مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ٤، شمارهٔ ۱، زمستان ۱۳۸۲

توابع ساختار در واپاشی ضعیف و نیمه لپتونی مزون B به مزونهای D و D^*

منصور حقیقت و محمد مومنی
دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فیزیک

(دریافت مقاله: ۸۲/۲/۱٦ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۸/۵)

چکیده

در این مقاله با استفاده از معادلهٔ بته ـ سالپتر با یک هسته محصور کننده، تابع موج مرتبه اول را برای مزون‌های سنگین به دست آورده‌ایم. سپس با استفاده از آن توابع ساختار واپاشیهای B به D و D^* را به دست آورده و شیب و خم توابع ساختار را محاسبه کرده‌ایم. نتایج به دست آمده همخوانی خوبی با مقادیر تجربی دارند.

واژه‌های کلیدی: معادلهٔ بته– سالپتر، واپاشی مزونهای سنگین، واپاشی ضعیف

۱. مقدمه

QCD بـه عـنوان نظریه برهمکنشهای قوی دارای موفقیتهای چشـم‌گیـری در توصـیف فیـزیک انرژی بالا بوده است. کشف آزادی مجانبـی، محاسـبه تعداد زیادی از کمیتهای فیزیکی را به صورت اختلالی ممکن کرده است. با این وجود QCD در ناحیه فروسـرخ بـد رفـتار مـی‌باشـد. بـه عـنوان مثال، وسیله‌ای برای توصـیف محصـور شدگی کوارکها نداریم، به طوری‌که یا باید با بـه‌کارگیری نظریه پیمانه‌ای شبکه‌ای آن را توصیف کنیم و یا آن را به QCD واگذار کنیم تا با ایجاد نظریه‌های مؤثر حل گردد.

امـروزه، واپاشـیهای ضعیف هادرونهایی که شامل کوارکهای سـنگین هسـتند بـرای آزمـایش مـدل اسـتاندارد و انـدازه‌گیری پارامتـرهای مـربوط بـه آن بـه کار گرفته می‌شوند. به ویژه، این واپاشـیها وسیله مناسبی برای به دست آوردن درایه‌های ماتریس CKM مـی‌باشـند. بـا تـوجه بـه مشـکلات QCD بـه کارگیـری راههـای کـاملاً مستقل برای بررسی این‌گونه واپاشیها از اهمیت زیادی برخوردار است.

بـرای توصـیف دینامـیک کـوارکها در درون هادرونهـا و واپاشـیهای ضـعیف هادرونی، جریانهای بیان کننده گذارها را بر حسـب توابـع ساختار ناوردایی که تنها به انتقال تکانه ، q^2، بین هادرونهـا بستگی دارند، بیان می‌کنند. یکی از روشهای به دست آوردن توابـع سـاختار، اسـتفاده از تابـع مـوج بته ـ سالپتر (BS) می‌باشد[۱]. در این مقاله ما با استفاده از توابع موج مرتبه صفرم و مـرتبه اول BS، توابـع سـاختار را بـرای گذارهای نیمه لپتونی مـزونهای سـنگین ($B\to D^* l\bar{\nu}$ و $B\to Dl\bar{\nu}$) بـه دسـت خواهیم آورد.

در بخـش بعـدی ابتدا برای به دست آوردن تابع موج مرتبه صـفرم از مـراجع[۱ و۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم $HQET$ است، پیروی خواهیم کرد. در ادامه، یک هسته محصورکننده[۳] برای معـادله بتـه ـ سالپتر معرفی کرده و با استفاده از این هسته توابـع مـوج مـرتبه اول بته ـ سالپتر را به دست می‌آوریم. در دو بخش انتهایی به ترتیب به کمک توابع موج مراتب صفرم و اول بـته ـ سـالپتر توابـع سـاختار گـذارهای $B\to D^* l\bar{\nu}_l$ و $B\to Dl\bar{\nu}_l$ را به دست خواهیم آورد.

۲. معادله بته ـ سالپتر و هسته محصور کننده

معادلـهٔ بـته ـ سالپتر برای حالت مقید دو فـرمیـونی، «کوارکها»، در فضای تکانه به صورت زیر است:

$$\psi(p,P)=S_1(p_1)\int\frac{d^4p'}{(2\pi)^4}K(p,p',P)\psi(p',P)S_2(p_2)\ ,\ (1)$$

$\psi(p,P)$ دامنه بته ـ سالپتر برای حالت مقید با تکانه P می‌باشد و $K(p,p',P)$ یک هسته معادله بته ـ سالپتر است و S_iها انتشارگرهای ذره آزاد می‌باشند. به طور کلی، هسته K یک جمع از تمام نمودارهای کاهش ناپذیر باز بهنجار شده است که نمایش دهنده تابع گرین با دو میدان فرودی و دو میدان خروجی می‌باشند.

بنابراین اگر دامنه تابع موج مرتبه صفر ($\psi_0(p,P)$) و هسته معادله بته ـ سالپتر در دست باشد، آن‌گاه می‌توانیم تابع موج حالت مقید را تا هر مرتبه دلخواهی به دست آوریم.

برای به‌دست آوردن تابع موج مرتبه صفرم از مراجع[۱ و۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم $HQET$ است، پیروی خواهیم کرد. کوارک سنگین آزاد بوده و با سرعتی برابر با سرعت هادرون حرکت می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:

$$\upsilon = \frac{p_Q}{m_Q} = \frac{P}{M} \ , \tag{۲}$$

که P و M تکانه و جرم مزون و p_Q و m_Q تکانه و جرم کوارک سنگین می‌باشند. زمانی که کوارک سنگین آزاد است می‌توان اسپین کوارک را به روش معمول، در یک فضای چهار بعدی از اندیسهای دیراک نشاند. به عنوان مثال، یک مزون سنگین به وسیله یک تابع موج دو اندیسی ϕ_α^β، نمایش داده می‌شود. اما هنگامی که کوارک سنگین با سرعتی برابر با سرعت مزون حرکت می‌کند $\frac{p_Q}{m_Q} = \frac{P}{M}$، در معادله برگمن ـ ویگنر[۱] صدق می‌کند.

$$\left(\frac{\not p_Q}{m_Q} - ۱\right)_\alpha^{\alpha'} \phi_{\alpha'}^\beta \approx \left(\frac{\not P}{M} - ۱\right)_\alpha^{\alpha'} \phi_{\alpha'}^\beta = ۰ \ . \tag{۳}$$

معادله بالا به تابع موج شبه نرده‌ای زیر منجر می‌شود:

$$\phi_\alpha^\beta(P,k) = \frac{۱}{۲M}\left[(\not P + M)\gamma_۵\right]_\alpha^\beta A(k)_\gamma^\beta \ , \tag{۴}$$

$A(k)_\gamma^\beta$ یک ماتریس نمایش دهنده درجات آزادی کوچک(گلوئونهای نرم و کوارک سبک) است، که یک تابع ماتریسی اسکالر لورنتسی از تکانه کوارک سبک می‌باشد. در این‌جا ما $A(k)$ را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$A(k) = \frac{a}{m^۲ + k^۲} \ , \tag{۵}$$

که در آن a یک ثابت بهنجارش است. k تکانه و m جرم کوارک سبک است. پس تابع موج مرتبه صفرم را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\psi_{\circ}{}_\alpha^\beta(P,k) = \phi_\alpha^\beta(P,k) = \frac{۱}{۲M}\left[(\not P + M)\gamma_۵\right]_\alpha^\gamma \left(\frac{a}{m^۲ + k^۲}\right)_\gamma^\beta$$

(۶- الف) اسپین صفر

$$\psi_{\circ}{}_\alpha^\beta(P,k) = \phi_\alpha^\beta(P,k) = \frac{۱}{۲M}\left[(\not P + M)\not\epsilon\right]_\alpha^\gamma \left(\frac{a}{m^۲ + k^۲}\right)_\gamma^\beta .$$

(۶- ب) اسپین یک

حال برای به دست آوردن تابع موج مرتبه اول کافی است که هسته $K(p,p',P)$ را داشته باشیم. در مرجع [۳] با گرفتن یک هسته محصور کننده، K_{con} را برای معادله BS به شکل برهم‌نهی هسته‌های نردبانی در فضای تکانه و بعد از چرخش ویک[۲]:

$$K_{con}(k_E) = \sum_j \frac{C_j}{k_E^۲ + \alpha_j^۲ \mu^۲} \ , \ \ k_E^۲ = k_\circ^۲ + \vec{k}^۲ \ , \tag{۷}$$

و به کارگیری شرایط

$$C_j = \mu^{-۲}\widetilde{C}_j \ \ ; \ \ \sum_j \widetilde{C}_j = ۰ \ \ ;$$

$$\sum_j \alpha_j^۲ \widetilde{C}_j = ۰ \ \ ; \ \ \sum_j \alpha_j^۲ \ln\alpha_j \widetilde{C}_j^۲ \equiv A \neq ۰ \ , \tag{۹}$$

یک هسته به شکل زیر به دست آورده‌اند:

$$K_{con}(k) = (-۲\pi)^۴ U^۴ \delta^{(۴)}(k_E) \ , \tag{۱۰}$$

که در آن برای ساده‌سازی، ثابت جفت شدگی مؤثر جدید U که دارای بعد جرم است، وارد شده است. تبدیل فوریه هسته (۱۰) یک ثابت، $\sim u^۴$، در فضای چهار بعدی است. این بدین معنی است که مانند یک پتانسیل ثابت غیر نسبیتی که برای آن رفتار $\delta(t_\circ)\cdot const \sim$، گونه را انتظار داریم، رفتار نمی‌کند. بنابراین، هسته (۱۰) دقیقاً با پتانسیل ثابت غیر نسبیتی متناظر نیست و ثابت مؤثر، $u^۴$ به یک ثابت در یک چنین پتانسیلی مربوط نمی‌شود.

از اثر هسته (۱۰)، روی معادله بته ـ سالپتر (۱) و تحت چرخش ویک خواهیم داشت:

۱. Bergman-Wigner

۲. Wick rotation

$$\psi(p,P) = -U^4 S_1^F \psi(p,P) S_2^F \ , \qquad (11)$$

۳. محاسبه توابع ساختار با استفاده از مرتبه صفرم بته ـ سالپتر

ماتریس جریان تولید کننده گذار مزونها را به صورت زیر داریم:

$$\langle \bar{B}_2 | J_\mu^{V-A} | B_1 \rangle = Tr\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\phi_1(P,k)(m-\not k)\bar{\phi}_2(P',k)\ \mathcal{M}_\mu \qquad (12)$$

که در آن ϕ_i تابع موج مزون iام است که می توان آن را به کمک معادله (۱) و یا (۱۱) و با استفاده از تقریب (۶) تا هر مرتبه دلخواه محاسبه کرد. $\mathcal{M}_\mu$ بیان کننده جریان رأس ضعیف بوده و متناسب با ماتریس CKM است و برابر با $V_{21}\gamma_\mu(1-\gamma_5)$ می‌باشد، که در آن V_{21} درایه متناظر با این گذار است. بنابراین ماتریس $\mathcal{M}$ جریان را برای گذارهای $B \to D^{(*)} l\bar{\nu}$ به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\langle \bar{D} | J_\mu^{V} | B \rangle = \frac{a^2}{4MM'} Tr\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{(\not P+M)\gamma_5}{m^2+k^2}(m-\not k)\frac{\gamma_5(\not P'+M')}{m^2+k^2}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\ , \qquad \text{(۱۳- الف)}$$

و

$$\langle \bar{D}^* | J_\mu^{V-A} | B \rangle = \frac{a^2}{4MM'} Tr\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{(\not P+M)\gamma_5}{m^2+k^2}(m-\not k)\frac{\not\varepsilon(\not P'+M')}{m^2+k^2}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\ . \qquad \text{(۱۳- ب)}$$

انتگرال‌گیری روی k به صورت لگاریتمی واگرا است، بنابراین با استفاده از قاعده‌مند کردن ابعادی[1]، آن را قاعده‌مند می‌کنیم. که با انجام این کار و محاسبه Trها این روابط به آسانی به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\langle \bar{D} | J_\mu^{V} | B \rangle = \frac{4ma^2}{4MM'}\int \frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{MM'}{(m^2+k^2)^2}(\upsilon+\upsilon')_\mu\ , \qquad \text{(۱۴- الف)}$$

و

$$\langle \bar{D}^* | J_\mu^{V-A} | B \rangle = \frac{-4ma^2}{4MM'}\int \frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{MM'}{(m^2+k^2)^2}[(\omega+1)\varepsilon_\mu - \upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu + i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}]\ . \qquad \text{(۱۴- ب)}$$

عبارت $\int \frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{1}{(m^2+k^2)^2}$ در بهنجارش، با استفاده از قضیه لوک حذف می‌شود و نیازی به محاسبه آن نداریم. بنابراین توابع ساختار در این حالت پس از بهنجارش برابراند با:

$$h_+ = h_{A_1} = h_V = h_{A_2} = 1\ , \qquad h_- = h_{A_3} = 0\ . \qquad (15)$$

این نتیجه دور از انتظار نیست زیرا توابع موجی که ما انتخاب نمودیم، توابع موج استاتیک کوارک بی‌نهایت سنگین بودند، و همان طور که $HQET$ پیش‌بینی می‌کند برای این حالت توابع ساختار در بیشینه پس‌زنی، رابطه (۱۵) را برآورده می‌کنند[٤-٦].

۴ . محاسبه توابع ساختار با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته ـ سالپتر

برای به دست آوردن نتایج بهتر، توابع موج مرتبه صفر (۶- الف و ب) را در معادله (۱۱) که معادله بته ـ سالپتر مرتبه اول با یک هسته محصور کننده است قرار می‌دهیم تا تابع موج مرتبه یک، $\phi^{(1)}$، را به دست آوریم. بنابراین توابع موج مرتبه یک برای مزونها به صورت زیر خواهند بود:

$$\phi^{(1)}(P,k) = S_1^F\phi^{(0)}(P,k)S_2^F \propto \frac{1}{m_1-(\not P-\not k)}\frac{(M+\not P)\gamma_5}{2M}A(k)\frac{a}{m-\not k}\ ,$$

(۱۶- الف) اسپین صفر

$$\phi^{(1)}(P',k,\varepsilon) = S_1^F\phi^{(0)}(P',k,\varepsilon)S_2^F \propto \frac{1}{m_2-(\not P'-\not k)}\frac{(M'+\not P')\not\varepsilon}{2M'}A(k)\frac{a}{m-\not k}\ ,$$

(۱۶- ب) اسپین یک

ماتریسهای جریان تولید کننده گذارهای $B \to D^{(*)} l\bar{\nu}$ با توجه به رابطه (۱۲) و جای‌گذاری روابط بالا در آنها به صورت زیر می‌باشند.

$$\langle \bar{D} | J_\mu^{V} | B \rangle = \frac{V_{cb}a^2}{4MM'}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$$

۱.Dimensional regularization

$$\times Tr\{\frac{1}{m_1-(\not P-\not k)}(M+\not P)\gamma_5\frac{1}{m-\not k}(m-\not k)\frac{1}{m-\not k}$$
$$\gamma_5(M'+\not P')\frac{1}{m_2-(\not P'-\not k)}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{1}{(m^2+k^2)^2}\}\ ,$$
(۱۷– الف)

$$\left\langle \overline{D}^*\left|J_\mu^{V-A}\right|B\right\rangle=\frac{V_{cb}a^2}{4MM'}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\times Tr\{\frac{1}{m_1-(\not P-\not k)}$$
$$(M+\not P)\gamma_5\frac{1}{m-\not k}(m-\not k)\frac{1}{m-\not k}\not\varepsilon(M'+\not P')$$
$$\frac{1}{m_2-(\not P'-\not k)}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{1}{(m^2+k^2)^2}\}\ ,$$
(۱۷– ب)

که با فرض روی لاک جرم(mass shell) بودن کوارکهای سنگین، یعنی

$$P^2=M^2=(m_1+m)^2\ ,\qquad P'^2=M'^2=(m_2+m)^2 \tag{۱۸}$$

و جبر γها به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\left\langle \overline{D}\left|J_\mu^{V}\right|B\right\rangle=V_{cb}a^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}Tr$$
$$\left\{\frac{(M+\not P)(m-\not k)(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2-k^2)(m^2+k^2)^2}\right.\ ,$$
$$-\frac{2(M+M')(M+\not P)(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}$$
$$\left.+\frac{(M+\not P)(M'+\not P')(m+\not k)\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}\right\}$$
(۱۹– الف)

$$\left\langle \overline{D}^*\left|J_\mu^{V-A}\right|B\right\rangle=V_{cb}a^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}Tr$$
$$\left\{\frac{(M+\not P)(m-\not k)\gamma_5\not\varepsilon(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2-k^2)(m^2+k^2)^2}\right.$$
$$-\frac{2(M+M')(M+\not P)\gamma_5\not\varepsilon(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}$$
$$\left.+\frac{(M+\not P)\gamma_5\not\varepsilon(M'+\not P')(m+\not k)\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}\right\}.$$
(۱۹– ب)

اگر از پارامتریزاسیون فاینمن کمک بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{R_1}=\frac{-1}{(k^2-2P\cdot k)(k^2-2P'\cdot k)(k^2-m^2)(k^2+m^2)^2}$$
$$=\Gamma(5)\int_0^1 dxx^2\int_0^1 dyy\int_0^1 dz\frac{x^2y(1-x)}{\{-k_1'^2+L_1(\omega)\}^5}\ ,$$
$$\frac{1}{R_2}=\frac{1}{(k^2-2P\cdot k)(k^2-2P'\cdot k)(k^2+m^2)^2}$$
$$=\Gamma(4)\int_0^1 dxx\int_0^1 dy\frac{xy(1-x)}{\{-k_2'^2+L_2(\omega)\}^4}\ , \tag{۲۰}$$

که در آنها R_iها مخرج کسرهای اول و دوم(یا سوم) می‌باشند. و k_i'ها و $L_i(\omega)$ها به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$k_1'=k-(xyzP+xy(1-z)P'),$$
$$k_2'=k-(xyP+x(1-y)P')$$
$$L_1(\omega)=[xyzM+xy(1-z)M']^2+2MM'x^2y^2z$$
$$(1-z)(\omega-1)+(xy+1-2x)m^2$$
$$L_2(\omega)=[xyM+x(1-y)M']^2+2MM'x^2y$$
$$(1-y)(\omega-1)+(1-x)m^2\ . \tag{۲۱}$$

ابتدا هریک از ردهای واقع در صورت کسرهای زیر انتگرال (۱۹–الف و ب) را محاسبه می‌کنیم.

صورت کسر اول رابطه (۱۹–الف) برابر است با:

$$4\{m(M'P_\mu+MP'_\mu)-P\cdot kP'_\mu+P\cdot P'k_\mu$$
$$-P'\cdot kP_\mu-iP^\alpha k^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\}\ ,$$
(۲۲– الف)

و صورت کسر اول رابطه (۱۹–ب) برابر است با:

$$-4\{mMM'\varepsilon_\mu$$
$$+M(k\cdot\varepsilon P'_\mu-k\cdot P'\varepsilon_\mu+\varepsilon\cdot P'k_\mu-ik^\alpha\varepsilon^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$-M'(k\cdot P\varepsilon_\mu-\varepsilon\cdot Pk_\mu+k\cdot\varepsilon P_\mu-ik^\alpha P^\beta\varepsilon^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$-m(P\cdot\varepsilon P'_\mu-P\cdot P'\varepsilon_\mu+P\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\}\ ,$$
(۲۲– ب)

که با استفاده از جای‌گذاری $k_1'=k-(xyzP+xy(1-z)P')$ در روابط بالا و حذف جملات فرد نسبت به k_1' به ترتیب به شکل زیر ساده می‌شوند:

$$4MM'\{m-xyzM-xy(1-z)M'\}(\upsilon+\upsilon')_\mu\ ,$$
(۲۳– الف)

$$-4MM'\{m-xyzM-xy(1-z)M'\}$$
$$[(1+\omega)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\ .$$
(۲۳– ب)

صورت کسرهای دوم به سادگی به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$2(M+M')Tr\{(M'\not{P}+M\not{P}')\gamma_\mu(1-\gamma_5)\}$$
$$=8MM'(M+M')(\upsilon+\upsilon')_\mu \;, \qquad (۲۴\text{– الف})$$

و

$$-2(M+M')Tr\{(M'M\not{\varepsilon}+\not{P}\not{\varepsilon}\not{P}')\gamma_\mu(1-\gamma_5)\}$$
$$=-8MM'(M+M')[(\omega+1)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu \qquad (۲۴\text{– ب})$$
$$+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}] \;,$$

و صورت کسرهای سوم به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$Tr\{(M+\not{P})(M'+\not{P}')(m+\not{k})\gamma_\mu(1-\gamma_5)\}$$
$$=4\{m(M'P_\mu+MP'_\mu)+MM'k_\mu+P\cdot P'k_\mu$$
$$-P\cdot kP'_\mu+P'\cdot kP_\mu-iP^\alpha k^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\} \qquad (۲۵\text{– الف})$$
$$=4MM'\{[m+xyM(\omega-1)+2x(1-y)M']$$
$$(\upsilon_\mu+\upsilon'_\mu)+xyM(\omega+1)(\upsilon_\mu-\upsilon'_\mu)\} \;,$$

و

$$Tr\{(\not{P}-M)\not{\varepsilon}(M'+\not{P}')(m+\not{k})\gamma_\mu(1-\gamma_5)\}$$
$$=-4\{mMM'\varepsilon_\mu-m(P\cdot\varepsilon P'_\mu-P\cdot P'\varepsilon_\mu$$
$$+P'\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$+M(P'\cdot\varepsilon k_\mu-k\cdot\varepsilon P'_\mu+P'\cdot k\varepsilon_\mu$$
$$-i\varepsilon^\alpha P'^\beta k^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})-M'(P\cdot\varepsilon k_\mu-P\cdot k\varepsilon_\mu$$
$$+k\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta k^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$=-4MM'\{[m+xyM+x(1-y)M']$$
$$[(\omega+1)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}]$$
$$-2M'xy\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon_\mu-2Mxy(i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\}\} \;,$$

(۲۵– ب)

که در گام سوم در هر دو رابطه بالا از تغییر متغییر $k'_2=k-xyP-x(1-y)P'$ استفاده کرده‌ایم. و نیز از نوشتن جملات فرد نسبت به k'_2 به این دلیل که انتگرال‌گیری روی آنها صفر می‌شود، خودداری کرده‌ایم. بنابراین توابع ساختار به صورت زیر در می‌آیند:

$$h_+(\omega)=$$
$$C\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right.$$
$$\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m+xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\},$$
$$h_-(\omega)=C\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[xyM(\omega+1)]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2} \;.$$

(۲۶– الف)

و

$$h_{A_1}(\omega)=h_{A_3}(\omega)=$$
$$C'\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right.$$
$$\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m+xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\},$$

(۲۶–ب)

$$h_V(\omega)=$$
$$C'\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right.$$
$$\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m-xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\},$$
$$h_{A_2}(\omega)=C'\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{2x(1-x)(2Mxy)}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}.$$

که در آنها C و C' ثابتهای بهنجارش می‌باشند و با استفاده از قضیه لوک محاسبه می‌شوند[۷].

برای محاسبات بعدی لازم است که توابع ساختار را به صورت توابعی از پارامتر بدون بعد $\omega=\upsilon\cdot\upsilon'$ داشته باشیم، حال آن که توابع ساختار به دست آمده در روابط (۲۷ الف) و (۲۷ ب) علاوه بر ω به صورت توابعی از x و y نیز می‌باشند، که ابتدا باید روی آنها انتگرال‌گیری کنیم، اما چون نرم‌افزار متمتیکا (*MATHEMATICA*) نمی‌تواند این انتگرالها را به همین شکل به صورت پارامتری حل نماید، و نیز با توجه به این‌که توابع ساختار بر اساس قضیه لوک تنها تا مرتبه $\frac{1}{M}$ بهنجار می‌باشند، قبل از انتگرال‌گیری روی x و y، آنها را برحسب $\frac{1}{M}$ بسط می‌دهیم و سپس روی x و y انتگرال می‌گیریم.

معمولاً حاصل ضرب $|V_{cb}|\,\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ را به صورت یک تابع از ω تعیین می‌کنند، و به وسیله برونیابی داده‌ها در نقطه پس‌زنی صفر، $\omega=1$ ، $|V_{cb}|$ به دست می‌آید($\mathcal{F}(\omega)$ و $\mathcal{F}_*(\omega)$ به ترتیب ترکیبی از توابع $h_\pm$ و h_V و h_{A_i} می‌باشند). برای این کار معمولاً مقادیر $|V_{cb}|\,\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ را برای ωهای مختلف از راه تجربی به‌دست آورده و یک منحنی به‌صورت خطی یا مربعی به آنها برازش داده و از این طریق $\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ $|V_{cb}|$ در $\omega=1$ و در نتیجه $|V_{cb}|$ را به دست می‌آورند. بنابراین شیب و خم منحنی توابع ساختاری که از راه نظری به دست می‌آیند،

جدول ۱. مقادیر به دست آمده برای شیب و خم برای توابع ساختار گذار $B \to D^{(*)} l\, \bar{\nu}_l$ (V_{cd} برای گذار $B \to Dl\, \bar{\nu}_l$ برابر با ۰/۰۳۹ و برای گذار $B \to D^{*} l\, \bar{\nu}_l$ برابر با ۰/۰۳٤ در نظر گرفته شده‌اند.)

	مقادیر نظیر $\|V_{cb}\|\ \mathcal{F}^{*}(۱)\times ۱۰^{۳}$	مقادیر نظیر $\|V_{cb}\|\ \mathcal{F}(۱)\times ۱۰^{۳}$	شیب ($\hat{\rho}^{۲}$)	شیب ($\hat{\rho}_{*}^{۲}$)	خم ($\hat{c}$)	خم ($\hat{c}^{*}$)
مقادیر محاسبه شده	۳۹/۴۴	۴۵/۵۴	۰/۷۶	۰/۷۹	۰/۵۲	۰/۵۲
مقادیر تجربی [۸و۹]	۳۸/۸±۴/۳±۲/۵	۳۱/۱±۹/۹±۸/۶	۰/۷۶±۰/۱۶±۰/۰۸	۱/۱۷±۰/۲۲±۰/۰۶	–	–
	۳۵/۱±۱/۹±۲/۰	۳۷/۷±۹/۹±۶/۵	۰/۶۹±۰/۱۴±۰/۰۹	۰/۸۴±۰/۱۲±۰/۰۸	–	–
مقادیر نظری[۱۰]	۳۲/۹۸	۳۴/۳۴	۰/۷۰	۰/۶۵	۰/۲۲	۰/۲
	۳۹/۳۹	۳۴/۳۴	۰/۸۵	۰/۹۱	۰/۳۱	۰/۵۶

مهم می‌باشند. به همین دلیل عدم دقت اصلی در محاسبات نظری برای تعیین $|V_{cb}|$ مربوط به مقدار $\mathcal{F}_{(*)}(۱)$ و شکل منحنی $\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ استفاده شده در برازش داده های آزمایشگاهی است. به عبارت دیگر مقادیر مختلف از شیب و خم منجر به مقادیر متفاوتی برای $|V_{cb}|$ خواهد شد. از این‌رو توابع ساختار را نیز به صورت یک بسط حول $\omega = ۱$ می‌نویسند. چون حدود مقادیر قابل دسترس ω در این واپاشیها کوچک است ($۱/۵ > \omega > ۱$)، بنابراین بسط توابع ساختار حول $\omega = ۱$ معقول است [۸]:

$$\mathcal{F}_{(*)}(\omega) = \mathcal{F}_{(*)}(۱)[۱ - \hat{\rho}^{۲}(\omega - ۱) + \hat{c}(\omega - ۱)^{۲} + \cdots]. \qquad (۲۷)$$

شیب $\hat{\rho}^{۲}$ و خم $\hat{c}$ به عنوان پارامتر در نظر گرفته می‌شوند.

۵. نتیجه گیری

نتایج به دست آمده با استفاده از تابع موج مرتبه صفرم بته ـ سالپتر همان نتایجی را می‌دهند که HQET در حد کوارک بی‌نهایت سنگین و در بیشینه پس‌زنی پیش‌بینی می‌کند. در جدول ۱ مقادیر به دست آمده با استفاده از تابع موج مرتبه اول BS به همراه برخی از مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده از روشهای نظری دیگر آورده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایجی که با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته ـ سالپتر برای گذارهای سنگین به سنگین به دست آمده‌اند، هم‌خوانی خوبی با مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده به روشهای دیگر دارند.

قدردانی

قسمتی از هزینه های طرح پژوهشی فوق توسط دانشگاه صنعتی اصفهان پرداخت شده است.

مراجع

1. F Hussian, J G Korner and G Thompson, *Ann. Phys. (NY)* **206** (1991) 334.
2. F Hussian, J G Korner, K Schilchev, G Thompson and Y L Wu, *Phys. Lett. B***244** No. 2 (1990) 259.
3. A Yu Umnikov and F C Khanna, *Int. J. Mod. Phys. A***11** (1995) 3935. [arXiv:hep-ph/9508240 v1 4 Aug 95].
4. M Neubert, *Phys. Rep.* (1994) 245.
5. M Neubert and V Rieckert, *Nucl. Phys. B* **382** (1992) 97.
6. B Stech, *Phys. Lett. B***354** (1995) 447.
7. M E Luke, *Phys. Lett. B* **252** (1990) 447.
8. B Grinstein and Z Ligeti, *Phys.Lett. B***526** (2002) 345. [arXiv:hep-ph/0111392 v1 29 Nov 2001].
9. M Artuso and E Barberio, arXiv:hep-ph/0205163 v1 15 May 2002.
10. D Merten, R Ricken, M Koll, B Metsch and H Petry, *Eur. Phys. J. A***13** (2002) 477. [arXiv:hep-ph/0104029 V2 10 Apr 2001].