c} \quad ۲$$

$$F_{(6)} = -Q_c \left( \frac{u}{R_{AdS}} \right)^4 dx_0 \wedge dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3 \wedge dx_4 \wedge du. \quad ۳$$

دوره تناوب زمان اقلیدسی دلخواه است اما برای اجتناب از تکینگی مخروطی، مختصه  $x_4$  به صورت تناوبی در نظر گرفته می‌شود،

$$x_4 \sim x_4 + 2\pi R = x_4 + \frac{4\pi R_{AdS}^2}{5u_\Lambda} \quad ۴$$

در این رابطه،  $R$  شعاع دایره  $S^1$  معکوس مقیاس انرژی کالوزا-کلین ( $R = \frac{1}{M_{KK}}$ ) است. دمای پس زمینه دوگان، به صورت معکوس محیط دایره فشرده  $S^1$  تعریف می‌شود که برابر  $T = \frac{5u_\Lambda}{4\pi R_{AdS}^2}$  است.

### رسانندگی هولوگرافیک در مدل $AdS_6$

برای اضافه کردن ماده بنیادی (فرمیون‌های باردار) به پس زمینه، شامه‌های طعم کاوشگر<sup>۱</sup>  $D4$  به پس زمینه اضافه می‌شوند. با اضافه کردن شامه‌های طعم کاوشگر،

<sup>۲</sup> Global Flavor Branes

$$J = \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{xz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}}, \quad d = \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{tz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}}. \quad 10$$

که  $J$  جریان الکتریکی مرزی و  $d$  چگالی بار الکتریکی است. بنابراین با استفاده از رابطه ۱۰، می توان عبارت  $\xi$  در رابطه ۷ را به صورت زیر بازنویسی کرد،

$$\xi = \frac{(2\pi\alpha')^2 z^2 [z^4 - (2\pi\alpha')^2 R_{AdS}^4 E_0^2]}{f(z)(d^2 R_{AdS}^6 - J^2 R_{AdS}^6 + (2\pi\alpha')^2 z^6)} \quad 11$$

که در آن  $E_0 = F_{tx}$  مقدار میدان الکتریکی ثابت است. از آنجایی که آرایش های پایدار شامه ها مستلزم حقیقی بودن کنش است، رابطه ۱۱ برای  $\xi$  نباید منفی باشد. بنابراین باید صورت و مخرج کسر رابطه ۱۱ به طور همزمان در  $Z = Z_*$  تغییر علامت دهند. به عبارتی  $Z_*$  جواب هر دو عبارت صورت و مخرج و به صورت زیر است،

$$Z_* = \sqrt{2\pi\alpha' E_0} R_{AdS} \quad 12$$

با جای گذاری این رابطه در مخرج رابطه ۱۱، می توان جریان الکتریکی حالت پایا را برای مدل غیربحرانی استفاده شده در این مقاله به دست آورد،

$$J_0 = \sqrt{(2\pi\alpha')^5 E_0^3 + d^2} \quad 13$$

با جای گذاری این رابطه  $J_0$  را به صورت تابعی از میدان الکتریکی ثابت و چگالی بار در مدل غیربحرانی برای دماهای پایین نشان می دهد. از تقسیم جریان پایا به میدان الکتریکی  $(\frac{J_0}{E_0})$ ، رابطه رسانندگی الکتریکی پایا به صورت زیر به دست می آید،

$$\Sigma_0 = \sqrt{E_0 + \frac{d^2}{E_0}}, \quad 14$$

که در غیاب چگالی بار به  $\Sigma_0 = \sqrt{E_0}$  منجر می شود. در حد میدان های الکتریکی بسیار کوچک  $E_0 \rightarrow 0$ ، با بسط این رابطه،  $\Sigma_0 = \frac{d}{E_0} + O(E_0)^2$  خواهد شد. بنابراین در دماهای پایین، اگر چگالی بار غیر صفر باشد، رسانندگی الکتریکی نامتناهی خواهد شد. این موضوع نشان می دهد که سیستم به شدت جفت شده،

$$\partial_z \left( \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{xz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}} \right) + \partial_t \left( -\frac{(2\pi\alpha')^2 R_{AdS} F_{tx}}{z f(z) \sqrt{\xi}} \right) = 0.$$

در ادامه، رسانندگی الکتریکی در دو حالت متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت اول، اعمال میدان الکتریکی ثابت به سیستم منجر به ایجاد رسانندگی الکتریکی پایا (مستقل از زمان) در سمت نظریه QCD می شود. در حالت دوم نیز اعمال میدان الکتریکی وابسته به زمان به سیستم مورد مطالعه قرار گرفته است که به رسانندگی الکتریکی غیرتعادلی وابسته به زمان منجر خواهد شد.

### رسانندگی پایا

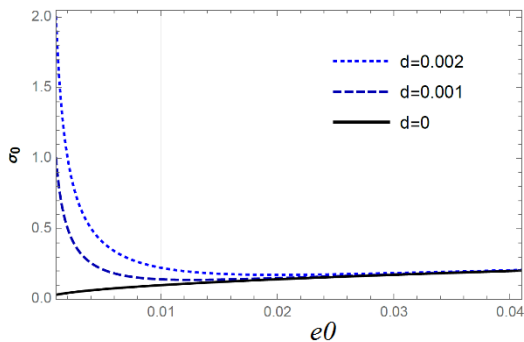
در صورتی که میدان الکتریکی وابسته به زمان نباشد (ثابت باشد)، مشتق جزئی میدان پیمانه ای نسبت به  $t$  برابر صفر خواهد بود و تنها جملاتی از معادلات حرکت که شامل مشتق جزئی نسبت به  $Z$  هستند باقی می ماند،

$$\partial_z \left( \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{tz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}} \right) = 0, \quad \partial_z \left( \frac{(2\pi\alpha')^2 z^3 F_{xz}}{R_{AdS}^3 \sqrt{\xi}} \right) = 0. \quad 9$$

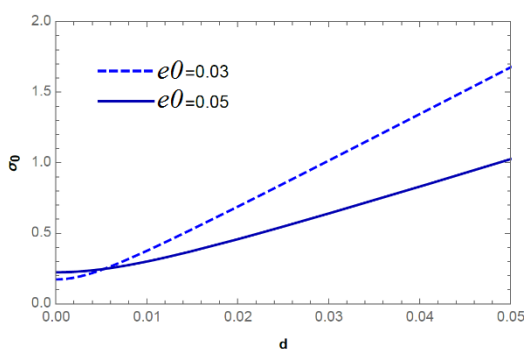
بر اساس واژه نامه AdS/CFT، به ازای هر منبع<sup>۱</sup> (عملگر) در سمت نظریه میدان، یک میدان در سمت گرانشی وجود دارد. میدان های برداری در پس زمینه، متناظر با عملگرهای برداری موضعی مرزی هستند بنابراین میدان پیمانه ای  $A_a(x, z)$  به یک جریان پایسته مرزی  $j_\mu(x)$  نگاشت می شود. تقارن پیمانه ای در پس زمینه ایجاب می کند که  $\partial_\mu j^\mu = 0$  باشد. در سمت گرانشی یک اندیس برداری اضافی نسبت به سمت نظریه میدان وجود دارد که با انتخاب پیمانه  $A_z = 0$  مشکلی در واژه نامه AdS/CFT ایجاد نمی کند. با استفاده از بهنجارش هولوگرافیک<sup>۲</sup> مرجع [۱۳]، ثابت های انتگرال گیری رابطه ۹ به صورت زیر نوشته می شوند،

<sup>2</sup> Holographic Normalization

<sup>1</sup> Source



شکل ۱. رسانندگی حالت پایدار برحسب میدان الکتریکی.



شکل ۲. رسانندگی حالت پایدار برحسب چگالی بار.

### رسانندگی وابسته به زمان

در این حالت برای بررسی رسانندگی الکتریکی غیرتعادلی که موضوع اصلی بحث این مقاله است، میدان الکتریکی وابسته به زمان در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور،  $e(t)$  به صورت زیر انتخاب می‌شود،

$$e(t) = \frac{e_0}{2} (1 + \tanh(\omega t)) \quad (15)$$

که در آن  $e_0$  مقدار بیشینه میدان الکتریکی و  $\omega$  بیانگر فرکانس اعمال میدان است. البته می‌توان انتخاب‌های دیگری هم برای نحوه وابستگی میدان الکتریکی به زمان در نظر گرفت (به عنوان مثال انتخاب‌های مرجع [۱۲]). در اینجا برخلاف حالت قبل، مشتق جزئی نسبت به  $t$  مخالف صفر است. بنابراین معادلات حرکت رابطه ۸ با انتخاب پیمانه  $A_z = 0$  و همچنین مقادیر  $2\pi\alpha' = 1$  و  $R_{AdS} = 1$  به شکل زیر نوشته می‌شوند،

یک رسانا با رفتاری همانند مایع فرمی است. برای فلز با رفتار مایع فرمی، رسانندگی با دما نسبت عکس دارد و در دماهای پایین، مقدار رسانندگی به سمت صفر میل می‌کند. برای فلز با رفتار مایع فرمی، رسانندگی با دما نسبت عکس دارد و در دماهای پایین، مقدار رسانندگی به سمت صفر میل می‌کند. چنین رفتاری در مرجع [۹] برای سیستم با آرایش شامه‌های D3-D7 نیز دیده می‌شود.

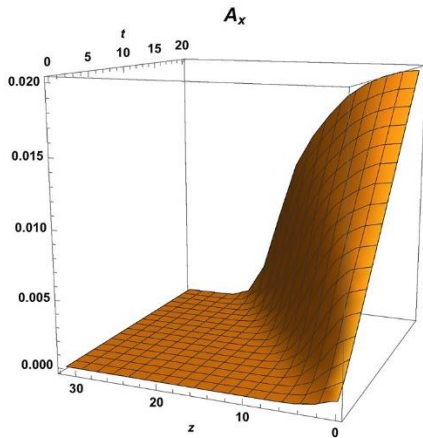
با انجام تغییر متغیر  $e_0 = 2\pi\alpha' E_0$  کمیت بدون بعد میدان الکتریکی به دست می‌آید ( $e_0$ ). همچنین با در نظر گرفتن  $\sigma_0 = (2\pi\alpha')^{-2} \Sigma_0$ ، عبارت مربوط به رسانندگی بدون بعد خواهد شد.

در شکل ۱، رسانندگی الکتریکی بدون بعد  $\sigma_0$  متناظر با حالت پایدار نظریه QCD دمای پایین برحسب میدان الکتریکی بدون بعد  $e_0$  برای سه مقدار چگالی بار رسم شده است. برای رسم این نمودار و سایر نمودارها، از مقادیر عددی  $2\pi\alpha' = 1$  و  $R_{AdS} = 1$  استفاده شده است. با توجه به این نمودار می‌توان دریافت که در حالت  $d = 0$ ، رسانندگی با افزایش میدان زیاد می‌شود اما در حالت  $d \neq 0$ ، با افزایش میدان، رسانندگی ابتدا کاهش می‌یابد و در میدان‌های الکتریکی بزرگتر، رفتار رسانندگی شبیه حالت  $d = 0$  خواهد شد.

همچنین نمودار رسانندگی الکتریکی  $\sigma_0$  حالت پایا برحسب چگالی بار، به ازای دو مقدار میدان الکتریکی در شکل ۲ رسم شده است. با توجه به این نمودار می‌بینیم که با افزایش چگالی بار مقدار رسانندگی پایا افزایش می‌یابد اما شیب تغییرات رسانندگی با افزایش میدان کاهش می‌یابد. حالت  $d = 0$  (چگالی بار صفر) شبیه سیستم‌های بدون ناخالصی افزوده<sup>۱</sup> و حالت  $d \neq 0$  (چگالی بار غیر صفر)، شبیه سیستم‌های دارای ناخالصی افزوده<sup>۲</sup> در فیزیک حالت جامد است.

<sup>2</sup> Doped

<sup>1</sup> Non- Doped



شکل ۳. میدان پیمانه‌ای  $A_x$  به صورت تابعی از زمان  $t$  و مختصه شعاعی  $z$  به ازای  $e_0 = 0.001$ ,  $\omega = 0.5$  و  $d = 0$

در ادامه به کمک رابطه ۲۰، جریان الکتریکی وابسته به زمان و در نهایت، با استفاده از نسبت جریان وابسته به زمان به میدان وابسته به زمان  $(\frac{j(t)}{E(t)})$ ، رسانندگی الکتریکی وابسته به زمان برای این سیستم غیرتعادلی به دست می‌آید. نمودار تغییرات رسانندگی الکتریکی  $\sigma(t)$  و میدان الکتریکی  $e(t)$  (هر دو بدون بعد هستند) به صورت تابعی از زمان برای  $e_0 = 0.001$ ،  $d = 0$  و  $\omega = 0.5$  در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به این نمودار مشاهده می‌شود که در لحظه شروع اعمال میدان، رسانندگی سیستم از مقدار صفر افزایش می‌یابد و در ادامه با نزدیک شدن میدان به مقدار نهایی خود، با یک رفتار غیرتعادلی کاهش پیدا می‌کند و در زمان‌های طولانی‌تر، به مقدار رسانندگی پایا  $(\sigma_0)$  میل می‌کند.

همچنین تغییرات زمانی رسانندگی الکتریکی  $\sigma(t)$  و میدان الکتریکی  $e(t)$  به ازای  $e_0 = 0.001$ ،  $d = 0$  و  $\omega = 0.9$  در شکل ۵ نشان داده شده است.

$$\partial_z \left( \frac{\partial_z A_t}{z\sqrt{\chi}} \right) = 0, \quad \partial_t \left( \frac{\partial_z A_t}{z\sqrt{\chi}} \right) = 0, \quad 16$$

$$\partial_z \left( \frac{\partial_z A_x}{z\sqrt{\chi}} \right) - \partial_t \left( f(z)^{-1} \frac{\partial_t A_x}{z\sqrt{\chi}} \right) = 0$$

برای به دست آوردن معادلات حرکت از تغییر متغیر  $u \rightarrow \frac{1}{z}$  استفاده شده است. با این تغییر، مختصه شعاعی  $z$  بین صفر (مرز فضای AdS) و  $z_\Lambda$  قرار می‌گیرد. همانند حالت قبل از تعریف  $d = \frac{\partial_z A_t}{z\sqrt{\chi}}$  استفاده می‌شود که در آن،

$$\chi = \frac{1-z^4[(\partial_t A_x)^2 - f(z)(\partial_z A_x)^2]}{f(z)(1+d^2 z^6)} \quad 17$$

و معادله حرکت برای میدان پیمانه‌ای  $A_x$  به صورت زیر درمی‌آید،

$$\partial_z \left( \frac{\partial_z A_x}{z(1+d^2 z^6)\sqrt{\chi}} \right) - \partial_t \left( \frac{f(z)^{-1} \partial_t A_x}{z(1+d^2 z^6)\sqrt{\chi}} \right) = 0 \quad 18$$

برای حل معادله فوق، می‌توان میدان پیمانه‌ای  $A_x$  را به صورت زیر به دو بخش تقسیم نمود،

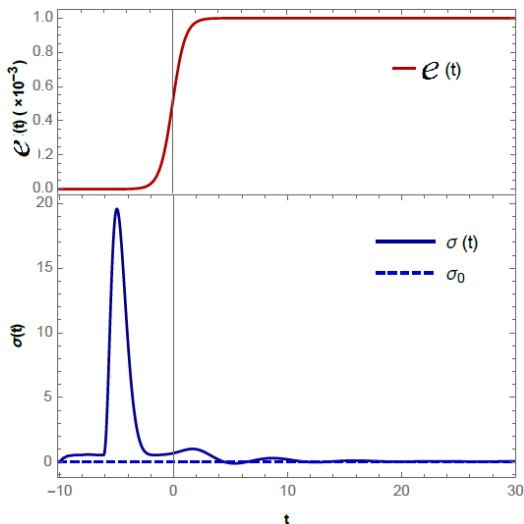
$$A_x = -\int e(t) dt + h(t, z) \quad 19$$

که  $e(t)$  میدان وابسته به زمان بدون بعد رابطه ۱۵ و  $h(t, z)$  درجه آزادی دینامیکی است که بر اساس تناظر AdS/CFT به صورت زیر به جریان الکتریکی  $J_x$  مرتبط است [۱۳]،

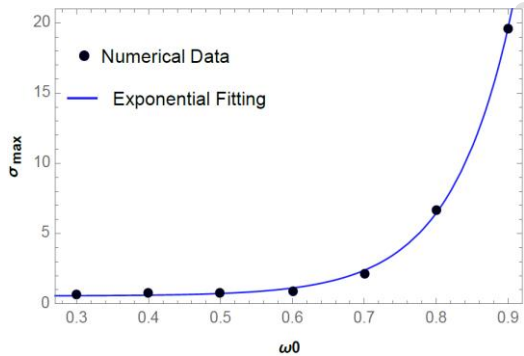
$$\partial_z^2 h(t, z=0) \propto \langle J_x \rangle \quad 20$$

با قرار دادن رابطه ۱۹ را در معادله دیفرانسیل رابطه ۱۸ و در نظر گرفتن شرایط مرزی  $h(t, z=0) = 0$  و  $\partial_z h(t, z=0) = 0$ ، معادله حرکت میدان پیمانه‌ای  $A_x$  به صورت عددی حل قابل حل می‌شود. شکل ۳، رفتار میدان پیمانه‌ای  $A_x$  را به صورت تابعی از زمان و مختصه شعاعی  $z$  به ازای  $e_0 = 0.001$ ،  $\omega = 0.5$  و  $d = 0$  نشان می‌دهد.

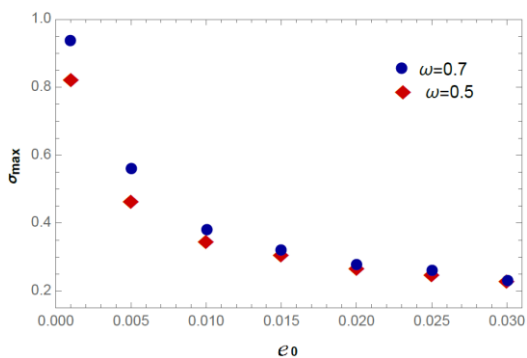
می‌شود که در فرکانس‌های ثابت، مقدار بیشینه رسانندگی غیر تعادلی با افزایش  $e_0$ ، به صورت نمایی کاهش می‌یابد.



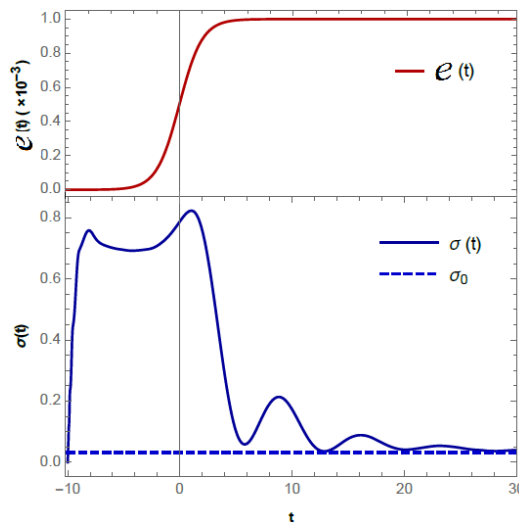
شکل ۵. رسانندگی و میدان الکتریکی غیر تعادلی به صورت تابعی از زمان به‌ازای  $d = 0$  و  $e_0 = 0.001$  و  $\omega = 0.9$ .



شکل ۶. بیشینه رسانندگی غیر تعادلی به صورت تابعی از فرکانس  $\omega$  به‌ازای  $d = 0$  و  $e_0 = 0.001$ .



شکل ۷. بیشینه رسانندگی الکتریکی صورت تابعی از  $e_0$ ، به‌ازای چگالی بار صفر،  $\omega = 0.5$  و  $\omega = 0.7$ .



شکل ۸. رسانندگی و میدان الکتریکی غیر تعادلی به صورت تابعی از زمان به‌ازای  $d = 0$  و  $\omega = 0.5$ ،  $e_0 = 0.001$ .

با توجه به دو شکل ۴ و ۵ می‌توان به تأثیر  $\omega$  بر رفتار غیرتعادلی رسانندگی پی‌برد. با افزایش  $\omega$ ، از پهنای نمودار رسانندگی کاسته می‌شود اما مقدار بیشینه رسانندگی افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان دریافت که با افزایش  $\omega$ ، مقدار رسانندگی غیر تعادلی سریعتر به مقدار رسانندگی پایا میل می‌کند. دلیل این رفتار آن است که با افزایش فرکانس  $\omega$ ، سرعت تزریق انرژی به سیستم بیشتر می‌شود، که این موضوع سبب باریک‌تر شدن پیک رسانندگی و افزایش بیشینه آن می‌شود.

نمودار بیشینه رسانندگی برحسب فرکانس  $\omega$ ، به‌ازای میدان ثابت  $e_0 = 0.001$  و چگالی بار صفر ( $d = 0$ ) نیز در شکل ۶ رسم شده است. با توجه به این نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش  $\omega$ ، مقدار بیشینه رسانندگی غیرتعادلی به صورت نمایی افزایش می‌یابد. در ادامه تأثیر پارامترهای  $d$  و  $e_0$  را بر روی مقدار بیشینه رسانندگی مورد بررسی قرار گرفته است.

نمودار به‌دست آمده برای بیشینه رسانندگی الکتریکی غیر تعادلی برحسب پارامتر  $e_0$  به‌ازای دو فرکانس ثابت  $\omega = 0.7$  و  $\omega = 0.5$  و چگالی بار صفر در شکل ۷ رسم شده است. با توجه به این نمودار مشاهده

در پایان مقدار بیشینه رسانندگی الکتریکی غیرتعادلی برحسب پارامتر  $d$ ، به ازای  $\omega = 0.5$  و  $e_0 = 0.01$  در شکل ۸ نشان داده شده است.

در  $2\pi\alpha' = 1$  و  $R = 1$ ، به رابطه ۱۶ برای رسانندگی پایا در مدل غیربحرانی منجر می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد که در صورت اعمال میدان الکتریکی ثابت، رفتار رسانندگی الکتریکی در هر دو مدل هولوگرافیک بحرانی و غیربحرانی یکسان است. همچنین در غیاب چگالی بار، رفتار رسانندگی پایا، مشابه رفتار رسانندگی به دست آمده برای حد میدان الکتریکی ثابت قوی در مدل غیربحرانی مرجع [۹] و سیستم  $D3 - D7$  در مرجع [۱۳] است.

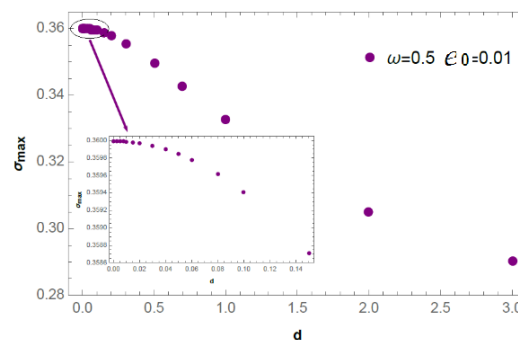
در ادامه، برای مطالعه رسانندگی الکتریکی غیرتعادلی، یک میدان الکتریکی وابسته به زمان به سیستم اعمال شد. سپس با حل عددی معادلات حرکت برای میدان پیمانه‌ای، رسانندگی الکتریکی وابسته به زمان برای این سیستم غیرتعادلی به دست آمده است. همچنین تأثیر پارامترهای شدت میدان الکتریکی، چگالی بار و فرکانس تغییرات میدان بر روی رسانندگی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

- از آنجایی که فرکانس  $\omega$ ، بیانگر سرعت تزریق انرژی به سیستم است، افزایش  $\omega$  سبب کمتر شدن پهنای پیک نمودار رسانندگی وابسته به زمان و افزایش مقدار بیشینه آن می‌شود.
- در غیاب چگالی بار، به ازای فرکانس‌های ثابت، افزایش  $e_0$  سبب کاهش مقدار بیشینه رسانندگی وابسته به زمان می‌شود.
- به ازای فرکانس و  $e_0$  ثابت، مقدار بیشینه رسانندگی غیر تعادلی، با افزایش  $d$  کاهش می‌یابد.

### مرجع‌ها

[1] J.M. Maldacena, The large N limit of superconformal field theories and supergravity, *Advances in Theoretical and Mathematical Physics* 2 (1998) 231; E. Witten, Anti-de Sitter space and holography,

در پایان مقدار بیشینه رسانندگی الکتریکی غیرتعادلی برحسب پارامتر  $d$ ، به ازای  $\omega = 0.5$  و  $e_0 = 0.01$  در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل ۸. بیشینه رسانندگی الکتریکی صورت تابعی از  $d$ ، به ازای  $\omega = 0.5$  و  $e_0 = 0.01$ .

باتوجه به این نمودار می‌توان دریافت که به ازای  $\omega$  و  $e_0$  ثابت، مقدار بیشینه رسانندگی غیر تعادلی، با افزایش  $d$  کاهش می‌یابد. این کاهش در چگالی‌های کوچک به صورت چند جمله‌ای از مرتبه دو است اما برای چگالی‌های بزرگتر به شکل چند جمله‌ای از مرتبه سه است.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله رسانندگی الکتریکی هولوگرافیک یک سیستم ناپایدار نظریه QCD، با استفاده از مدل دوگان غیربحرانی سیاه‌چاله شش بعدی در دمای پایین مورد بررسی قرار گرفته است.

برای مقایسه رسانندگی الکتریکی به دست آمده از این مدل با نتایج به دست آمده در سایر مدل‌ها، ابتدا حالت پایا با شدت میدان الکتریکی ثابت مورد بررسی قرار گرفت. در این حالت مشاهده شد که رفتار رسانندگی در غیاب چگالی بار به صورت  $\sigma_0 = \sqrt{e_0}$  است و در حضور چگالی بار، با افزایش میدان الکتریکی، تأثیر چگالی بر رسانندگی کمتر خواهد شد. می‌توان دید که در حضور چگالی بار، رسانندگی پایا به دست آمده از مدل بحرانی  $AdS_5 \times S^5$  در مرجع [۹]، با فرض



- [7] T. Oka, R. Arita, H. Aoki, Breakdown of a Mott insulator–non-adiabatic tunneling mechanism, *Physical Review Letters* **91** (2003) 066406; M. Eckstein, T. Oka, and P. Werner, Dielectric Breakdown of Mott Insulators in Dynamical Mean-Field Theory, *Physical Review Letters* **105** (2010) 146404.
- [8] A. Mitra, S. Takei, Y.B. Kim, A.J. Millis, Nonequilibrium Quantum Criticality in Open Electronic Systems, *Physical Review Letters* **97** (2006) 236808.
- [9] K. Hashimoto, T. Oka, Vacuum Instability in Electric Fields via AdS/CFT: Euler-Heisenberg Lagrangian and Planckian Thermalization, *Journal of High Energy Physics* **2013** (2013) 116.
- [10] A. Davody, Noncritical Holographic QCD in External Electric Field, *Nuclear Physics B* **853** (2011) 277-290.
- [11] H. Ebrahim, M. Ali-Akbari, S.Heshmatian, Thermal quench at finite 't Hooft coupling, *Nuclear Physics B* **904** (2016) 527–537.
- [12] S. Amiri-Sharifi, M. Ali-Akbari, A. Kishani-Farahani, N. Shafie, Double relaxation via AdS/CFT, *Nuclear Physics B* **909** (2016) 778–795.
- [13] A. Karch, A. O'Bannon, Metallic AdS/CFT, *Journal of High Energy Physics* **2007** (2007) 024.
- Advances in Theoretical and Mathematical Physics* **2** (1998) 253.
- [2] S.S. Gubser, I.R. Klebanov, A.M. Polyakov, Gauge theory correlators from non-critical string theory, *Physics Letters B* **105** (1998) 428.
- [3] A. Karch, E. Katz, Adding flavor to AdS/CFT, *Journal of High Energy Physics* **2002** (2002) 043.
- [4] S. Kuperstein, J. Sonnenschein, Non-critical supergravity ( $d > 1$ ) and holography, *Journal of High Energy Physics* **2004** (2004) 049; S. Kuperstein and J. Sonnenschein, Non-critical, near extremal AdS(6) background as a holographic laboratory of four dimensional YM theory, *Journal of High Energy Physics* **2004** (2004) 026.
- [5] R. Casero, A. Paredes, J. Sonnenschein, Fundamental matter, meson spectroscopy and non-critical string / gauge duality *Journal of High Energy Physics* **2006** (2006) 127; S. Kuperstein, J. Sonnenschein, Non-critical, near extremal AdS(6) background as a holographic laboratory of four dimensional YM theory, *Journal of High Energy Physics* **2004** (2004) 026.
- [6] T. Oka, H. Aoki, Nonequilibrium Quantum Breakdown in a Strongly Correlated Electron System, Quantum and Semi-classical Percolation & Breakdown, *Lecture Notes in Physics* **762** (2008) 1-35.

## Electric Conductivity of Non-Equilibrium QCD

Sara Heshmatian<sup>1,\*</sup>, Jalil Naji<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Engineering Science and Physics, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Qazvin, Iran

<sup>2</sup> Physics Department, Ilam University, P.O. Box 69315-516, Ilam, Iran

Received: 17.09.2016    Final revised: 25.12.2016    Accepted: 13.02.2017

### Abstract

In this paper, we aim to investigate the electric conductivity of an out of equilibrium system of QCD at low temperatures. One way to study such systems is to apply a time dependent electric field and examine the out of equilibrium behavior of the system. The electric field produces pairs of quarks and antiquarks from the field theory vacuum leading to an electric current. By using the relation between the applied electric field and its relevant current, the electric conductivity of the field theory can be obtained. We use a non-critical holographic model of QCD to study the time dependent out of equilibrium solution of the system non-perturbatively and examine the effects of parameters such as electric field magnitude and frequency as well as the charge density on electric conductivity. Finally, we compare our results with those from other holographic models.

**Keywords:** Electric Conductivity, QCD Theory, Holography

---

\* Corresponding Author: heshmatian@bzte.ac.ir \*