

# آنالیز مودال پره ردیف دوم یک توربین گاز صنعتی به روش تحلیلی و تجربی

عبداله اسدالهی قهیه<sup>۱</sup>

استادیار

در این مقاله، آنالیز مودال پره ردیف دوم یک توربین گاز صنعتی انجام گردیده و موده‌های ارتعاشی پره در شرایط مختلف به دست آمده است. جهت صحت‌گذاری، ابتدا در یک حالت خاص، تحلیل المان محدود با استفاده از نرم افزار NASTRAN-PATRAN مطابق شرایط تست تجربی انجام گردیده و پس از اطمینان از وجود تطابق بین نتایج تحلیل المان محدود و نتایج تجربی، تحلیل مطابق شرایط کاری توربین گاز انجام گردیده و در نهایت دیاگرام کمپل رسم گردیده است. با توجه به مدلسازی صورت گرفته و همچنین محاسبه فرکانس تحریک در شرایط توربین گازی و رسم دیاگرام کمپل، مشخص شد هیچگونه مشکل رزونانسی در پره به وجود نیامده، ضمن اینکه تطابق قابل قبولی بین نتایج تحلیلی و تجربی وجود دارد.

محمدهادی صیادنژاد<sup>۲</sup>

کارشناس ارشد

واژه های راهنما: سوپر آلیاژ، پره توربین، فرکانس طبیعی، فرکانس تشدید، المان محدود

## ۱- مقدمه

اهمیت پره های توربین گاز در کاربرد های هوایی و صنعتی و تاثیر آنها بر عملکرد و کارایی توربین باعث شده است که امروزه جهت ساخت پره ها تست های مختلفی به لحاظ متالورژیکی و سازه ای بر روی آنها صورت گیرد. یکی از آزمایشاتی که بر روی پره های توربین گاز صورت می گیرد آنالیز مودال پره ها و به دست آوردن فرکانس های طبیعی و موده های ارتعاشی پره در دوره های کاری می باشد تا بدین وسیله محدوده عملکرد مطمئن پره به لحاظ عدم بروز پدیده تشدید در شرایط مختلف کاری به دست آید. پره های توربین تحت تنش های مختلفی قرار می گیرند. یکی از دلایل مهم شکست پره ها به علت خستگی در اثر ارتعاش در محدوده تشدید پره می باشد. بنابراین باید موده های ارتعاشی که پره در آنها در حالت تشدید قرار می گیرد شناسایی شده و از آنها دوری شود که این کار به روش آنالیز مودال صورت می گیرد. از آنجا که با توجه به پیچیدگی شکل هندسی پره، به دست آوردن موده های فرکانسی ارتعاش پره به کمک روش های تحلیلی و

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده صنعت هواپیمایی کشوری

[mh\\_sayyadnezhad@yahoo.com](mailto:mh_sayyadnezhad@yahoo.com)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، کارشناس ارشد هوافضا، سازمان هواپیمایی کشوری

استفاده از فرمول های تحلیلی تقریباً غیر ممکن می باشد لذا در این تحقیق از یکی از نرم افزارهای المان محدود جهت آنالیز مودال پره توربین استفاده شده است.

بنابراین به طور خلاصه ضرورت و اهمیت بحث تحلیل مودال پره توربین به شرح زیر می باشد:

۱- یافتن فرکانس های طبیعی پره جهت دوری از دورهایی که سبب تشدید شده یا در نزدیکی دورهای بحرانی کار می کنند.

۲- اصلاح پروفیل پره جهت اجتناب از تشدید.

۳- افزایش راندمان توربین و عملکرد بهتر در اثر کنترل تغییر شکل های پره تحت تاثیر ارتعاش و در نتیجه عمر بیشتر پره و هزینه پایین تعویض و یا تعمیر پره ها.

لذا هدف از انجام این پژوهش، تحلیل مودال پره ردیف دوم یک توربین گاز صنعتی و مقایسه نتایج تحلیلی به دست آمده با نتایج تجربی رفتار ارتعاشی پره، و بررسی فرکانس های طبیعی و مودهای ارتعاشی در دور کاری توربین می باشد.

تحقیقات بسیاری از گذشته تا به حال در ارتباط با آنالیز مودال پره های توربوماشین ها صورت گرفته است و سعی تمامی آنها در جلوگیری از شکست پره در شرایط و دورهای مختلف کاری بوده است. بررسی و تحلیل پره های توربین گازی در منابع مختلف به روش های متفاوتی صورت گرفته است. در بعضی از موارد، با بررسی و تحلیل تنش پره ها، در شرایط پایدار و ناپایدار نظیر تشدید، زمانهای بحرانی و تنش های عمده به دست آمده اند، در مواردی هم بعد از شکست پره ها به بررسی شرایط کاری آنها و صرفاً بررسی مکانیکی پرداخته شده و در مواردی نیز از نتایج شکست نگاری و علایم میکروسکوپی سطوح شکست، تخمین هایی در مورد شرایط کاری و تنش های اعمالی به دست آمده است. در دهه اخیر با پیشرفت در طراحی توربوماشین ها و افزایش مشکلات ارتعاشی مربوط به آنها محققین تلاش های زیادی را در ارتباط با بحث آنالیز مودال پره توربین انجام دادند تا شرایط کاری بحرانی برای پره های توربین را تخمین زده و از شکست آنها جلوگیری کنند. یک شاخه از تحقیقات در زمینه ارتعاشات به بحث تحلیل ارتعاشات آزاد تیغه های موتور توربین دوار می پردازد. بیشترین کارهایی که در این زمینه انجام شده است بدین گونه بوده که تیغه ها به عنوان تیر مدل شده اند و تنها فرکانس های ارتعاشی پره در حالت آزاد به دست آمده است. در صورتی که در این پژوهش در تحلیلی مناسبتر و دقیقتر، اثرات دور و دما بر فرکانس طبیعی تواماً<sup>۱</sup> و در حالات مختلف برای یک پره توربین گاز مورد بررسی قرار گرفته است. اولین بار استودولا<sup>۱</sup> طی یک مطالعه تحلیلی فرکانس طبیعی یک پره را تخمین زد [۱]. بعدها اثرات نیروی گریز از مرکز بر سختی توسط لمب<sup>۲</sup> مورد بررسی قرار گرفت [۲]. کرون مطالعات و آزمایشات بسیاری را در مورد رفتار ارتعاشی پره های ردیف اول یک توربین تحت شرایط عملکرد در دمای بالا انجام داد [۳]. در طی سال های ۱۹۴۱ الی ۱۹۴۵ و با پیشرفت در پره های موتورهای جت در آمریکا، انگلستان و عموماً<sup>۳</sup> در آلمان مطالعات زیادی بر روی خرابی پره ها در اثر ارتعاشات صورت گرفت [۴]. شاید بتوان شروع کاربرد روش های عددی بر روی رفتار ارتعاشی پره ها را در سال ۱۹۴۴ دانست [۵]. در سال ۱۹۵۱ به وسیله جارت<sup>۳</sup> و وارنر<sup>۱</sup> روشی جهت بررسی فرکانس های طبیعی

<sup>1</sup> Stodola

<sup>2</sup> Lamb

<sup>3</sup> Jarrett

پره ردیف آخر یک توربین بخار ارائه شد [۶]. ریگر<sup>۲</sup> و مک کالین<sup>۳</sup> ارتعاشات یک شبکه متشکل از تعدادی تیر با مقطع منشوری یکنواخت را بررسی کردند [۷]. گرچه تحلیل آنها به طور خاص برای تحلیل پره ها نبود اما عمومیت مدل مورد استفاده اجازه می دهد که نتایج آنها قابل استفاده در این حوزه نیز باشد. روش المان محدود اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط توماس<sup>۴</sup> و همکاران [۸] و اندرسون و همکاران [۹] انجام گرفت. اشکال کار آنها در آن زمان عدم در نظر گرفتن اثرات بار گریز از مرکز بر سختی پره بود. با پیدایش کدهای تجاری مهم و اساسی حل المان محدود نظیر NASTRAN در سال ۱۹۶۸ و ANSYS در سال ۱۹۷۰ پیشرفت چشمگیری در حل مسائل ارتعاشی پره ها برداشته شد. از آن زمان تاکنون روش المان محدود به عنوان یک روش پایه و اساسی مطرح شده است. با پیشرفت در روش های محاسباتی، دیمتریادیس<sup>۵</sup> بررسی ارتعاشی یک پره توربین را با در نظر گرفتن دیسک صلب با قطر محدود و به روش اجزای محدود انجام داد [۱۰]. مشابه این کار توسط سالاما<sup>۶</sup> و همکارانش انجام گرفت [۱۱]. جاج<sup>۷</sup> و همکارانش الگوی پاسخ مجموعه دیسک-پره را بررسی کردند [۱۲]. گوردون<sup>۸</sup> و هولکمپ<sup>۹</sup> روی مجموعه دیسک و پره یکپارچه تحقیقاتی انجام دادند. همچنین آنها یک نمونه مقیاس شده از پره مرحله اول یک موتور توربین گازی را با موفقیت تحت تست مودال قرار دادند [۱۳]. پیرا<sup>۱۰</sup> و همکارانش آنالیز مودال پره مرحله پنجم یک توربین را انجام دادند [۱۴]. آنها با محاسبه فرکانس حرکات پره در دور کاری توربین، به نتیجه عدم وقوع پدیده تشدید در پره رسیدند. هو<sup>۱۱</sup> و ویکز<sup>۱۲</sup> آنالیز مودال یک پره توربین گاز را در دو حالت آزاد و استاتیکی به دست آورده و با نتایج آزمایشی مقایسه نمودند. آنها در تحقیق خود بیان نمودند مهمترین عواملی که بر فرکانس های طبیعی پره توربین تاثیر گذارند بارهای گریز از مرکز و دمای پره هستند [۱۵]. اختلاف بین فرکانس های تحلیلی به دست آمده از حل المان محدود مدل تهیه شده توسط هو و ویکز با نتایج آزمایشی آنها در حد قابل قبول بود. اشکال عمده تحقیق آنها عدم در نظر گرفتن دور و توزیع دما در طول پره بود. رومر<sup>۱۳</sup> تست مودال مجموعه دیسک - پره یک توربین صنعتی را به روش آزمایشی و در دمای محیط به انجام رساند و با نتایج المان محدود مقایسه نمود [۱۶ و ۱۷]. اشکال کار وی نیز عدم در نظر گرفتن بار گریز از مرکز وارد بر پره بود. وی تحلیل خود را تنها در حالت استاتیکی و در دمای محیط به انجام رساند. کریستف پیر<sup>۱۴</sup> به تحلیل ارتعاشی پره های دارای شرود پرداخت [۱۸]. وی در تحقیق خود بیان نمود که

<sup>1</sup> Warner

<sup>2</sup> Riegger

<sup>3</sup> McCaliion

<sup>4</sup> Thomas

<sup>5</sup> Dimitriadis

<sup>6</sup> Salama

<sup>7</sup> Judge

<sup>8</sup> Gordon

<sup>9</sup> Hollcamp

<sup>10</sup> Pereira

<sup>11</sup> Hou

<sup>12</sup> Wicks

<sup>13</sup> Roemer

<sup>14</sup> Christophe Pierre

ارتعاشات پره های چرخان متأثر از نیروی گریز از مرکز وارد بر پره می باشد. جیسون کیلب<sup>۱</sup> به مطالعه میراهای سازه ای و آیرودینامیکی در پره توربین پرداخت و دیاگرام کمپل<sup>۲</sup> ۵ مود اول ارتعاشی پره توربین گاز صنعتی را به دست آورد [۱۹]. نتیجه مهم تحقیق وی بیانگر این مطلب بود که دمای محیط تاثیر چندانی بر سطح میرایی ندارند. همچنین وی بیان نمود که میرایی آیرودینامیکی بخش مهمی از میرایی کل در پره توربین بوده، و می توان از میرایی سازه ای در مقایسه با آن صرفنظر نمود. ژیمین و همکاران به کمک روش المان محدود، عمر خزشی پره توربین را در دمای ثابت ۹۰۰ درجه سانتیگراد و در دور ۳۶۰۰ دور در دقیقه به دست آوردند [۲۰]. استوارت موفات<sup>۳</sup> در مقاله ای به بررسی پیشگویی پاسخ تحریکات اجباری پره توربین گاز صنعتی پرداخت و با استفاده از نرم افزارهای المان محدود فرکانس های طبیعی و شکل مودهای پره توربین را به دست آورد [۲۱]. وی با اعمال نیروی گریز از مرکز بر پره روتور از جنس تیتانیوم فرکانس های طبیعی ۵ مود اول پره را به دست آورد. گو چونگ سای<sup>۴</sup> در مقاله ای به بررسی رفتار ارتعاشی گروهی پره توربین پرداخت [۲۲]. وی ابتدا به جمع آوری ابعاد هندسی و خواص مواد پرداخته و پس از آن ساخت مدل المان محدود پره را انجام داد و در نهایت آنالیز ارتعاشی پره را در حالت پایدار و با سرعت های چرخشی مختلف به انجام رسانده و دیاگرام کمپل پره ها را به دست آورد. نتایج تحقیق انجام شده توسط سای بیانگر تطابق مناسب فرکانس های ارتعاشی و شکل مودها در تحلیل المان محدود و نتایج آزمایشی می باشد. از نظر سای، کار مشکلی است که فرکانس های طبیعی یک پره توربین واقعی را با تمامی اثرات (پیچشی، خمشی، انحناهای موجود) وارد بر آن محاسبه کنیم. لذا باید با انجام فرضیات ساده و استفاده از نرم افزارهای المان محدود، مودهای فرکانسی پره را به دست آورد. سپس وی فرکانس های طبیعی حالت آزاد<sup>۵</sup> یک پره را بدون اعمال هیچگونه قیدی به دست آورده و شکل مودهای طبیعی آن را استخراج کرد. نتایج به دست آمده از تحلیل حالت آزاد توسط سای بیانگر تطابق قابل قبول نتایج تحلیلی و تجربی بود. وی بیان نمود مدل المان محدود جهت شبیه سازی کامل رفتار واقعی پره قابل اطمینان می باشد. یکی دیگر از تست های انجام شده بر روی پره توربین گاز در زمینه آنالیز مودال، توسط وریس<sup>۶</sup> و به دو روش تحلیلی و تجربی انجام گرفت. در تحقیق صورت گرفته توسط وی آنالیز مودال پره ردیف دوم توربین ABB13E2 مورد بررسی قرار گرفت [۲۳]. در تحلیل انجام گرفته دلیل عمده خرابی پره، خستگی در اثر بارهای تکراری اعمالی ذکر شده است. همچنین در تحلیل مذکور عنوان شده که خرابی پره به وسیله بارگذاری اضافی اتفاق نمی افتد، بلکه در اثر بارهای سیکلی تکراری روی می دهد. لذا باید با طراحی درست و بهینه و جلوگیری از بروز بارگذاری سیکلی و انجام آنالیز فرکانسی از شکست پره جلوگیری شود.

لذا آنالیز مودال می تواند ابزار قدرتمندی جهت دستیابی به ارزیابی مشکلات مربوط به خستگی توربین باشد. در تحقیق مذکور وریس بیان نموده است که آنالیز مودال و استفاده از مدل المان محدود، بهترین روش جهت به دست آوردن فرکانس های طبیعی پره توربین می باشد. کاری که وی انجام داد شامل انجام

<sup>1</sup> Jason Kielb

<sup>2</sup> Campbell Diagram

<sup>3</sup> Stuart Moffatt

<sup>4</sup> Gwo Chung Tsai

<sup>5</sup> free-free

<sup>6</sup> Verhees

آزمایشات تجربی پره ردیف دوم توربین ABB13E2، تحقیق و بررسی بر روی خواص ماده به کار رفته در پره، انجام آنالیز مودال آزمایشی، ایجاد مدل المان محدود پره، به دست آوردن موده‌های فرکانسی و صحنه گذاری<sup>۱</sup> نتایج تحلیلی و تجربی بود. اشکال کار وی عدم در نظر گرفتن تاثیرات دور و دما بر روی رفتار ارتعاشی پره بود. وریس تنها در حالت آزاد و استاتیکی و تحت دمای محیط تست آزمایشی و تحلیل خود را انجام داد.

همانطور که ذکر گردید اکثر تحقیقاتی که تاکنون در مورد آنالیز مودال و تحلیل رفتار ارتعاشی پره توربین گاز انجام گردیده تنها در یک بعد به بررسی موضوع پرداخته و تحلیل های متعددی بر روی پره توربین گاز جهت اطمینان از صحت بیشتر نتایج انجام نگردیده است. در برخی از تحقیقات تنها به بررسی رفتار ارتعاشی پره در حالت آزاد و مقایسه با نتایج تجربی اکتفا شده است. در بعضی دیگر تست و تحلیل مودال پره در دمای محیط انجام گردیده و بحث دور لحاظ نگردیده است. در برخی دیگر که بحث دور لحاظ شده است بحث دما نادیده گرفته شده است. به طور کلی آنچه که در این تحقیق نسبت به دیگر کارهای انجام شده تاکنون حائز اهمیت است موضوع در نظر گرفتن دور و دمای پره می باشد که همانطور که ذکر گردید در تحقیق های مشابه این کار صورت نگرفته و بحث تحلیل مودال یا فقط در حالت آزاد انجام گردیده و یا صرفاً<sup>۱</sup> با در نظر گرفتن دور کاری پره و یا دما انجام گردیده و هر دو مورد با هم بررسی نگردیده است. در مواردی هم که بحث دور و دما با هم لحاظ گردیده شرایط دمایی یکنواخت منظور شده است، در حالیکه در تحقیق حاضر، آنالیز مودال پره ها با در نظر گرفتن توزیع دما در سطح پره انجام گردیده که مسلماً<sup>۱</sup> نتایج دقیقتری به دست می دهد.

## ۲- بارگذاری پره توربین

اصولاً<sup>۱</sup> پره های توربین همواره در معرض بارگذاری های متعددی قرار دارند که عمده آنها ناخواسته می باشند. این بدان معناست که در یک سیکل توربین گاز برای تولید توان مکانیکی، قطعات توربین به ناچار برخی از بارهای غیر مفید و آسیب رسان را تحمل می کنند. عمده ترین بارهای وارد بر پره توربین ناشی از نیروی جانب مرکز می باشد.

بارهای وارد بر یک پره روتور با دو عامل محدود می شوند. از یک طرف ایرفویل پره برای انجام وظیفه خود در توربین گاز، یعنی تبدیل انرژی گاز به انرژی جنبشی روتور، باید شکل آیرودینامیکی خاصی داشته باشد. همچنین دمای گاز برای افزایش راندمان توربین باید افزایش یابد [۲۴].

## ۲-۱- نیروی جانب مرکز

پره توربین گاز تحت نیروهای مختلف آیرودینامیکی، جانب مرکز و حرارتی قرار می گیرد. عمده ترین تنش های آن ناشی از نیروی جانب مرکز می باشد که یکی از نامطلوب ترین بارگذاری ها در قطعات دوار یک توربین گاز به شمار می رود و به پارامترهای متغیری از جمله سرعت دورانی روتور، فاصله هر المان از محور دوران و جنس ماده بستگی دارد.

<sup>1</sup> Validation

نیروی جانب مرکز نسبت به نیروهای دیگر وارد بر پره توربین بزرگترین مقدار را دارد. نیروی جانب مرکز نیرویی حجمی است که بر اثر سرعت دورانی به وجود می آید. اگر جرم یک المان که با سرعت زاویه ای  $\omega$  در فاصله  $r$  حول محور دوران می چرخد را  $m$  فرض کنیم، مقدار نیروی جانب مرکز وارد بر این المان برابر است با [۲۵]:

$$F = mr\omega^2 \quad (1)$$

اگر  $\omega$  ثابت باشد داریم:

$$m\omega^2 = C$$

$$F = rC$$

که  $C$  یک مقدار ثابت است.

برای یک پره با سطح مقطع متغیر که تحت اثر نیروی جانب مرکز قرار دارد، نیروی جانب مرکز وارد بر هر المان از پره برابر است با:

$$dF = \rho\omega^2 A_r r dr \quad (2)$$

در این رابطه  $A_r$  برابر سطح مقطع در فاصله  $r$  از شعاع دوران،  $\rho$  جرم حجمی پره و  $\omega$  سرعت دورانی آن می باشد. با انتگرال گیری از رابطه (۲) داریم:

$$F = \int dF = \rho\omega^2 \int A_r r dr \quad (3)$$

با فرض یکنواخت بودن تنش در هر مقطع داریم:

$$\sigma_z = \frac{F}{A_r} = \frac{\rho\omega^2}{A_r} \int A_r r dr \quad (4)$$

تغییرات سطح مقطع با شعاع دوران  $r$  معمولاً در پره ها به صورت خطی می باشد. در حالت کلی رابطه سطح مقطع با شعاع دوران به صورت زیر نوشته می شود:

$$A_r = A_0 [1 - x(1 - \theta)^m] \quad (5)$$

در این رابطه:

$A_0$  سطح مقطع ایرفویل در  $r=R_1$

$m$  پارامتر مشخص کننده هندسه پره

$\theta$  نسبت سطح مقطع ایرفویل در انتهای ایرفویل به سطح مقطع آن در  $r=R_1$

$x$  نیز طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$x = \frac{r - \beta R}{R(1 - \beta)} \quad (۶)$$

R فاصله نوک پره تا شعاع دوران و  $\beta$  برابر نسبت  $R_i/R_o$  می باشد. با جایگذاری روابط (۵) و (۶) در رابطه (۴) و با فرض  $m=1$  و انجام انتگرال گیری خواهیم داشت :

$$F_c = \rho \omega^2 R^2 A_r \left\{ \frac{1 - \beta^2}{2} + \frac{(\theta - 1)(2 - 3\beta^2 + \beta^3)}{6(1 - \beta)} \right\} \quad (۷)$$

مقدار تنش یکنواخت در پایین ترین سطح مقطع ایرفویل ( $r=R_1$ ) برابر است با :

$$\sigma_{CR} = \frac{\rho \omega^2 R^2 (1 - \beta^2)}{2} \left\{ 1 + (\theta - 1) \frac{2 - 3\beta^2 + \beta^3}{3(1 - \beta)(1 - \beta^2)} \right\} \quad (۸)$$

مقدار کسر  $\frac{2 - 3\beta^2 + \beta^3}{3(1 - \beta)(1 - \beta^2)}$  وقتی  $\beta \rightarrow 1$  دارای حدی برابر ۰٫۵ می باشد. وقتی  $\beta = 0.7$  باشد مقدار تفاوت با این حد، حدود ۶٪ می باشد. با قرار دادن مقدار ۰٫۵ به جای کسر فوق داریم :

$$\sigma_{CR} = \rho \omega^2 R^2 (1 - \beta^2)(1 + \theta) / 4 \quad (۹)$$

## ۲-۲- حل مساله میدانی به روش المان محدود

در مسائلی مانند انتقال حرارت و توزیع دما، که به عنوان مسائل میدانی شناخته می شوند، یک پارامتر مجهول به عنوان پارامتر میدان وجود دارد. در این مسائل رابطه حاکم یک شکل عمومی دارد. لذا حل همه آنها یکسان می باشد. ولی پارامترهای موجود در این رابطه در مسائل مختلف نشان دهنده پارامتر خاص آن مساله می باشند. رابطه کلی حاکم بر این مسائل به شکل زیر می باشد [۲۶]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ k_x(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ k_y(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ k_z(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + Q = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} C(\phi) \quad (۱۰)$$

$\phi$  متغیر میدان است که در مسائل انتقال حرارت نشان دهنده دما می باشد. C ظرفیت گرمایی ویژه،  $\rho$  جرم حجمی و Q نشان دهنده مقدار گرمای تولید شده و k ضریب هدایت گرمایی جسم می باشد. مسائل انتقال حرارت بر حسب اینکه وابسته به زمان بوده و یا مستقل از زمان باشند به دو دسته تقسیم می شوند که عبارتند از:

۱- وابسته به زمان ( گذرا )

۲- مستقل از زمان ( حالت پایدار )

در مسائل مستقل از زمان داریم:  $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$

با استفاده از روش گالرکین، روابط المان محدود در حالت سه بعدی با فرض اینکه ماده ایزوتروپ باشد،

به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + Q = 0 \quad (۱۱)$$

طبق روش گالرکین انتگرالی که از حاصلضرب توابع شکل در رابطه حاکم بر المان روی حجم المان به دست می آید برابر است با :

$$\int_{v^e} N^T \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + Q \right] dv = 0 \quad (12)$$

با استفاده از قضیه گرین گروس رابطه فوق را به صورت زیر می توان نوشت :

$$\begin{aligned} & \int_{s^e} N^T K \frac{\partial T}{\partial x} n_x ds - \int_{v^e} \frac{\partial N^T}{\partial x} K \frac{\partial T}{\partial x} dx dy dz - \int_{s^e} N^T K \frac{\partial T}{\partial y} n_y ds \\ & - \int_{v^e} \frac{\partial N^T}{\partial y} K \frac{\partial T}{\partial y} dx dy dz + \int_{s^e} N^T K \frac{\partial T}{\partial z} n_z ds - \int_{v^e} \frac{\partial N^T}{\partial z} K \frac{\partial T}{\partial z} dx dy dz + \int_{s^e} N^T Q dx dy dz = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

در رابطه فوق انتگرال های روی سطح، در واقع باید روی مرزهای المان محاسبه شوند. نرخ فلوی حرارت هدایت را در جهت عمود بر سطح می توان به صورت زیر نوشت :

$$q_n = -K \frac{\partial T}{\partial x} n_x - K \frac{\partial T}{\partial y} n_y - K \frac{\partial T}{\partial z} n_z \quad (14)$$

اگر انتقال حرارت را به صورت جابجایی در نظر بگیریم داریم :

$$q = h(T - T_\infty) \quad (15)$$

لذا رابطه

$$- \int_{s^e} N^T h T ds + \int_{s^e} N^T h T_\infty ds - \int_{v^e} \frac{\partial N^T}{\partial y} K \frac{\partial T}{\partial y} dx dy dz + \int_{v^e} \frac{\partial N^T}{\partial z} K \frac{\partial T}{\partial z} dx dy dz + \int_{v^e} N^T Q dx dy dz = 0 \quad (13)$$

به صورت زیر در می آید :

$$(16)$$

توزیع دما طبق روش گالرکین به صورت زیر در می آید :

$$T = Na^{(e)} \quad (17)$$

N ماتریس توابع شکل و a نیز شامل مقادیر گرته ای درجه حرارت می باشد. برای یک المان ۴ گرته ای، ماتریس N به صورت زیر می باشد :

$$a^{(e)} = [T_i, T_j, \dots, T_p] \quad (18)$$

و ماتریس مقادیر گرته ای دما نیز به صورت زیر است :



$$a^{(e)} = [T_i, T_j, \dots, T_p] \quad (19)$$

$N_i$  تا  $N_p$  توابع شکل، و  $T_i$  تا  $T_p$  درجه حرارت در گره ها هستند.

### ۳- تشریح مساله و تعریف شرایط مرزی

آنالیز اجزای محدود به منظور ارزیابی مقادیر فرکانس های طبیعی پره ها، بر روی پره از جنس سوپرآلیاژ Nimonic115 صورت گرفته است. جهت انجام آنالیز، مدل سه بعدی پره به نرم افزار PATRAN وارد شده است. سپس عملیات مش بندی انجام گردید. المان مورد نظر جهت مش بندی المان Tet10 (هرمی چهار وجهی)<sup>۱</sup> انتخاب گردید. این المان برای مش بندی مدل های بی قاعده مناسب است. همچنین یک المان مهم برای مدل سازی مدل های سه بعدی می باشد. المان مذکور نواحی نزدیک به دیواره ها و جداره ها را در اجسام بی قاعده و دارای هندسه نا منظم و سطوح دارای انحنا بهتر مدل می کند. جدول (۱) مشخصات المان به کار رفته در مدل و شکل (۱) المان بندی ایجاد شده در پره توربین موردنظر را با استفاده از المان مذکور در نرم افزار PATRAN نشان می دهد که دارای ۶۲۳۸۲ المان و ۹۵۳۹۳ گره می باشد. مشخصات هندسی و جرمی پره نیز مطابق جدول (۲) می باشد.

#### ۳-۱- نحوه انجام تست مودال آزمایشی

مطابق شکل (۲) نحوه تست آزمایشی به این شکل می باشد که پره را درون دیسک جازده و مجموعه را که از یک سمت گیردار و از طرف دیگر آزاد، به دستگاه بسته شده است. در حالت آزمایشی، پره در دو حالت آزاد و چرخان تست گردیده است. نحوه تست چرخان بدین شکل است که پس از تنظیم سیستم در یک دور معین (۳۱۵ دور در دقیقه) پره را تحریک کرده و سپس با تنظیم دستگاه در مود اندازه گیری مناسب، اتواسپکترم پاسخ پره به تحریک را محاسبه کرده و فرکانس های طبیعی مربوطه به دست آمده است.

#### ۳-۲- شرایط مرزی در تحلیل آزاد

به طور کلی مودهای طبیعی از خصوصیات ذاتی یک سازه می باشد که به طور مستقیم مستقل از بارها یا نیروهای وارد بر سازه می باشد. مودها به وسیله خواص ماده (جرم، سختی، میرایی) و شرایط مرزی وارد بر سازه تعیین می گردند. هر مود به وسیله فرکانس طبیعی و شکل آن شناسایی می گردد. مودها برای سیستم های خطی و ایستا تعریف شده و برای توصیف و مشخص کردن حالت تشدید مورد استفاده قرار می گیرند. امروزه ارتعاش در حالت تشدید از مهم ترین عوامل خرابی در سازه ها به شمار می آیند. لذا جهت فهم بهتر مشکلات ارتعاش سازه ای، حالات تشدید سازه باید شناسایی گردند. ارتعاش تشدید زمانی اتفاق می افتد که یک یا چند مود طبیعی ارتعاشی یا تشدید ارتعاشی یک سازه تحریک گردند.

در اکثر نرم افزارهای المان محدود همچون ANSYS و NASTRAN آنالیز مودال به صورت یک مساله خطی قرار می گیرد. معمولاً در این حالت هر کدام از اجزاء به صورت منفرد و در شرایط تکیه گاهی کاملاً

<sup>1</sup> Tetrahedral

آزاد (بدون هیچ تکیه گاهی) مورد آنالیز مودال قرار می گیرند. با توجه به نکته بیان شده، شش فرکانس اول به دست آمده صفر یا بسیار نزدیک به صفر می باشند که در واقع ناشی از حرکت صلب جسم می باشد. به این دلیل که تحلیل نرمال مود حالت کلی محسوب شده و تمامی فرکانس های طبیعی را شامل می شود تحلیل مذکور در حالت آزاد و بدون هیچگونه بارگذاری صورت میگیرد.

### ۳-۳- شرایط مرزی در تحلیل استاتیکی

در تعریف شرایط مرزی در این حالت فرض می شود که پره به صورت تیر یک سر درگیر بوده و بر روی دیسک به صورت صلب در نظر گرفته می شود. با توجه به انبساط ریشه پره و دیسک، وجود پین و نیروی گریز از مرکز، این مفروضات منطقی می باشد. مطابق شکل (۳)، در این حالت پره در حالت یکسر گیردار و در دمای محیط مورد تحریک قرار گرفته و فرکانس های آن اندازه گیری می شوند.

### ۳-۴- شرایط مرزی در تحلیل دینامیکی

به طور کلی بارهای وارد بر پره های متحرک توربین گازی عبارتند از: بارهای گریز از مرکز، بارهای آیرودینامیکی و تنش های حرارتی ناشی از کار پره در دمای بالا. یکی از نیروهای قابل توجه در اجزاء دوار توربین گازی، نیروی گریز از مرکز می باشد.

از این رو در تحلیل دینامیکی با لحاظ کردن سرعت روتور که ۷۰۰۰ دور در دقیقه می باشد، نیروی گریز از مرکز بر پره اعمال می گردد. شرایط مرزی در این حالت به صورت زیر اعمال شده اند:

- ۱- نیروی گریز از مرکز که از چرخش پره در سرعت دورانی ۳۱۵ دور در دقیقه (مطابق شرایط تست تجربی) و ۷۰۰۰ دور در دقیقه (مطابق شرایط کاری توربین) حاصل می شود.
- ۲- شرط مرزی تغییر مکان ثابت که در ریشه پره اعمال شده است.
- ۳- اعمال خصوصیات مواد.
- ۴- اعمال دمای محیط (مطابق شرایط تست تجربی) و توزیع دمای  $700^{\circ}C$  (مطابق شرایط کاری پره در توربین)
- ۵- از نیروهای ناشی از فشار سیال صرف نظر شده است.

### ۳-۵- بارهای آیرودینامیکی

پره توربین علاوه بر نیروی گریز از مرکز در معرض تنش های خمشی ناشی از فشار سیال قرار دارد که به صورت زیر است:

$$\sigma = \frac{x}{I_{yy}} [M_{\theta} \cos \varphi - M_{\alpha} \sin \varphi] - \frac{y}{I_{yy}} [M_{\alpha} \cos \varphi + M_{\theta} \sin \varphi] \quad (20)$$

که در آن  $I_{yy}$  ممان اینرسی اصلی مقطع بوده و  $x$ ،  $y$ ،  $M_{\alpha}$ ،  $M_{\theta}$  و  $\varphi$  نیز در شکل (۴) نشان داده شده اند.

از طرفی نیروهای آیرودینامیکی روی سطوح پره ها با استفاده از تئوری توربوماشین قابل محاسبه می باشند. برای این منظور با توجه به شکل (۵) و با در نظر گرفتن یک حجم کنترل در اطراف پره در حال چرخش در میان یک مجموعه پره و با استفاده از تئوری توربوماشین ها و نوشتن معادله مومنتوم در دو جهت، توزیع نیروهای آیرودینامیکی در طول پره قابل محاسبه است [۲۷].

$$q_u = \rho_b \cdot C_{2a} \cdot (C_{1u} + C_{2u}) \cdot t_b \quad (21)$$

$$q_a = [\rho_b \cdot C_{2a} \cdot (C_{1a} - C_{2a}) + \Delta P] \cdot t_b \quad (22)$$

که در روابط فوق  $q$  نیروی آیرودینامیکی خطی شده،  $\rho_b$  چگالی گاز داغ،  $C$  سرعت گاز داغ،  $t_b$  فاصله گام پره های متحرک از یکدیگر،  $\Delta P$  افت فشار گاز،  $a$  معرف جهت محوری و  $u$  معرف جهت محیطی است. با توجه به زیاد بودن تنش گریز از مرکز نسبت به تنش خمشی (حدوداً<sup>۱</sup> ۱۰ برابر)، می توان از نیروهای ناشی از فشار سیال بر پره صرفنظر کرد. این مورد، در مقاله ژیمین و همکارانش (۲۰۰۱) و کانتراش (۲۰۰۴) نیز لحاظ شده است. به همین خاطر در این تحقیق از نیروهای ناشی از فشار سیال به پره، صرفنظر شده است [۲۰].

### ۳-۶- شرایط مرزی حرارتی

تنش های حرارتی ناشی از اختلاف دما می باشند. تابعی که برای توزیع دما در نظر گرفته می شود یک معادله درجه ۲ برای طول پره بوده که نموداری به شکل سهمی برای توزیع دما می دهد.

در تحلیل حرارتی شرایط مرزی برای انتقال حرارت باید به یکی از صورت های زیر تعریف شود:

a. درجه حرارت ثابت (توزیع دمای یکنواخت در سطح پره)

b. در نظر گرفتن توزیع دما در سطح پره

با توجه به اینکه دمای سطح پره یکنواخت نمی باشد بنابراین توزیع دما در پره را در نظر می گیریم.

توزیع دما در طول پره در شرایط کاری به صورت شکل (۶) و جدول (۳) می باشد.

اعمال شرایط دمایی به این صورت است که با توجه به در اختیار داشتن تمایل دمایی در ریشه<sup>۱</sup>، وسط و سر<sup>۲</sup> پره، و اعمال آن در سطوح ایرفویل و با در نظر گرفتن خواصی نظیر ضریب هدایت حرارتی، ظرفیت گرمایی ویژه، توزیع دما در حالت پایدار در پره به دست می آید. همانطور که ملاحظه می گردد بیشترین دما در نزدیکی وسط طول پره می باشد. ذکر این نکته نیز ضروری است پره مربوط به یک توربین جریان محوری صنعتی و بدون خنک کاری می باشد.

<sup>1</sup> Root

<sup>2</sup> Tip

#### ۴- اعمال خواص ماده مورد استفاده در پره و مشخصات هندسی پره

در قسمت Material از نرم افزار PATRAN، خواص ماده مورد استفاده در پره که سوپرآلیاژ NIMONIC115 و به صورت همگن می باشد را وارد می کنیم. جدول (۴) ترکیب شیمیایی سوپر آلیاژ مذکور را نشان می دهد.

مقادیر مدول الاستیک سوپرآلیاژ در جدول (۵) آورده شده است. آگاهی از مقادیر مدول الاستیک برای پیش بینی رزونانس های نامطلوب در قطعاتی که در حال گردش یا نوسان هستند مورد استفاده قرار می گیرد. در جدول (۶)، خواص کششی سوپرآلیاژ NIMONIC115 نشان داده شده است. همچنین مقادیر ضریب انبساط حرارتی سوپرآلیاژ NIMONIC115 در جدول (۷) آورده شده است. در جدول (۸) خواص ارتعاشی که در بررسی خواص رزونانسی مورد استفاده قرار می گیرند، در دمای محیط آورده شده است.

#### ۵- به دست آوردن فرکانس های طبیعی پره در حالت آزاد مطابق تست تجربی

در حالت کلی شکل مودهای به وجود آمده در یک پره توربین به صورت خمشی<sup>۱</sup>، پیچشی<sup>۲</sup> و یا ترکیبی از این دو مود می باشد. هدف از انجام این آنالیز تعیین فرکانس های طبیعی سازه و به دست آوردن شکل مودهای آن می باشد.

نحوه تست آزمایشی در این حالت بدین گونه بوده است که مطابق شکل (۷) پره به ۱۸ قسمت شبکه بندی شده و توابع پاسخ فرکانسی در حالت آزاد-آزاد<sup>۳</sup> برای ۱۸ نقطه به دست آمده است. بنابراین ۱۸ منحنی تابع پاسخ فرکانسی به دست آمده است. سپس با انجام مودال تجربی بر روی توابع پاسخ فرکانسی اندازه گیری شده، فرکانس های طبیعی و شکل مودها به دست آمده است.

در تست تحلیلی انجام شده نیز مانند روش آزمایشی، مدل به صورت آزاد-آزاد<sup>۴</sup> تحت آنالیز مودال قرار می گیرد. برای تحلیل مقادیر ویژه که همان فرکانس ها و توابع ویژه که معرف شکل مودهای مساله ارتعاشات آزاد می باشند را با ورودی تنش های اولیه در نظر می گیریم.

پس از انجام تحلیل توسط نرم افزار NASTRAN، نتایج فرکانس های طبیعی به دست آمده مطابق جدول (۹) می باشد. لازم به ذکر است که در این حالت ۶ مود اول پره برابر صفر می باشد. شکل (۸) ۴ مود اول به دست آمده در پره توربین را در حالت آزاد نشان می دهد. با توجه به نتایج جدول مذکور نتایج حاصل از تحلیل المان محدود مدل، تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی دارد.

#### ۶- به دست آوردن فرکانس های طبیعی پره در حالت استاتیکی

با تحلیل مودال مجموعه در حالت استاتیکی پره یکسر گیردار (شکل ۹)، مقادیر و شکل مودهای به دست آمده مطابق جدول (۱۰) می باشد.

<sup>1</sup> Bending

<sup>2</sup> Twisting

<sup>3</sup> Free-Free

<sup>4</sup> Free-Free

## ۷- به دست آوردن فرکانس های طبیعی پره در حالت دینامیکی مطابق تست تجربی

قبل از بررسی روند انجام تحلیل ذکر این مطلب لازم است که مدل در تست آزمایشی در دور ۳۱۵ دور در دقیقه مورد تست قرار گرفته و فرکانس های طبیعی آن در حالت دورانی به دست آمده اند. جهت قید کردن کامل ریشه پره در این قسمت، با توجه به اینکه ریشه کاملاً<sup>۱</sup> درون دیسک جازده شده و با این فرض که ریشه هیچ حرکتی در سه جهت مختصات ندارد تمامی عناصر جابجایی<sup>۱</sup> در نرم افزار را برابر صفر در نظر می گیریم. بنابراین ریشه پره به صورت گیردار و صلب بوده و انتهای دیگر آن آزاد است. نکته مهم در مدلسازی صورت گرفته در این قسمت استفاده از شرایط مرزی است. با توجه به پیچیدگیهای مدل کردن دیسک، در قسمت اتصال بین تیغه و دیسک درجات آزادی پیچشی و جابجایی صفر است [۲۸]. به بیانی دیگر قیود تیغه مانند قیود تیر یکسر گیردار مدل شده است.

فرکانس ها و شکل مودها تابع مقدار سرعت دورانی می باشند. با اعمال نیروی گریز از مرکز بر المان ها با سرعت زاویه ای ۳۱۵ دور در دقیقه، مقادیر و شکل مودهای به دست آمده از آن، مطابق جدول (۱۱) و شکل (۱۰) می باشد. همانطور که مشاهده می گردد تحلیل انجام شده بر روی پره نتایج قابل قبولی را در مقایسه با نتایج تجربی در بر دارد.

## ۸- استخراج دیاگرام کمپل

جهت بررسی احتمال پدیده رزونانس در توربین ها از دیاگرام کمپل استفاده می شود. در این دیاگرام، مودهای مختلف فرکانس طبیعی پره به دست آمده از روش آزمایشگاهی و یا شبیه سازی به روش المان محدود<sup>۲</sup> و فرکانس تشدید توربین در مقابل هم رسم می شوند، احتمال بروز پدیده تشدید در مودهای مختلف در نزدیکی ضرایب صحیحی از تعداد پره های ثابت توربین مورد بررسی قرار می گیرد.

فرکانس تحریک پره به تعداد پره های ثابت و سرعت چرخش روتور بستگی دارد. جهت تحلیل نتایج حاصل، شکل مودها در یک نمودار خط تشدید- تشدید هارمونیک ( نمودار کمپل ) رسم می گردد. تحریک هارمونیک<sup>۳</sup> به صورت تعداد پره های ثابت<sup>۴</sup> در نظر گرفته می شود. خط تشدید<sup>۵</sup> به صورت فرکانس عبور نازل<sup>۶</sup> تعریف می شود.

در مورد توربین گاز مورد بحث، با توجه به اینکه تعداد نازل های طبقه دوم ۶۱ عدد می باشد، فرکانس تحریک نازل های مرحله دوم از رابطه زیر محاسبه می شود [۲۹]:

تعداد دوران روتور در ثانیه × تعداد نازل هر ردیف = فرکانس تحریک نازل ها

$$۷۱۱۶٫۶ = ۱۱۶٫۶ \times ۶۱ = \text{فرکانس تحریک نازل های طبقه دوم توربین}$$

همچنین تعداد نازل های مرحله اول توربین برابر ۵۹ عدد می باشد، لذا با انجام محاسبه ای مشابه داریم :

$$۶۸۸۳٫۳ = ۱۱۶٫۶ \times ۵۹ = \text{فرکانس تحریک نازل های طبقه اول توربین}$$

<sup>۱</sup> Displacement

<sup>۲</sup> Finite Element Method

<sup>۳</sup> Harmonic excitation

<sup>۴</sup> Number of nozzle guide vanes

<sup>۵</sup> Excitation line

<sup>۶</sup> Nozzle guide passing frequency

با توجه به اطلاعات مواد، مدل المان های محدود در حالت ریشه ثابت با دور ۷۰۰۰ دور در دقیقه دوران داده شده و فرکانس های طبیعی محاسبه شده اند، که نتایج به دست آمده در جدول (۱۲) مشاهده می گردد. اصولاً "فرکانس طبیعی پره توربین با افزایش بار گریز از مرکز و به تبع آن افزایش سختی افزایش و با افزایش دما کاهش می یابد. در صورتی که هر دو عامل (افزایش دور و دما) در پره به طور همزمان وجود داشته باشد عموماً "فرکانس طبیعی کاهش می یابد. اثرات این دو بار همراه یکدیگر را در شرایط تست مودال تجربی نمی توان لحاظ نمود [۱۵]. اثر سختی ناشی از بار گریز از مرکز در دوران ایجاد می شود و با افزایش سرعت دوران پره، سختی آن نیز بیشتر می شود [۳۰]. همچنین اثر افزایش دما در پره، تغییر در خواص مکانیکی آن است [۳۱].

دیگرام کمپل گرافی است که نمایانگر سرعت توربین در محور افقی (بر حسب دور در دقیقه) بر حسب فرکانس در محور عمودی (بر حسب هرتز) می باشد. فرکانس های طبیعی پره و فرکانس تحریک در این دیگرام رسم می شوند. این دیگرام نقاطی که فرکانس های طبیعی پره با فرکانس های تحریک آن تداخل پیدا می کنند را نشان می دهد. این شرط تداخل فرکانسی به عنوان "احتمال رزونانس" خوانده می شود. منبع اساسی تحریک نازل ها هستند و فرکانس تحریک نازل تابعی از تعداد نازل ها و سرعت توربین می باشد. شکل (۱۱) نمودار کمپل به دست آمده را نشان می دهد. در شکل (۱۱) خطوط  $59n$  و  $61n$  به ترتیب فرکانسهای تحریک نازل های ردیف اول و دوم و خط  $8n$  معرف تحریک سوخت پاش ها می باشد. همانطور که از نمودارهای کمپل به دست آمده برای دو سوپر آلیاژ مشاهده می گردد در محدوده کاری توربین، تداخل فرکانسی بین فرکانسهای تحریک و فرکانس های طبیعی به دست آمده از پره با هر دو سوپر آلیاژ مشاهده نگردیده و بنابراین هیچ گونه مشکل رزونانسی برای پره در دور کاری به وجود نمی آید. ضمن اینکه نتایج به دست آمده بیانگر این مطلب است که پره در حاشیه ایمنی مطلوبی قرار دارد.

## ۹- نتیجه گیری

در این مقاله، پره متحرک ردیف دوم یک توربین گاز صنعتی مورد تحلیل مودال قرار گرفت. جهت انجام کار ابتدا مدل هندسی پره تهیه گردید. سپس با ایجاد مدل المان محدود، پره توسط نرم افزار NASTRAN مورد تحلیل المان محدود قرار گرفت. همچنین با داشتن نتایج حاصل از آزمایشات تجربی، نتایج در هر دو روش بررسی و مقایسه گردیدند. با توجه به هندسه پیچیده پره، روش های تحلیلی مناسب نبوده، روشهای تجربی نیز علیرغم دقت بالا وقت گیر و هزینه بر میباشند، لذا استفاده از تکنیک المان محدود مناسب ترین روش جهت تحلیل مودال پره توربین می باشد.

از نظر المان بندی با توجه به پیچیدگی هندسی پره، المان های هر می ۴ وجهی به خوبی قادرند مساله را پوشش دهند. از طرف دیگر پیچیدگی باعث می شود که تعداد المان های مورد استفاده زیاد شوند. نیروی جانب مرکز نسبت به دیگر نیروهای وارد بر پره توربین بزرگترین مقدار را دارد. این نیرو باعث ایجاد دو نوع تغییر شکل خمشی و کششی می شود.

برای به دست آوردن توزیع دما در طول پره، تابعی که در نظر گرفته شد یک معادله درجه ۲ برای طول پره بوده که نموداری به شکل سهمی برای توزیع دما به دست می دهد. با داشتن تمایل دمایی در ریشه،

وسط و سر پره و اعمال آن در سطوح ایرفویل ، توزیع دما در پره به دست آمد. همانطور که مشاهده گردید بیشترین دما در نزدیکی وسط طول پره می باشد.

تحلیل مودال پره توربین در سه حالت آزاد، استاتیکی و دینامیکی انجام گردید. با توجه به بحث های به عمل آمده و نتایج حاصل از تحلیل های مختلف می توان به این نتیجه رسید که مطالعات به عمل آمده در نهایت منجر به یک مدل المان محدود برای پره شد که تطابق مناسبی با نتایج تجربی داشت. با بررسی دیاگرام کمبل به دست آمده ملاحظه گردید که اثر دما و دور بر نتایج فرکانسی کاملاً تاثیر گذار است. به طوریکه افزایش دور باعث افزایش سختی گردیده که موجب افزایش فرکانس می گردد، ضمن اینکه افزایش دما نیز باعث افزایش طول پره و کاهش فرکانس خواهد گردید.

با توجه به نمودار کمپل به دست آمده نتیجه می شود که در محدوده کاری توربین، تداخل فرکانسی بین فرکانسهای تحریک و فرکانس های طبیعی به وجود نیامده و بنابراین هیچ گونه مشکل رزونانسی برای پره در دور کاری ایجاد نمی گردد. ضمن اینکه نتایج به دست آمده بیانگر این مطلب است که پره در حاشیه ایمنی مطلوبی قرار دارد.

## مراجع

- [1] Stodola, A., "*Steam and Gas Turbines*", Vol. 1 and 2, McGraw-Hill, New York, (1927).
- [2] Lamb, H., and Southwell, R.V., "The Vibration of a Spinning Disc", Proc. Roy. Soc. London, Vol. 99, pp. 272, (1922).
- [3] Kroon, R., "Turbine Blade Vibration Due to Partial Admission", Trans, ASME, International Journal of Applied Mechanics, Vol. 7, pp. 161-165, (1940).
- [4] Shannon, D., "*Royal Aircraft Establishment*", Farnborough, UK, H.M.S.O.R&M Publication, (1945).
- [5] Myklestad, N. O., "New Method for Calculating Natural Modes of Coupled Bending Torsion Vibration of Beams", Jnl. Aero. Sciences, Vol. 11, pp. 153-162, (1944).
- [6] Jarrett, G., and Warner, P.C., "The Vibration of Rotating Tapered Twisted Beams", Trans, ASME, Jnl. Appl. Mech., Vol. 20, pp. 381-389, (1953).
- [7] Rigger, F., and McCallion, H., "The Natural Frequencies of Portal Frames", Parts 1 and 2, International Journal of Applied Mechanics, Vol. 7, pp. 263-276, (1965).
- [8] Thomas, J., Documaci, E., and Carnegie, W., "Matrix Displacement Analysis of Coupled Bending-bending Vibration of Pre-twisted Blading ", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 9, No. 4, pp. 247-254, (1967).
- [9] Anderson, R.G., Ahmed, S., and Zienkiewicz, E.C., "Vibration of Thick, Curved Shells with Particular Reference to Turbine Blades", Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol. 5, No. 3, pp. 200-206, (1970).

- [10] Dimitriadis, E.K., "The Vibration of Packeted-bladed Discs Alloys", MSc. Thesis Mechanical Engineering Department, Imperial College, London, (1979).
- [11] Salama, A. M., and Petyt, M., "Dynamic Response of Packets of Blades by the Finite Element Method", Trans ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 100, No. 4, pp. 660-666, (1978).
- [12] Judge, J., Pierre, C., and Mehmed, O., "Experimental Investigation of Mode Localization and Forced Response Amplitude Magnification for a Mistuned Bladed Disc", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, No. 4, pp. 940-950, (2001).
- [13] Gordon, R.W.J., and Hollkamp, J., "An Experimental Investigation of Non-uniform Damping in Bladed Disc Assemblies", 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibition, Ohio, (1998).
- [14] Periera, J.C., Torres, L.A.M., and Rosa, E., "A Low Cycle Fatigue Analysis on a Steam Turbine Bladed Disk-case Study", 12th IFToMM World Congress, Besancon, Brazil, June 18-21, (2007).
- [15] Hou, J., and Wicks, B.J., "Root Flexibility and Untwist Effect on Vibration Characteristics of a Gas Turbine Blade", Defence Science and Technology Organization, Victoria, Platform Sciences Laboratory, pp. 21-40, USA, (2002).
- [16] Roemer, M.J., and Orsagh, R.F., "Examination of Successful Modal Analysis Techniques used for Bladed-disc Assemblies", Impact Technologies, Rochester, New York, (1994).
- [17] Roemer, M.J., Hester, S.H., and Rieger, N.F., "On-site Modal Testing of Low Pressure Turbine Blade Rows", Sound and Vibration Magazine, Vol. 171, (1994).
- [18] Christophe, P., and Jiang, D., "Finite-element-based Modal Reduction of a Rotating Blade With Large-amplitude-motion using Nonlinear Normal Modes", Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, University of Michigan, (1997).
- [19] Kielb, J.J., and Abhari, R.S., "Experimental Study of Aerodynamic and Structural Damping in a Full-scale Rotating Turbine" ASME TURBO EXPO, June 4-7, New Orleans, USA, (2001).
- [20] Liu, Z.h., Dimitri, N., and Mavris, V., " Creep Life Prediction of Gas Turbine Components under Varying Operating Conditions" , ASME Joint Power Generation Conference, June 4-7, New Orleans, Louisiana, USA, (2001).
- [21] Moffatt, S., and He, L., "Blade Forced Response Prediction for Industrial Gas Turbines", International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition, June 16-19, Atlanta, Georgia, USA, (2003).
- [22] Tsai, G.Ch., "Rotating Vibration Behavior of the Turbine Blades with Different Groups of Blades", Journal of Sound and Vibration, Vol. 271, pp. 547-575, (2004).



- [23] Verhees, M.L.J., "Experimental Modal Analysis of a Turbine Blade", Department of Mechanical Engineering Dynamic and Control Group, Eindhoven, Holand, (2004).
- [24] Baumgartner, M., Kameier, F., and Hourmouziadis, J., "Non-engine Order Blade Vibration in a High-pressure Compressor", 12th International Symposium of Air Breathing Engines, Melbourne, Australia, (1995).
- [25] Treagerber, I.E; "*Aircraft Gas Turbine Engine Technology*", McGraw-Hill, New York, (1979).
- [26] Chandrupatla, T., and Belegund, A., "*Introduction to Finite Element in Engineering*", Prentice Hall, New York, (1991).
- [27] Kostyuk, A., and Frolov, V., "*Steam and Gas Turbines*", Mir Publishers, Moscow, (1988).
- [28] Poursaeidi, E., Aieneravaie, M., and Mohammadi, M. R., "Failure Analysis of a Second Stage Blade in a Gas Turbine Engine", *Engineering Failure Analysis Journal*, Vol. 15, No. 8, pp. 1111-1129, (2008).
- [29] "IN-738 Technical Data", Inco, (1981).
- [30] Rao, J.S., "Natural Frequencies of Turbine Blading-A Survey ", *Shock and Vibration*, Vol. 5, pp. 5-10, (1973).
- [31] Ewins, D.J., and Henry, R., "Structural Dynamic Characteristics of Individual Blades ", Von Karman Institute for Fluid Dynamics, London, UK, (1992).

### فهرست نمادهای انگلیسی

- $c$  : ضریب میرایی
- $C$ : ظرفیت گرمایی ویژه
- $E$  : مدول الاستیسیته
- $I_{yy}$  : ممان اینرسی اصلی مقطع
- $k$  : سختی
- $K$  : ضریب هدایت گرمایی
- $m$  : جرم
- $q$  : نیروی آیرودینامیکی خطی شده
- $Q$  : گرمای تولید شده
- $\Delta P$  : افت فشار گاز
- $t_b$  : فاصله گام پره های متحرک از یکدیگر
- $T$  : درجه حرارت

### فهرست نمادهای یونانی

$\alpha$  ضریب انبساط حرارتی

$U$  ضریب پواسون

$\rho$  جرم حجمی

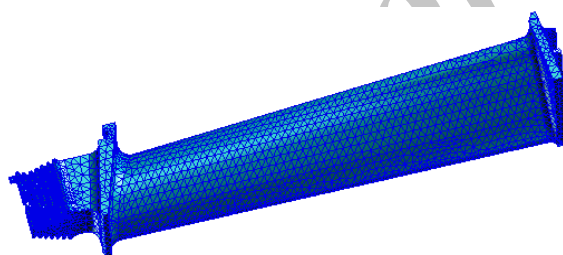
$\rho_b$  جرم حجمی گاز داغ

$\omega_n$  فرکانس طبیعی

$\omega$  سرعت زاویه ای

$\sigma$  تنش

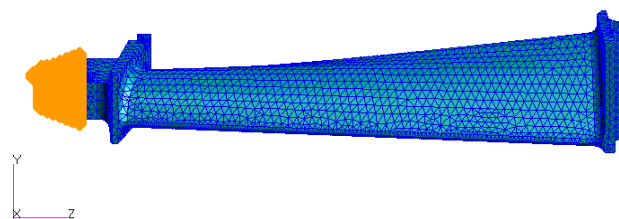
### شکلها



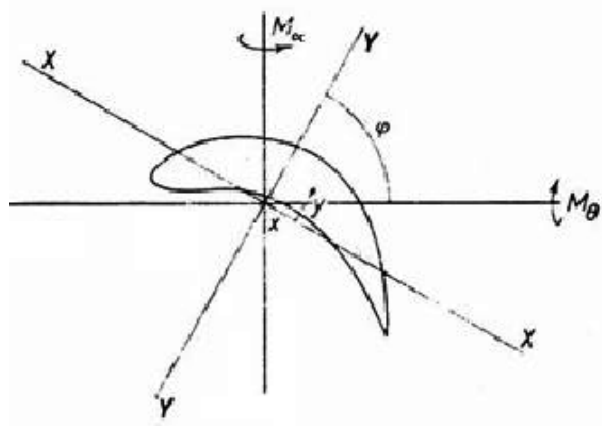
شکل ۱- المان بندی ایجاد شده در نرم افزار PATRAN



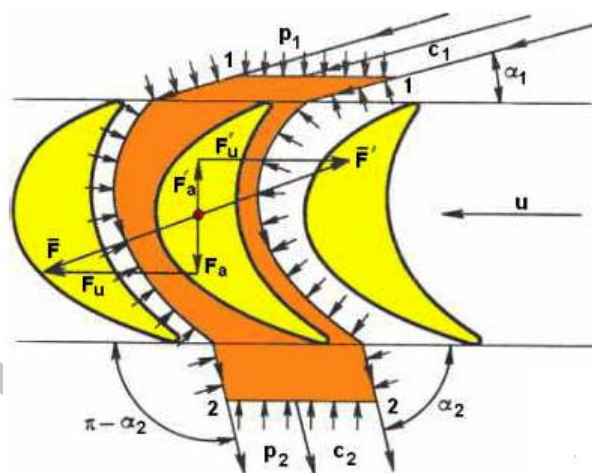
شکل ۲- نحوه تست آزمایشی پره در آزمایشگاه



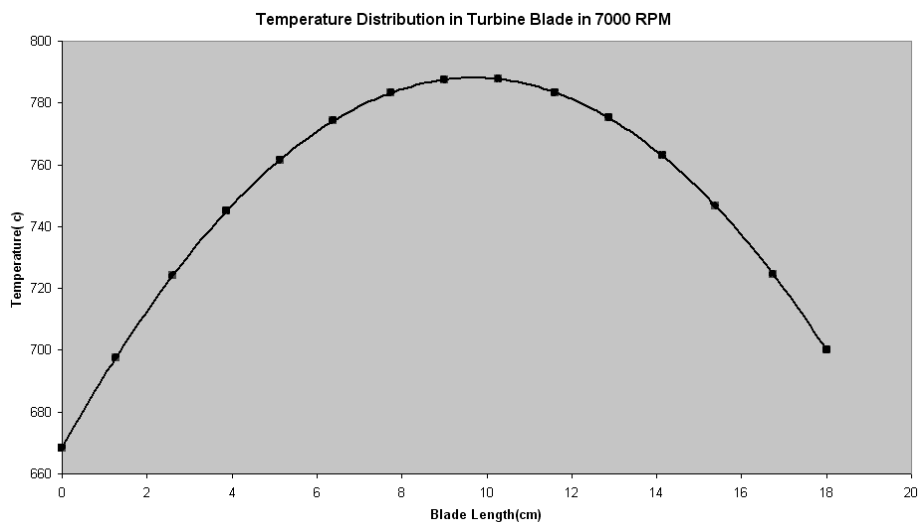
شکل ۳- شرایط مرزی در حالت استاتیکی (مانند تیر یکسرگیردار و در دمای محیط)



شکل ۴- مقطع پره به همراه محورهای اینرسی اصلی و محورهای ممان



شکل ۵- طرحی از پره های متحرک توربین با یک حجم کنترل اطراف آن



شکل ۶- منحنی توزیع دما در طول پره در دور کاری ۷۰۰۰ دور در دقیقه



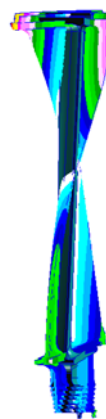
شکل ۷- نحوه تست آزمایشی پره در آزمایشگاه در حالت آزاد-آزاد



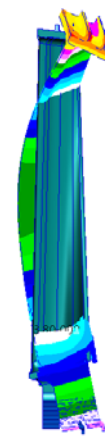
شکل مود چهارم



شکل مود سوم

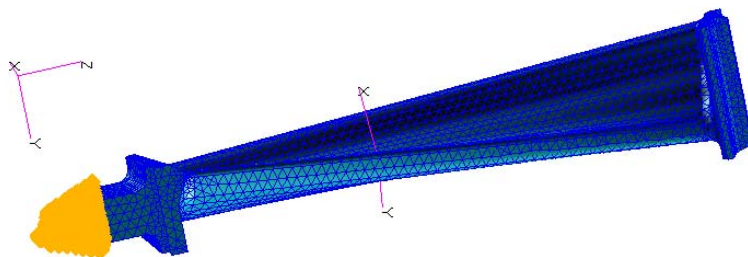


شکل مود دوم



شکل مود اول

شکل ۸- ۴ مود اول به دست آمده پره در حالت آزاد



شکل ۹- پره یکسر گیردار در نرم افزار



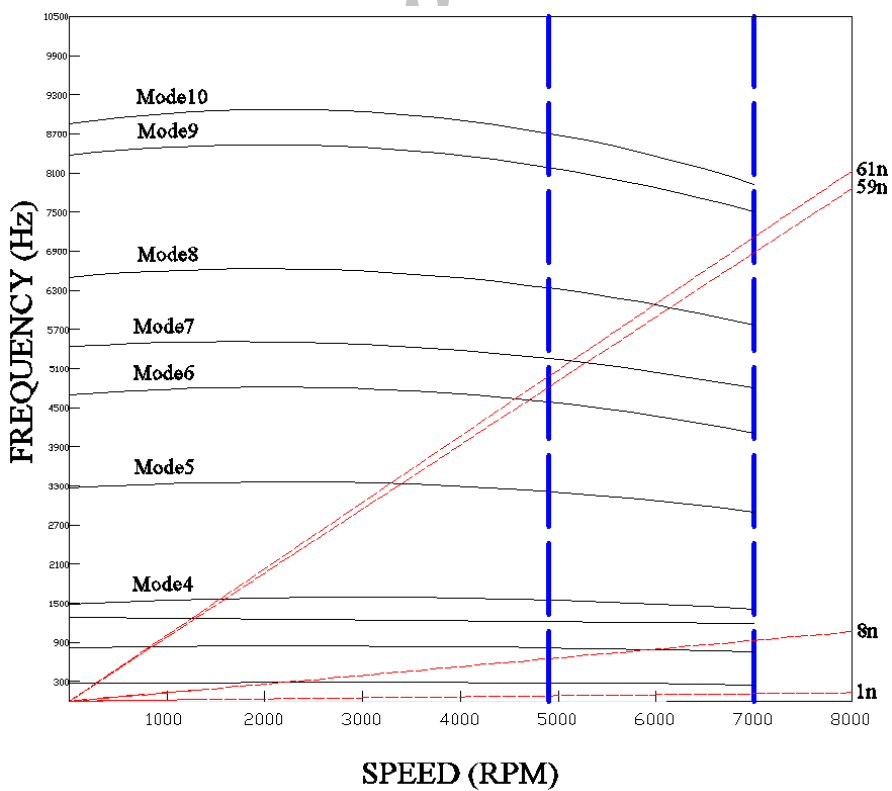
شکل مود چهارم

شکل مود سوم

شکل مود دوم

شکل مود اول

شکل ۱۰- ۴ مود اول به دست آمده پره چرخان با سرعت زاویه ای ۳۱۵ دور در دقیقه



شکل ۱۱- دیاگرام کمپل برای پره در دور 7000rpm

## جدولها

جدول ۱- مشخصات المان به کار رفته در مدل المان محدود

تعداد وجه	تعداد گره	شکل المان	توپولوژی	نوع المان
۴	۴		Tetmesh	Tet10

جدول ۲- مشخصات هندسی و جرمی پره

$m(kg)$	$\rho(kg/m^3)$	$L(mm)$	$r_h(mm)$	$r_t(mm)$	$c(mm)$		
					$r_1$	$r_2$	$r_3$
۰,۲۴	۷,۸۶	۱۸۰	۲۴۰	۴۰,۵	۳۶,۰۱	۳۷,۱۸	۴۰,۷۵

جدول ۳- جدول تغییرات دما نسبت به شعاع در دور کاری توربین

$\omega = 7000rpm$														
$X(mm)$	۱۲,۸	۲۵,۷	۳۸,۵	۵۱,۴	۶۴,۲	۷۷,۱	۹۰,۰	۱۰۲,۸	۱۱۵,۶	۱۲۸,۵	۱۴۱,۳	۱۵۴,۲	۱۶۷,۱	۱۸۰,۰
$T(^{\circ}C)$	۶۹,۸	۷۲۳,۵	۷۴۴,۷	۷۶۱,۷	۷۷۴,۵	۷۸۳,۱	۷۸۷,۵	۷۸۷,۶	۷۸۳,۶	۷۷۵,۳	۷۶۲,۹	۷۴۶,۲	۷۲۵,۲	۷۰,۰

جدول ۴- ترکیب شیمیایی سوپرآلیاژ Nimonic115

Alloys	C	Co	Si	Cu	Fe	Mn	Cr	Ti	Al	Mo	B	Zr
Nimonic115	0.2	14.0	1.0	0.2	1.0	1.0	15.0	4.0	5.0	4.0	0.015	0.15

جدول ۵- مدول یانگ سوپرآلیاژ Nimonic115 در دماهای مختلف

Temp( $^{\circ}C$ )	E(Gpa)
۲۰	۲۱۲
۱۰۰	۲۰۹
۲۰۰	۲۰۴
۳۰۰	۱۹۹
۴۰۰	۱۹۳
۵۰۰	۱۸۷
۶۰۰	۱۸۱
۷۰۰	۱۷۴
۸۰۰	۱۶۵
۹۰۰	۱۵۳

جدول ۶- خواص کششی سوپرآلیاژ Nimonic115

Temp(°c)	UTS(Mpa)	Y.S(Mpa)	EL (%)
	Nimonic115	Nimonic115	Nimonic115
۲۱	۱۲۴۰	۸۶۵	۲۷
۵۳۸	۱۰۹۰	۷۹۵	۱۸
۶۵۰	۱۱۲۵	۸۱۵	۲۳
۷۶۰	۱۰۸۳	۸۰۰	۲۴
۸۷۱	۸۳۰	۵۵۰	۱۶

جدول ۷- مقادیر ضرایب انبساط حرارتی سوپرآلیاژ Nimonic115 نسبت به دمای ۲۱°C

ALLOY	93°C	538°C	871°C
	$\left(\frac{1}{°C} * 10^{-6}\right)$	$\left(\frac{1}{°C} * 10^{-6}\right)$	$\left(\frac{1}{°C} * 10^{-6}\right)$
Nimonic115	۱۲,۳۵	۱۳,۹۵	۱۵,۹۳

جدول ۸- خواص سوپرآلیاژ Nimonic115 در دمای محیط

ALLOY	E(Gpa)	$\rho$ ( $\frac{gr}{cm^3}$ )	$\frac{\sqrt{E}}{\rho}$
		Nimonic115	۲۱۲

جدول ۹- مقایسه فرکانس های طبیعی به دست آمده پره در دو حالت تجربی و تحلیلی در حالت آزاد

شماره مود	فرکانس تحلیلی به دست آمده (هرتز)	فرکانس تجربی (هرتز)	Difference, %
مود اول	۱۰۱۴,۹	۱۰۶۳,۱	۴,۵
مود دوم	۲۳۸۲,۹	۲۱۶۲	-۱۰,۲
مود سوم	۲۵۹۴,۵	۲۶۸۹,۴	۳,۵
مود چهارم	۴۱۵۵,۵	۴۴۶۴,۹	۶,۹

## جدول ۱۰- فرکانس های طبیعی به دست آمده پره در حالت استاتیکی

شماره مود	فرکانس (هرتز)	شکل مود به دست آمده
مود اول	۲۷۳,۴	خمش
مود دوم	۸۲۴,۳	خمش
مود سوم	۱۲۸۰,۷	خمش-پیچش
مود چهارم	۱۴۸۸,۶	خمش-پیچش

## جدول ۱۱- مقایسه فرکانس های طبیعی به دست آمده مجموعه در دو حالت تجربی و تحلیلی در دور 315rpm

شماره مود	فرکانس تحلیلی به دست آمده (هرتز)	فرکانس تجربی (هرتز)	Difference, %
مود اول	۲۸۵,۰۱	۳۰۰,۶	۵,۱
مود دوم	۸۵۰,۴	۸۲۴,۸	-۳,۱
مود سوم	۱۳۳۴,۴	---	---
مود چهارم	۱۵۷۰,۶	---	---

## جدول ۱۲- فرکانس های طبیعی به دست آمده پره در دور کاری توربین

$\omega = 7000rpm$										
Mode	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
Frequency(Hz)	۲۵۵,۳	۷۶۰,۸	۱۱۹۵,۴	۱۴۰۵,۵	۲۹۰۶,۴	۴۱۱۱,۷	۴۸۰۲,۷	۵۷۶۸,۹	۷۵۰۲,۶	۷۹۳۳,۸



## Abstract

In this research, modal analysis of a second stage blade in a gas turbine was investigated by experimental and analytical examinations and results were compared together. The blade was made of a nickel-base alloy Nimonic115. The analytical calculation by using finite element method was utilized to determine natural frequencies of turbine blade in various conditions. The dynamic characteristics of the turbine blade were evaluated by the finite element modal and harmonic analysis. Finally by using a Campbell diagram there was a good agreement between the experimental and FEM results.

Archive of SID