



## کانونی سازی باریکه‌ی نوترون‌های سرد با استفاده از شش قطبی مغناطیسی

مریم مکریمی، سیدفرهاد مسعودی\*

گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، صندوق پستی: ۴۴۱۶-۱۵۸۷۵، تهران - ایران

**چکیده:** با استفاده از برهم‌کنش بین گشتاور مغناطیسی نوترون و میدان مغناطیسی شش قطبی که منجر به یافتن معادله‌ی مسیر خاصی برای حرکت نوترون می‌شود، چگونگی حرکت نوترون در میدان مغناطیسی شش قطبی مورد مطالعه قرار گرفته و با استفاده از آن شرایط کانونی سازی نوترون‌های سرد در انتهای آهن‌ربای شش قطبی بررسی شد. هم‌چنین با بهره‌گیری از نتایج حاصل از شبیه‌سازی، نوع وابستگی طول موج کانونی شونده به شرایط مختلف از قبیل ابعاد و قدرت آهن‌ربای شش قطبی به دست آمد. اثرات ابعاد چشمه بر روی میزان کانونی شدن نیز مورد بررسی قرار گرفت.

**کلیدواژه‌ها:** کانونی سازی، نوترون سرد، شش قطبی مغناطیسی، باریکه‌ی نوترون

## Cold Neutron Beam Focusing by Magnetic Sextupole

M. Mokarami, S.F. Masoudi\*

Physics Department, KN Toosi University of Technology, P.O.Box: 15875-4416, Tehran - Iran

**Abstract:** By means of interaction between neutron magnetic moment and magnetic sextupole that leads to a specific path equation for neutrons, the neutron motion in a sextupole magnetic field has been obtained. By utilizing the result, the conditions for focusing the cold neutron beam on the end of the magnet have been investigated. Also, using the simulated results, the focused wavelength has been obtained for different conditions depending on the dimensions of the sextupole magnet and its strength. The effect of the dimensions of the neutron source is also investigated on the focusing process.

**Keywords:** Focusing, Cold Neutron, Magnetic Sextupole, Neutron Beams

## ۱. مقدمه

امروزه استفاده از باریکه‌ی نوترونی یک روش کارآمد برای بررسی ساختار و پویایی مواد است. پدیده‌هایی مانند پراش و یا بازتابش نوترون از نمونه‌های مختلف، اطلاعات مهمی را در اختیار پژوهش‌گران قرار خواهد داد [۱، ۲]. از آن‌جا که ساختارهای مورد مطالعه، ابعادی در حدود چندین نانومتر دارند، بنابراین در مطالعه‌ی این دسته از مواد باید از طول موج‌هایی در محدوده‌ی طول موج نوترون‌های سرد استفاده شود. با این وجود، مشکل اساسی که در استفاده از این نوترون‌ها دیده می‌شود شار کم این نوترون‌ها است که منجر به کاهش کارایی این دسته از آزمایش‌ها شده است [۳]. از طرف دیگر، طی انتقال باریکه‌ی نوترون از چشمه به نقطه‌ی آزمون، به علت واگرایی ذرات در فضا پخش شده و شار دریافتی در یک نقطه‌ی خاص با فاصله گرفتن از چشمه بسیار کم خواهد بود. به همین دلیل استفاده از ابزارهایی مانند عدسی‌های اپتیکی نوترونی که بتواند باریکه‌ی نوترون را همانند باریکه‌ی نور متمرکز کرده و شار را در نقطه‌ی آزمایش افزایش دهد بسیار ضروری به نظر می‌رسد.

مطالعه‌ی طرح‌های اپتیکی مختلف برای غلبه بر مشکل شار پایین نوترون‌های سرد دارای سابقه‌ی دیرینه‌ای است [۴، ۵، ۶، ۷]. به عنوان نمونه‌ای از این نوع طرح‌ها می‌توان به روش استفاده از بازتاب نوترون از سطوح مواد و ساخت عدسی‌های نوترونی اشاره کرد [۸]. این روش به طور تجربی با استفاده از اشکال مقعر متقارن از جنس  $MgF_2$  توسط اسکیلدنس و همکاران (۱۹۹۸) مورد مطالعه قرار گرفته است [۹].

روش دیگری که اخیراً به طور قابل ملاحظه‌ای مورد توجه قرار گرفته است اعمال نیرو بر نوترون (با توجه به بی‌بار بودن آن) با استفاده از میدان مغناطیسی است. در صورت وجود میدان مغناطیسی متغیر نسبت به مکان، به واسطه‌ی برهم‌کنش میدان مغناطیسی با اسپین نوترون، بر نوترون نیرو وارد خواهد شد. در حالت کلی جهت میدان مغناطیسی و نوع تغییرات آن نسبت به مکان، مسیر حرکت نوترون را مشخص می‌کند. شش قطبی‌های مغناطیسی به واسطه‌ی نوع میدانی که ایجاد می‌کنند و برهم‌کنش این میدان با اسپین نوترون، می‌توانند به گونه‌ای بر حرکت نوترون تأثیر گذارند که همانند لنزهای نوری، باریکه‌ی نوترون را در منطقه‌ای خاص کانونی کرده و بدین ترتیب شار نوترون را در آن منطقه افزایش دهند [۱۰، ۱۱، ۱۲]. از جمله‌ی روش‌های دیگر که براساس برهم‌کنش گشتاور مغناطیسی نوترون و میدان

مغناطیسی بنا نهاده شده استفاده از هشت قطبی‌های مغناطیسی برای موازی‌سازی باریکه‌ی نوترون و سپس هم‌گرایی آن‌ها است. در این روش از دو هشت قطبی مغناطیسی به طور هم‌زمان استفاده می‌شود که در هشت قطبی مغناطیسی اولیه باریکه‌ی نوتون سرد موازی شده و سپس این باریکه‌ی موازی شده در میدان هشت قطبی دوم هم‌گرا می‌شود [۱۳، ۱۴].

در این مقاله ضمن معرفی میدان‌های مغناطیس شش قطبی، معادله‌های حرکت نوترون در این میدان به دست آورده شده و با استفاده از آن شرایط متمرکزسازی باریکه‌ی نوترون پس از عبور از میدان قطبی شش قطبی مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته است. هم‌چنین با بهره‌گیری از محاسبات عددی، طول موج‌های کانونی شونده برای شرایط خاص به دست آورده شده است. در نهایت اثرهای غیرنقطه‌ای بودن چشمه‌ی نوترونی مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲. بررسی حرکت نوترون در میدان شش قطبی مغناطیسی

با توجه به چگونگی حرکت نوترون در میدان یک آهن‌ربای شش قطبی، می‌توانیم شرایطی را به دست آوریم که طی آن باریکه‌ی نوترون‌های سرد پس از عبور از آهن‌ربا کانونی شوند. بدین منظور ابتدا به چگونگی حرکت این ذرات در میدان شش قطبی می‌پردازیم.

از آن‌جا که نوترون ذره‌ای بدون بار است، تنها راه برهم‌کنش آن با میدان مغناطیسی خارجی، گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن است. نیروی وارد بر نوترون این است

$$F = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{\gamma\alpha}{\hbar} \vec{\nabla}(\vec{S} \cdot \vec{B}) \quad (1)$$

که در آن بردار مکان نوترون،  $S$  اسپین نوترون،  $\vec{B}$  میدان مغناطیسی خارجی و  $\alpha = |\vec{\mu}|/m = 5.78 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1} \text{ T}^{-1}$ . اگر میدان مغناطیسی خارجی به اندازه‌ی کافی قوی باشد، قطبش نوترون در امتداد میدان مغناطیسی به طور ناوردی انتقال یافته و تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در این حالت معادله‌ی (۱) چنین خواهد بود

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \pm \alpha \vec{\nabla}(|\vec{B}|) \quad (2)$$



اسپین مثبت، با متحمل شدن نیرویی جانب مرکز به سمت محور آهن‌ربا متمایل می‌شوند، در حالی که نوترون‌های با اسپین منفی نسبت به محور واگرا شده و از آن دور می‌شوند و در صورتی که دیواره‌ی آهن‌ربا از مواد جاذب نوترون ساخته شده باشد، توسط آن جذب می‌شوند. بنابراین شش قطبی باریکه‌ی ناقطبی‌دهی نوترون را قطبی‌دهی نیز می‌کند [۱۱].

با در نظر گرفتن شرایط اولیه  $(\vec{v}(t=0) = v_{ox}, v_{oy}, v_{oz})$  و  $(\vec{r}(t=0) = x_0, y_0, z_0)$ ، معادله‌های مکان و سرعت نوترون، به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\vec{r} = \left( x_0 \cos \omega t + \frac{v_{ox}}{\omega} \sin \omega t, y_0 \cos \omega t + \frac{v_{oy}}{\omega} \sin \omega t, v_{oz} t + z_0 \right) \quad (5)$$

$$\vec{v} = (v_{ox} \cos \omega t - x_0 \omega \sin \omega t, v_{oy} \cos \omega t - y_0 \omega \sin \omega t, v_{oz}) \quad (6)$$

حال با استفاده از رابطه‌های فوق می‌توانیم شرایطی را به دست بیاوریم که تحت آن بتوانیم نوترون‌ها را پس از عبور از آهن‌ربا کانونی کنیم. برای مثال هنگامی که چشمه‌ی نقطه‌ای به آهن‌ربا چسبیده باشد، با صفر قرار دادن رابطه‌ی (۴)، شرط کانونی شدن باریکه‌ی نوترون در انتهای آهن‌ربایی به طول  $l_m$  به صورت زیر به دست می‌آید (شکل ۱)

$$\frac{\omega l_m}{v_z} = \pi \quad (7)$$

این رابطه نشان می‌دهد که برای یک آهن‌ربای شش قطبی با مشخصات معلوم ( $G$  و  $l_m$ )، یک طول موج خاص را می‌توان در انتهای آهن‌ربا کانونی کرد  $(\lambda[A^\circ] = \frac{3956}{v[m/s]})$ . طول موج به دست آمده در رابطه‌ی (۶) در محدوده‌ی انرژی نوترون‌های سرد قرار می‌گیرد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با افزایش طول آهن‌ربا و نیز ثابت مشخصه‌ی  $G$  آن، طول موج کانونی شونده ( $\lambda_f$ ) کاهش یافته و نوترون‌های با انرژی بیش‌تر در انتهای آهن‌ربا کانونی می‌شوند.

که در آن علامت منفی مربوط به حالتی است که اسپین نوترون با میدان مغناطیسی هم جهت بوده و علامت مثبت برای حالتی است که میدان مغناطیسی و اسپین نوترون غیرهم جهت باشند. در ادامه‌ی محاسبات فرض بر این است که نوترون‌های فرودی غیرقطبی‌دهی بوده و کوانتس آن‌ها در امتداد میدان مغناطیسی موضعی در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. بدین ترتیب اسپین نیمی از نوترون‌ها در امتداد میدان مغناطیسی موضعی بوده و نیمی دیگر پادموازی هستند.

میدان مغناطیسی یک شش قطبی مغناطیسی که طبق مدل هالباخ [۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸] از چیدمان خاصی از آهن‌رباهای دایمی در داخل یک محفظه‌ی استوانه‌ای به وجود می‌آیند به صورت زیر است

$$B = \frac{G}{r} \left( (x^2 - y^2) \hat{i} - 2xy \hat{j} \right) \quad (3)$$

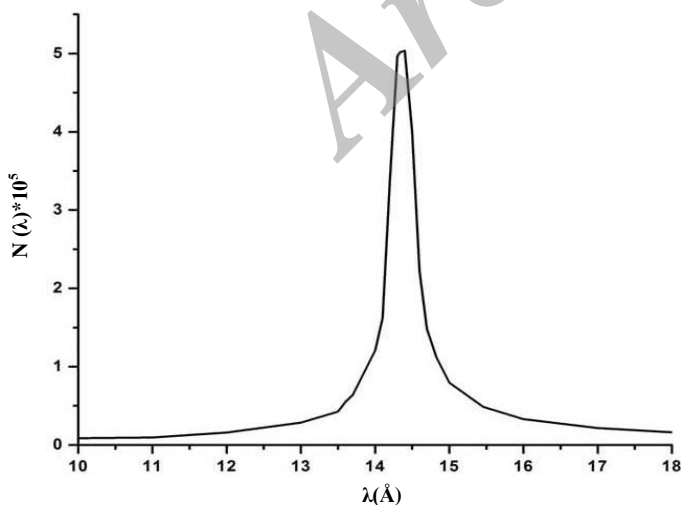
که در آن محور  $Z$  موازی محور استوانه بوده و محورهای  $X$  و  $Y$  عمود بر آن در نظر گرفته شده‌اند.  $G$  ثابت مشخصه‌ی آهن‌ربای شش قطبی است که به عواملی از جمله شعاع داخلی و خارجی آهن‌ربا بستگی دارد [۱۶]. به عنوان مثال تجربی از شش قطبی‌های ساخته شده برای هم‌گرا کردن نوترون‌های سرد می‌توان به مراجع [۱۰، ۱۱، ۱۲] اشاره کرد که در آن ثابت مشخصه‌ی میدان شش قطبی ساخته شده از مرتبه‌ی  $10^4 \text{ T m}^{-2}$  است. با توجه به شعاع استوانه‌ی استفاده شده در این آهن‌ربای شش قطبی که از مرتبه‌ی ۱ سانتی‌متر است، میدان مغناطیسی متوسط داخل این آهن‌ربا از مرتبه‌ی ۱ تسلا است. با استفاده از رابطه‌ی فوق، نیروی وارد از این میدان بر نوترون، به صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \pm \omega^2 \vec{r} \quad ; \quad \omega^2 = \alpha G \quad (4)$$

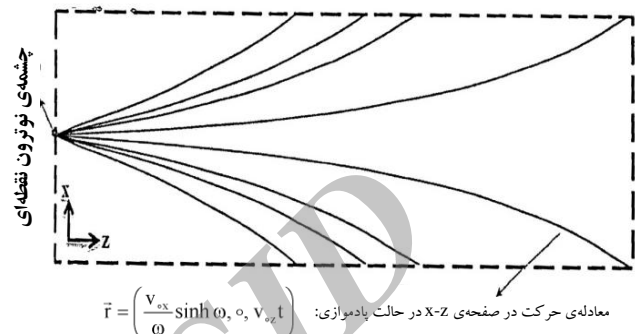
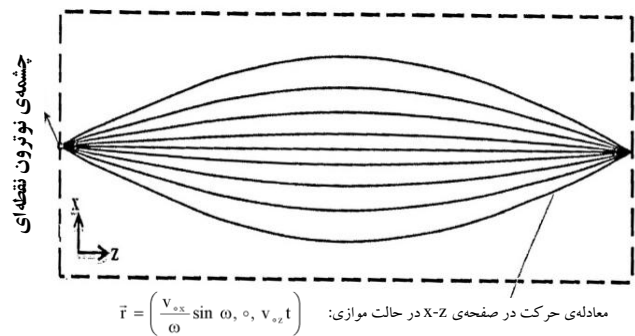
چنان‌که دیده می‌شود نکته‌ی اساسی در استفاده از شش قطبی‌های مغناطیسی، برهم‌کنش خاص آن‌ها (به واسطه‌ی نوع وابستگی میدان مغناطیسی شش قطبی به مکان که در رابطه (۳) آمده است) با نوترون است که منجر به حرکت نوسانی نوترون خواهد شد [۱۹]. همان‌طور که رابطه‌ی (۴) نشان می‌دهد، نوترون‌های با

کادمیم، در نظر گرفته شد. بدین ترتیب پرتوهایی که پس از ورود به آهن‌ربا و طی عبور از آن به مرز دیواره‌ی داخلی می‌رسند از محاسبات حذف شده و یافتن مسیر حرکت برای آن‌ها ادامه پیدا نکرد. در نهایت تعداد نوترون‌هایی که در انتهای آهن‌ربا در نقطه‌ای به شعاع  $r_d$  کانونی شده بودند برحسب طول موج رسم شدند. نتایج مربوط به دو منطقه به شعاع‌های  $0.1$  و  $0.5$  mm در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند. تعداد کل نوترون‌های دنبال شده در محاسبات انجام شده ۱۰۰ میلیون بود. با توجه به این تعداد و تعداد نوترون‌های هم‌گرا شده می‌توان درصد هم‌گرایی را تعیین کرد. با این وجود باید بر این نکته تأکید کرد که برای مشخص شدن اهمیت استفاده از میدان مغناطیسی، بهتر است میزان هم‌گرایی با حالت عدم وجود میدان مقایسه شود. به عنوان مثال در محاسبات مربوط به شکل ۲، تعداد نوترون‌هایی که از مقطعی به شعاع  $0.1$  میلی‌متر در فاصله‌ی  $200$  میلی‌متری از چشمی می‌گذرند تقریباً ۱ نوترون از هر ۱۰۰ میلیون نوترون است. این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی شش قطبی این تعداد برای طول موج ۱۴ آنگستروم به بیش از ۵۰۰ هزار می‌رسد.

با توجه به این دو شکل، برای شعاع  $r_d=0.1$  mm طول موج  $14.4 \text{ \AA}$  و هم‌چنین برای شعاع  $r_d=0.5$  mm بازه‌ی طول موج  $14.8 < \lambda < 14$  آنگستروم در انتهای آهن‌ربا کانونی شده است. این نتیجه نشان می‌دهد که با افزایش شعاع نقطه‌ی تمرکز، بازه‌ی طول موج‌هایی که می‌توانند به طور کامل در این نقطه کانونی شوند بزرگ‌تر می‌شود.



شکل ۲. نمودار  $N(\lambda)$  برحسب  $\lambda(\text{\AA})$  برای شش قطبی با مشخصات  $r_m=2$  mm،  $r_d=0.1$  mm و  $\omega=432$  s<sup>-1</sup>  $r_m=0.5$  mm



شکل ۱. نوع حرکت نوترون در دو حالت اسپین موازی و پادموازی با میدان شش قطبی مغناطیسی موضعی.

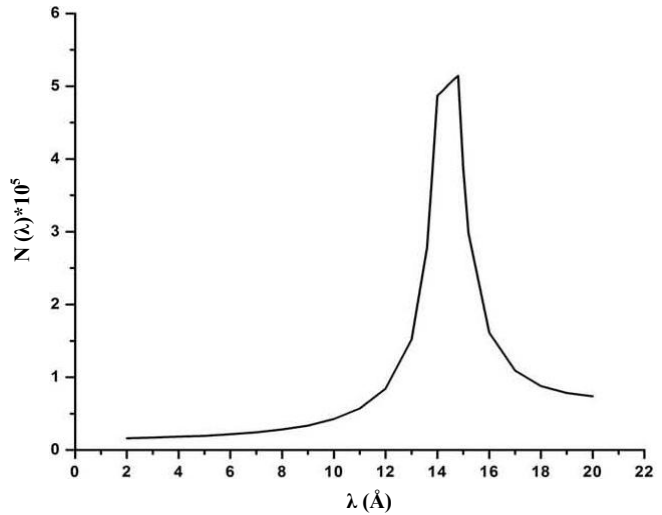
### ۳. شبیه‌سازی

روابط و شرایطی که در بخش قبل بیان شد، امکان استفاده از شش قطبی مغناطیسی برای کانونی کردن باریکه‌ی نوترونی را نشان می‌دهد. چنان‌که مشخص شد، شش قطبی مغناطیسی قادر خواهد بود نوترون‌های با طول موج خاصی را کانونی کند. در این قسمت، برای به دست آوردن طول موج کانونی‌شونده ( $\lambda_f$ ) به طور دقیق‌تر، از شبیه‌سازی و نتایج آن استفاده شد. (لازم به ذکر است که در این شبیه‌سازی از کد خاصی استفاده نشده است. برای بررسی چگونگی هم‌گرایی نوترون در یک آهن‌ربای شش قطبی، تعداد مشخصی از نوترون به طور کاملاً کاتوره‌ای از فاصله‌ی خاصی از آهن‌ربا گسیل می‌شوند. در صورت غیرنقطه‌ای بودن چشمه نیز محل گسیل نوترون به صورت کاتوره‌ای انتخاب می‌شود. هم‌چنین زاویه‌ی گسیل نوترون با استفاده از اعداد کاتوره‌ای در محیط نرم‌افزار فرترن انتخاب می‌شوند. این اعداد کاتوره‌ای شرایط اولیه‌ی حرکت نوترون را مشخص کرده و با استفاده از آن‌ها مسیر حرکت نوترون داخل آهن‌ربا محاسبه می‌شود).

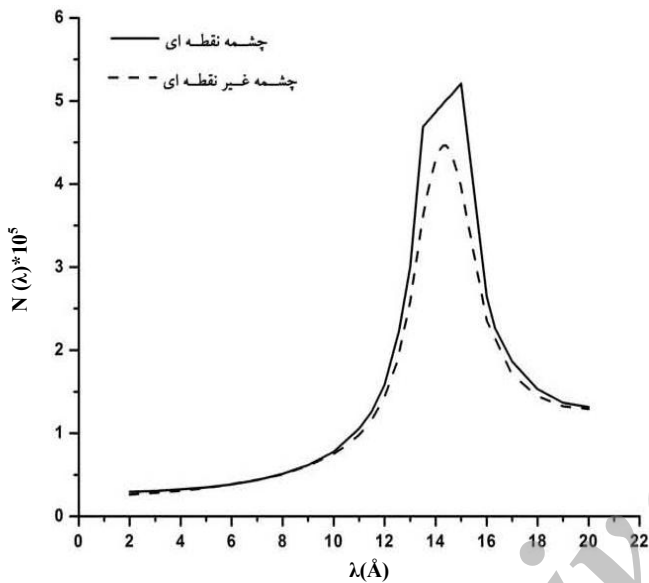
در مثال مورد بررسی، آهن‌ربایی به طول  $I_m=2$  m شعاع روزنه‌ی  $r_m=5$  mm و  $\omega=432$  rad/s در نظر گرفته شد. هم‌چنین برای دیواره‌ی داخلی آهن‌ربا یک ماده‌ی جاذب نوترون، مانند



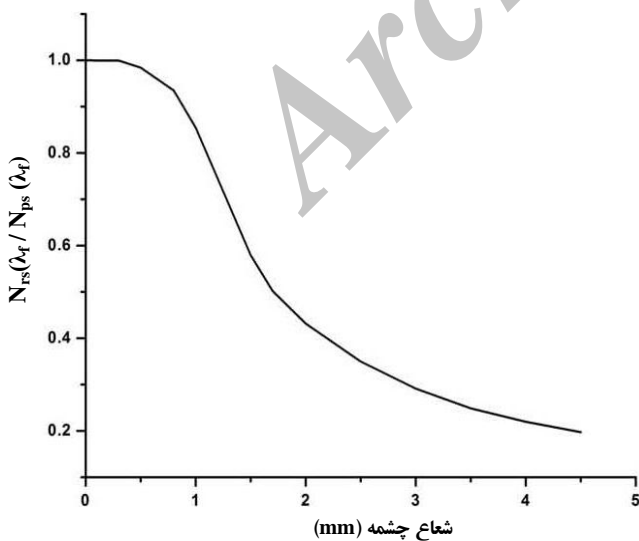
مربوط به چشمه‌ی نقطه‌ای، تقسیم و حاصل برحسب شعاع چشمه در شکل ۵ رسم شده است. قابل ذکر است که شدت حاصل از تمام این چشمه‌های به شعاع‌های متفاوت، یکسان در نظر گرفته شده است. چنان‌که شکل ۵ نشان می‌دهد، برای یک شدت ثابت، هر اندازه شعاع چشمه کوچک‌تر باشد، شدت پرتو دریافت شده در کانون عدسی مغناطیسی به همان اندازه بزرگ‌تر است. این منحنی (با توجه به شرایط یاد شده) برای شعاع‌های کوچک‌تر از یک میلی‌متر بهترین نتیجه را نشان می‌دهد.



شکل ۳. نمودار  $N(\lambda)$  برحسب  $\lambda(\text{\AA})$  برای شش قطبی با مشخصات  $d_m=2\text{m}$ ،  $r_d=0,5\text{mm}$  و  $\omega=432\text{s}^{-1}$ ،  $r_m=0,5\text{mm}$



شکل ۴. نمودار  $N(\lambda)$  برای دو حالت چشمه‌ی نقطه‌ای و غیرنقطه‌ای به شعاع ۱ میلی‌متر.



شکل ۵. نمودار تغییرات  $N(\lambda_f)$  چشمه‌ی غیرنقطه‌ای / نقطه‌ای نسبت به شعاع چشمه‌ی  $r_s$ .

#### ۴. بررسی اثرات حاصل از غیرنقطه‌ای در نظر گرفته شدن چشمه

در محاسبات انجام شده‌ی قبلی، چشمه نقطه‌ای در نظر گرفته شده است. برای بررسی تغییرات حاصل از غیرنقطه‌ای بودن چشمه، بار دیگر با استفاده از شبیه‌سازی، نمودار  $N(\lambda)$  برای دو چشمه‌ی نقطه‌ای و غیرنقطه‌ای به دست آورده و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. هم‌چنین در این قسمت برای بررسی اثرات فاصله داشتن چشمه از آهن‌ربا، فاصله‌ی موردنظر برابر ۲ سانتی‌متر انتخاب شد (در محاسبات گذشته چشمه در دهانه‌ی آهن‌ربا قرار داشت). هم‌چنین منطقه‌ی کانونی شدن نیز در فاصله‌ی ۲ سانتی‌متری از انتهای آهن‌ربا در نظر گرفته شد. در شکل ۴ با در نظر گرفتن مشخصات آهن‌ربا مشابه با شکل‌های ۲ و ۳، برای دو حالت چشمه‌ی نقطه‌ای و چشمه‌ی غیرنقطه‌ای به شعاع  $r_s=1\text{mm}$  نمودار  $N(\lambda)$  رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بازه‌ی  $\lambda_f$  در چشمه‌ی غیرنقطه‌ای به یک نقطه‌ی بیشینه تبدیل شده است.  $\lambda_f$  در حالت نقطه‌ای در بازه‌ی ۱۳٫۵ تا ۱۵ آنگستروم و در حالت غیرنقطه‌ای برابر ۱۴٫۴ آنگستروم است. هم‌چنین با آن که شدت نوترون‌های هر دو چشمه یکسان در نظر گرفته شده است، شدت قله‌ی منحنی در چشمه‌ی غیرنقطه‌ای به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. برای مشاهده‌ی بهتر این مطلب تعداد بیشینه‌ی نوترون‌های مربوط به طول موج  $\lambda_f$  برای چشمه‌هایی به شعاع‌های مختلف،  $N_{rs}(\lambda_f)$  محاسبه شده و سپس این مقدار بر  $N_{ps}(\lambda_f)$



## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

به شعاع  $I_d$  رسم شد. با استفاده از این نمودار، طول موج کانونی شده محاسبه و نیز اثر افزایش شعاع نقطه‌ای کانونی بر روی میزان کانونی شدن بررسی شد. بدین ترتیب با استفاده از بررسی‌های انجام شده قادر خواهیم بود شرایط مناسب برای کانونی کردن یک طول موج خاص به وسیله آهن‌ربای شش قطبی را به دست آوریم. برای چشمه‌هایی با شار ثابت، هر چه شعاع چشمه کوچک‌تر باشد، شدت پرتو دریافت شده در کانون لنز بیش‌تر است.

چگونگی حرکت نوترون در داخل شش قطبی مغناطیسی بررسی و با استفاده از معادله‌های حرکت به دست آمده، شرایط کانونی شدن نوترون در انتهای آهن‌ربا تعیین شده است. طول موج کانونی شده در محدوده‌ی نوترون‌های سرد قرار دارد که مقدار آن تابعی از ابعاد شش قطبی و ثابت مشخصه‌ی آن است. با بهره‌گیری از شبیه‌سازی، نمودار شدت پرتوهای کانونی شده در انتهای یک آهن‌ربای شش قطبی (با مشخصات معلوم) و نقطه‌ای

## مرجع‌ها:

1. J. Penfold, R. K. Thomas, The application of the specular reflection of neutrons to the study of surfaces and interfaces, *J. Phys. Condens. Matter* 2 (1990) 1369-1412.
2. C. F. Majkrzak, N. F. Berk, U. A. Perez-Salas, Phase-sensitive neutron reflectometry, *Langmuir* 19 (2003) 7796-7810.
3. P. Ageron, Neutron research facilities at the ILL high flux reactor, Institut Laue-Langevin, Grenoble, France, Edition June (1986).
4. P. S. Farago, Electromagnetic focusing and polarization of neutron beams, *Nucl. Instr. Methods* 30 (1964) 271.
5. H. M. Brash, et al., *Proc. Roy. Soc. Edinburgh A* 68 (Part. 2) (1969) 158.
6. G. I. Terekhov, *Sov. Tech. Phys. Lett.* 3 (1977) 526.
7. W. G. Williams, *Polarized Neutrons*, Clearendon Press, Oxford (1988).
8. M. A. Kumakov and V. A. Sharov, A neutron lens, *Nature* 357 (1992) 390.
9. M. R. Eskildsen, P. L. Gammel, E. D. Isaacs, C. Detlefs, K. Mortensen, D. J. Bishop, Compound refractive optics for the imaging and focusing of low-energy neutrons, *Nature* 391 (1998) 563.
10. H. M. Shimizu, H. Kato, T. Oku, Y. Suda, Y. Ogawa, H. Iwasa, T. Kamiyama, Y. Kiyonagi, T. Wakabayashi, Cold neutron beam control using magnetic field gradient, *Physica B* 172 (1998) 241-243.
11. H. M. Shimizu, Y. Suda, T. Oku, H. Nakagawa, H. Kato, T. Kamiyama, C. Otani, H. Sato, T. Wakabayashi, Y. Kiyonagi, Measurement of cold neutron-beam focusing, *Nucl. Instr. Methods A* 430 (1999) 423.
12. J. Suzuki, T. Oku, T. Adachi, H. M. Shimizu, Y. Kiyonagi, T. Kamiyama, F. Hiraga, H. Iwasa, K. Sato, M. Furusaka, Development of a magnetic focusing device for pulsed neutrons, *Nucl. Instr. Methods A* 529 (2004) 120.
13. J. Fuzi, Gy. Torok, L. Rosta, Neutron focusing with permanent magnet hexapole, *Physica B* 350 (2004) 169-172.
14. J. Fuzi, R. Golub, F. Mezei, L. Rosta, Accuracy evaluation of hexapole electromagnets, *Appl. Phys. A* 74 (2002) 210-212.
15. K. Halbach, Strong rare earth cobalt quadrupoles, *IEEE, Trans., NS26* (1979) 3882.
16. K. Halbach, Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material, *NIM*, 169, 1 (1980).
17. K. Halbach, Physical and optical properties of rare earth cobalt magnets, *NIM*, 187, 109 (1981).
18. K. Halbach, Perturbation effects in segmented rare earth cobalt multipole magnets, *NIM*, 198, 213 (1982).
19. M. mokarami, S. F. Masudi, A simulation of neutron motion and investigation of neutron beam collimating in sextupole magnetic field, *Annual physics conference of Iran* (2009) 2037.