

## **Open selective vehicle routing problem with pricing, Solved by improved Imperialist competitive algorithm**

**Abolfazl Hosseinzadeh**

M.Sc., Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Iran, a.hosseinzadeh2000@gmail.com

**Mehdi Alinaghian**

\*

Assistant professor, Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Iran, alinaghian@cc.iut.ac.ir

**Mohammad saïid Sabbagh**

Assistant professor, Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Iran, sabbagh@cc.iut.ac.ir

### **Abstract:**

In this paper, modeling and solving an open selective vehicle routing problem with pricing are introduced. We will discuss optimal pricing when using a homogeneous fleet of vehicles. Furthermore, in some real world applications, companies prefer to distribute their products using rented vehicles so returning to the depot is not required. Therefore we face an open routing problem. Despite the applicability of such problem, we did not find any published research that examines it. Also an Improved Imperialist Competitive Algorithm (IICA) is proposed to solve proposed model. For validating this method, some small scale problems are solved and results are compared to the results of an exact method and Simulated Annealing (SA) algorithm. The comparison of results shows that the proposed method is suitable for solving the model. For investigating its efficiency in dealing with real world problems, some large scale problems are solved and the results are compared to the results of Simulated Annealing (SA) algorithm. Results show that IICA is more efficient than SA.

**Keywords:** Pricing, Open vehicle routing problem, simulated annealing algorithm. Improved imperialist competitive algorithm, Selective vehicle routing problem

---

\* Corresponding author

## مسأله مسیریابی انتخابی باز وسایل نقلیه همراه با قیمت گذاری؛ حل: الگوریتم رقابت استعماری بهبودیافته

ابوالفضل حسین زاده<sup>۱</sup>، مهدی علینقیان<sup>۲\*</sup>، محمدسعید صباغ<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران، a.hosseinzadeh2000@gmail.com

۲- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران، alinaghian@cc.iut.ac.ir

۳- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران، sabbagh@cc.iut.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله مسأله «مسیریابی انتخابی باز وسایل نقلیه همراه با قیمت گذاری» معرفی، مدل‌سازی و حل می‌شود. در این مسئله با توجه به هزینه‌های مسیریابی با استفاده از یک ناوگان همگن از وسایل نقلیه به قیمت‌گذاری بهینه پرداخته می‌شود. از سوی دیگر، در برخی از کاربردهای دنیای واقعی، شرکت‌ها ترجیح می‌دهند توزیع محصولات خود را با وسایل نقلیه اجاره‌ای انجام دهند؛ بنابراین بازگشت به مرکز بارگیری و تخلیه (دپو) برای این وسایل نقلیه الزامی نیست. در این مسئله مسیریابی باز مورد توجه قرار گرفته است. با وجود کاربردی بودن چنین مسئله‌ای، پژوهشی که آن را بررسی کرده باشد یافت نشد. در این مقاله، یک مدل برای مسأله قیمت‌گذاری و مسیریابی وسیله نقلیه باز ارائه شده است. به منظور حل مدل پیشنهادی از الگوریتم رقابت استعماری بهبودیافته استفاده شده است. برای بررسی اعتبار این روش در حل مسئله، چندین نمونه در ابعاد کوچک حل شده است و با نتایج حاصل از یک روش دقیق و همچنین الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مقایسه شده است. برای بررسی کارایی الگوریتم در ابعاد واقعی نیز پس از حل چندین نمونه توسط هر دو الگوریتم، نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج محاسباتی حاکی از عملکرد مناسب روش پیشنهادی در حل مسئله است.

**واژه‌های کلیدی:** قیمت‌گذاری، مسأله مسیریابی وسیله نقلیه باز، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، الگوریتم رقابت استعماری بهبودیافته، مسئله مسیریابی انتخابی

## ۱- مقدمه

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه و قیمت‌گذاری، دو موضوع محوری در توزیع و فروش هستند. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی که در این حوزه به وجود می‌آیند، جزء مسائل NP-hard هستند و حل کردن آنها در عمل بسیار دشوار است. به همین دلیل، تا به حال این دو حوزه تحقیقاتی توأمان کمتر در نظر گرفته شده‌اند و هزینه این کار نرسیدن به جواب مطلوب بوده است. در نظر گرفتن هم‌زمان این دو مسئله، منجر به افزایش دشواری حل مسئله می‌شود؛ اما از سویی دیگر، امکان به‌دست آوردن جواب بهتر در راستای اهداف واحد توزیع و فروش را پدید می‌آورد.

در دنیای واقعی، حالاتی وجود دارد که از ناوگانی برای خدمات‌رسانی به مشتریان استفاده می‌شود. در نظر گرفتن معیارهای هزینه‌ای در بسیاری از موارد سبب می‌شود که خدمت‌دهی به برخی از مشتریان مقرون‌به‌صرفه نباشد؛ بنابراین مشتریانی که سود بیشتری برای مجموعه دارند انتخاب می‌شوند. در نظر گرفتن چنین فرضی در مدل‌سازی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP<sup>۱</sup>)، منجر به معرفی مسئله مسیریابی انتخابی وسیله نقلیه<sup>۲</sup> می‌شود. از یک سو میزان قیمت، تقاضای مشتریان و هزینه‌های مسیریابی بحث مقرون‌به‌صرفه بودن خدمت‌دهی به مشتری را مورد توجه قرار می‌دهد و از سوی دیگر قیمت کالا بر میزان تقاضای مشتریان تأثیر می‌گذارد؛ بنابراین قیمت‌گذاری مناسب محصولات هم‌زمان با مسیریابی، می‌تواند بیشترین سود را نصیب شرکت توزیع کند.

از سوی دیگر در برخی از کاربردهای حمل‌ونقل از وسایل نقلیه اجاره‌ای استفاده می‌شود که این مورد منجر به ایجاد مسئله مسیریابی وسیله نقلیه باز<sup>۳</sup> شده است. مسئله‌ای که در این مقاله برای ترکیب مسائل مسیریابی و قیمت‌گذاری استفاده شده است، مسئله

مسیریابی وسیله نقلیه انتخابی باز با در نظر گرفتن قیمت‌گذاری است.

نوآوری‌های این مقاله را می‌توان به صورت زیر عنوان کرد: معرفی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه انتخابی و قیمت‌گذاری، در نظر گرفتن مسیرهای باز به منظور نزدیک‌سازی مدل پیشنهادی به دنیای واقعی، ارائه یک مدل ریاضی جدید برای مسئله مطرح شده و در نهایت ارائه یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم رقابت استعماری به منظور حل مدل ارائه شده. ساختار ارائه مطالب بدین صورت خواهد بود که پس از مقدمه ارائه شده در این بخش، در بخش دوم، ادبیات موضوع بررسی می‌شود؛ در بخش سوم مدل ریاضی مسئله ارائه خواهد شد، در بخش چهارم ساختار الگوریتم حل پیشنهادی تشریح خواهد شد، بخش پنجم به بیان نتایج محاسباتی اختصاص یافته است و سرانجام در بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه شده است.

## ۲- ادبیات موضوع

لین و یو (۲۰۱۵) یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با استراتژی شروع دوباره (SA-RS<sup>۴</sup>) برای نوع خاصی مسئله مسیریابی انتخابی وسیله نقلیه پیشنهاد داده‌اند. آنها دو نسخه از SA-RS را ارائه داده‌اند. نسخه اول، SA-RSBF، از تابع بولتزن<sup>۵</sup> برای تعیین احتمال پذیرش بدترین جواب استفاده می‌کند؛ در حالی که نسخه دوم، SA-RSCF، بدترین جواب را بر مبنای احتمال پذیرش تعیین شده توسط تابع کائوچی<sup>۶</sup> می‌پذیرد. آنها به این نتیجه رسیدند که هر دو نسخه قابلیت حل مسائل معیار را دارند و در برخی موارد جوابی بهتر ارائه می‌دهند. آنها همچنین نشان دادند که SA با استراتژی شروع دوباره بهتر از SA بدون استراتژی شروع دوباره عمل می‌کند.

که تقاضای مشتریان را تابعی از قیمت فرض کردند و قیمت را به‌عنوان متغیر تصمیم وارد مسئله کردند. در این مسئله هزینه مسیریابی با تابعی به‌صورت تقریبی در نظر گرفته شده و قیمت‌گذاری بر مبنای آن صورت گرفت.

یی و همکاران (۲۰۰۷) یک مدل دو مرحله‌ای برای قیمت‌گذاری در یک مسئله مسیریابی همراه با کالاهای مرجوعی<sup>۱۲</sup> ارائه کردند. هدف نهایی آنها تعیین یک قیمت پایه (قیمت کف) برای پیشنهاد به مشتری است. در پایان نیز یک مطالعه موردی به‌همراه حل آن به‌روش شبیه‌سازی تیرید<sup>۱۳</sup> (SA) ارائه شده است. در این مقاله تمامی مشتریان بایستی بازدید می‌شدند و بنابراین قیمت‌گذاری با این فرض در نظر گرفته شد.

لیو و چن (۲۰۱۱) قیمت‌گذاری را همراه با مسئله مسیریابی موجودی بررسی کردند. یکپارچگی دو مسئله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل و مسائل موجودی در یک سیستم زنجیره تأمین، مسئله مسیریابی موجودی<sup>۱۴</sup> (IRP) نامیده می‌شود. در مسئله مسیریابی موجودی دو موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد: موضوع اول پیدا کردن مسیر بهینه برای وسایل حمل‌ونقل به‌منظور تحویل کالاها از تأمین‌کنندگان به خرده‌فروش‌ها و موضوع دوم تعیین سیاست بهینه برای موجودی خرده‌فروش. در این مدل، قیمت به‌عنوان یک متغیر وارد شده است و در نتیجه تابع هدف از نوع بیشینه‌کردن سود خواهد بود. آنها اظهار داشتند تصمیمات مربوط به قیمت بر میزان موجودی بهینه و بر مسیر بهینه برای وسایل حمل‌ونقل تأثیر دارد. به‌عنوان مثال قیمت بالاتر باعث تقاضای کمتر و در نتیجه مقدار سفارش کمتر و در نهایت موجودی کمتر خواهد شد. از این رو در نظر گرفتن دو مسئله قیمت‌گذاری و مسئله مسیریابی موجودی به‌صورت

الاهویرانلو و همکاران (۲۰۱۴) اشاره می‌کنند که مسئله مسیریابی انتخابی وسیله نقلیه نسبت به مسائل مرسوم VRP در مسائل عدم قطعیت با منابع محدود بهتر عمل می‌کنند. آنها برای اثبات حرف خود سه فرمول‌بندی از مسائل مسیریابی انتخابی وسیله نقلیه برای سه استراتژی بهینه‌سازی با سطح تقاضای غیرقطعی ارائه می‌دهند که عبارت‌اند از مسائل مسیریابی انتخابی فازی<sup>۶</sup>، ریاست<sup>۸</sup> و قابل اطمینان<sup>۹</sup>. همچنین آنها سه الگوریتم ژنتیک موازی (PGAs) و یک الگوریتم ژنتیک کلاسیک ارائه دادند و با جواب‌های قطعی مقایسه کردند. نتایج نشان داده شده صدق گفتار آنها را تأیید می‌کند.

سahین یازانا و همکاران (۲۰۱۵) یک سیستم متحرک جمع‌آوری خون<sup>۱۱</sup> با هدف اولیه بیشترین سطح جمع‌آوری خون طراحی کردند. این سیستم همچنین هزینه عملیاتی را برای جمع‌آوری خون به‌عنوان هدف بعدی در نظر می‌گیرد. این سیستم تورهایی را برای جمع‌آوری خون در نظر می‌گیرد که در پایان هر روز، مقدار جمع‌آوری شده جهت جلوگیری از فاسد شدن به مرکزی طراحی شده برای حفاظت که به‌عنوان دپو در نظر گرفته شده است، بازگردانده می‌شوند. با در نظر گرفتن محدودیت زمانی و محدودیت منابع آنها این سیستم را به‌عنوان مثالی کاربردی از مسئله مسیریابی انتخابی در نظر گرفتند. آنها یک مدل ریاضی و یک مسئله عدد صحیح ۲ مرحله‌ای ابتکاری برای تعیین تورها در نظر گرفتند.

هماهنگی دو مسئله مسیریابی و قیمت‌گذاری سابقه طولانی ندارد و به‌تازگی مورد توجه قرار گرفته است. ژیونز و همکاران (۲۰۰۷) در سال ۲۰۰۷ اولین کسانی بودند که اثر قیمت‌گذاری را در مسئله مسیریابی با هدف بیشینه‌کردن سود بررسی کردند؛ به این صورت

پرکاربرد است. در این تحقیق رابطه بین قیمت و تقاضا به صورت خطی در نظر گرفته شده است و از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$q_i = a_i - b_i p \quad (1)$$

در این رابطه  $a_i$  و  $b_i$  مقادیر ثابت مربوط به مشتری  $i$ ام هستند و  $p$  و  $q_i$  به ترتیب قیمت و تقاضای مشتری  $i$ ام است. با تغییر قیمت تقاضای مشتریان افزایش و یا کاهش می‌یابد.

فرضیات مسئله به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

- ناوگان حمل همگن است.
- مسیرها به صورت باز در نظر گرفته شده است بدین معنا که نیاز به بازگشت به دپو برای وسایل نقلیه وجود ندارد.
- وسایل نقلیه دارای محدودیت ظرفیت و محدودیت زمان خدمات هستند.
- از یک قیمت یکسان برای تمامی مشتریان استفاده می‌شود.
- مسیریابی انتخابی است؛ بدین معنا که الزامی برای خدمات‌دهی به تمامی مشتریان وجود ندارد؛ به عبارت دیگر هر مشتری حداکثر یک بار بازدید می‌شود.
- رابطه بین قیمت و تقاضای مشتریان خطی است.

### ۳-۱- مدل ریاضی مسئله مطرح شده

اندیس‌های استفاده شده در مدل عبارت‌اند از:

- $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$  مربوط به مشتریان است.
- $k$  مربوط به وسیله نقلیه است  $k = 1, 2, 3, \dots, K$
- $N$  تعداد مشتریان است که مشتری آخر به صورت مجازی در نظر گرفته شده است.

مجزا باعث دورشدن از جواب بهینه و سود کمتر می‌شود. در پایان نیز یک روش ابتکاری که در آن از الگوریتم جستجوی ممنوع<sup>۵</sup> (TS) بهره گرفته می‌شود، برای حل این مسئله ارائه شده است. در مدل مطرح شده نیز خدمات‌دهی به تمامی مشتریان در نظر گرفته شده است.

نوآوری‌های این مقاله را می‌توان به صورت زیر عنوان کرد: معرفی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه انتخابی و قیمت‌گذاری، در نظر گرفتن مسیرهای باز به منظور نزدیک‌سازی مدل پیشنهادی به دنیای واقعی، ارائه یک مدل ریاضی جدید برای مسئله مطرح شده و در نهایت ارائه یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم رقابت استعماری به منظور حل مدل ارائه شده است.

### ۳- تعریف مسئله

قیمت‌گذاری کالا معمولاً با توجه به قیمت محصولات رقیب، کشش بازار و هزینه‌های تولید در نظر گرفته می‌شود. در میان هزینه‌های تولید، هزینه توزیع کالا بخشی از هزینه‌ها است که توجه به این هزینه در انتخاب قیمت مناسب نقش مؤثری دارد. از سوی دیگر شرکت‌های توزیع می‌توانند با توجه به قیمت بهینه و هزینه‌های مسیریابی تنها خدمات‌دهی به مشتریانی را در نظر بگیرند که خدمات‌دهی به آنها در سطح قیمت بهینه مقرون به صرفه باشد و از این طریق سود مناسبی را نصیب خود کنند. همچنین در بسیاری از شرکت‌های توزیع از ناوگان حملی استفاده می‌شود که به صورت اجاره‌ای در خدمت شرکت توزیع هستند. این ویژگی سبب می‌شود که نیاز به بازگشت به دپو برای ناوگان حمل وجود نداشته باشد. همان‌گونه که اشاره شد در نظر گرفتن رابطه خطی بین قیمت و تقاضا یک فرض عمومی و

همچنین، متغیرهای استفاده‌شده در مدل‌سازی مسئله به صورت زیر است:

$P$  قیمت کالای مورد نظر که به صورت بازه‌ای  $[p_1, p_2]$  در نظر گرفته شده است.  
 $x_{ijk}$  متغیری که اگر مسیر بین دو مشتری  $i$ ام و  $j$ ام با وسیله نقلیه  $k$ ام پیموده شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.  
 $u_{ik}$  برابر است با جایگاه رأس  $i$  در مسیر مربوط به وسیله نقلیه  $k$ ام  
 $y_i$  متغیری که اگر رأس  $i$  بازدید شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

پارامترهای استفاده‌شده در مدل عبارت‌اند از:

$t_{ij}$  زمان طی سفر بین مشتری  $i$ ام و مشتری  $j$ ام  
 $T_{max}$  حداکثر ممکن زمان سفر برای هر وسیله نقلیه  
 $a_i$  مقدار ثابت از تابع قیمت - تقاضا برای مشتری  $i$ ام  
 $b_i$  مقدار شیب تابع قیمت - تقاضا برای مشتری  $i$ ام  
 $K$  تعداد وسایل نقلیه در دسترس  
 $C_k$  ظرفیت وسیله نقلیه  $k$ ام

$$\text{Max} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=2}^N ((a_i - b_i \times P) \times P y_i - t_{ij} x_{ijk}), \quad (2)$$

$$\sum_{j=2}^{N-1} x_{1jk} = 1, \quad \forall k = 1 \dots K, \quad (3)$$

$$\sum_{i=2}^{N-1} x_{ijk} = y_j, \quad \forall k = 1 \dots K, j = 2, \dots, N-1 \quad (4)$$

$$\sum_{j=2}^{N-1} x_{jNk} = 1, \quad \forall k = 1 \dots K, \quad (5)$$

$$\sum_{j=2}^{N-1} x_{j1k} = 0, \quad \forall k = 1 \dots K, \quad (6)$$

$$\sum_{j=2}^{N-1} x_{Njk} = 0, \quad \forall k = 1 \dots K, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_{ijk} = \sum_{h=2}^N x_{jhk} \quad \forall k = 1, \dots, K, j = 2, \dots, N-1 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=2}^N t_{ij} x_{ijk} \leq T_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, K, \quad (9)$$

$$\sum_{i=2}^{N-1} (a_i - b_i \times P) \sum_{j=2}^N x_{ijk} \leq C_k \quad \forall k = 1, \dots, K, \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^K u_{1k} = 0, \quad (11)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + 1 \leq (N)(1 - x_{ijk}) \quad \forall i, j = 2, \dots, N-1; \quad k = 1, 2, 3, \quad (12)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}; y_i \in \{0, 1\}; u_{ik} \in \{0, 1, 2, \dots, N\} \quad \forall i, j = 1, \dots, N; \quad k = 1, 2, 3. \quad (13)$$

## ۴-۱- نمایش جواب

نحوه نمایش جواب در شکل (۱) نشان داده شده است. جواب به صورت رشته‌ای به طول  $(n-1) + (n-1) + (K) + 1$  در نظر گرفته شده است که در آن  $n-1$  خانه اول مربوط به انتخاب یا عدم انتخاب مشتریان (تمام مشتریان به جز مشتری آخر که به صورت مجازی در نظر گرفته شده است) است که به صورت صفر و یک نشان داده شد (یک به منزله انتخاب مشتری  $n$ ام و صفر برعکس).  $n-1$  خانه بعدی توالی بازدید از مشتریان را مشخص می‌کند،  $K$  خانه بعدی تعداد مشتریان تخصیص یافته به هر وسیله را مشخص می‌کند و ۱ خانه آخر هم مربوط به متغیر  $P$  است.

۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۳	۴	۵	۲	۶	۲	۱	۱	۵
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۱- نحوه نمایش جواب

نمونه جواب تولید شده برای یک مسئله با شش مشتری و سه وسیله نقلیه در شکل بالا ارائه شده است. همان‌گونه که از  $n-1$  خانه اول مشخص است مشتریان ۲ و ۳ بازدید نمی‌شوند لذا در  $n-1$  خانه اول این مشتریان به وسایل نقلیه اختصاص داده نمی‌شوند. از  $n-1$  خانه دوم با حذف مشتریان ۲ و ۳، مشتری اول یعنی مشتریان ۱ و ۴ به وسیله نقلیه اول، مشتری ۵ به وسیله نقلیه دوم و مشتری ۶ به وسیله نقلیه آخر اختصاص می‌یابد که این مطلب در  $K$  خانه بعدی مشهود است. همچنین در خانه آخر عدد ۵ نمایش داده شده است که مربوط به متغیر قیمت است و نشان‌دهنده این است که قیمت اختصاص یافته به این خدمت‌رسانی جهت بیشینه‌کردن سود ۵ واحد است.

## ۴-۲- تولید جواب اولیه

برای تولید جواب اولیه الگوریتم SA می‌تواند

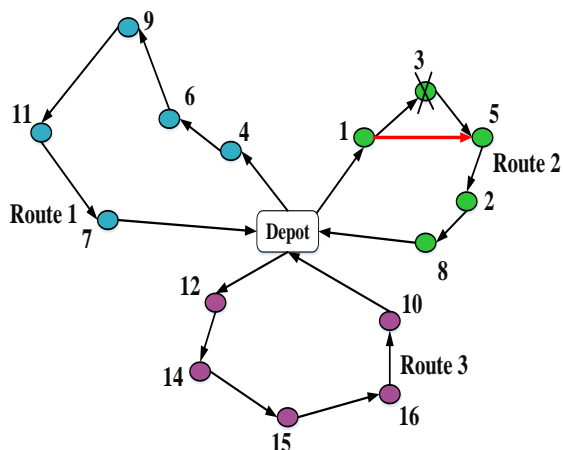
رابطه (۲) درصد بیشینه‌کردن کل سود است که قسمت اول آن مربوط به کل درآمد ناشی از فروش کالا است و قسمت دوم آن مربوط به هزینه سفر است. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که هر مسیری از رأس یک شروع می‌شود. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که هر رأس حداکثر یک بار بازدید می‌شود. محدودیت (۵) تضمین می‌کند که تمامی مسیرها به رأس مجازی  $N$  ختم می‌شود. محدودیت (۶) نیز تضمین می‌کند که از هیچ گره‌ای جز گره مجازی  $N$  حق بازگشت به دپو را نداریم. محدودیت (۷) تضمین می‌کند که هیچ مسیری از گره مجازی  $N$ م به گره‌های دیگر به جز دپو وجود ندارد. محدودیت (۸) پیوستگی مسیر را تضمین می‌کند. محدودیت (۹) محدودیت زمانی را برای هر مسیر یا وسیله نقلیه تضمین می‌کند. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند که مقدار بارگیری شده از ظرفیت وسایل نقلیه تجاوز نکند. محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) جهت جلوگیری از تشکیل زیر تور لازم‌اند.

## ۳-۲- خطی‌سازی مدل

به منظور خطی‌سازی مدل پیشنهادی از رویکردی که گلور و ولسی (۱۹۷۴) و چانگ و چانگ (۲۰۰۰) ارائه کردند، بهره برده شد.

## ۴- روش‌های حل

در این مقاله، یک روش برمبنای الگوریتم رقابت استعماری (ICA۱۶) برای حل مدل استفاده شده است و نتایج محاسباتی آن بررسی شده است. به منظور صحت‌گذاری بر اعتبار این روش در حل مسئله، نتایج حل آن در ابعاد کوچک با نتایج GAMS و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA) مقایسه شد؛ سپس برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی در ابعاد بزرگ نیز چندین مسئله حل شده است و نتایج آن با الگوریتم SA مقایسه شده است.



شکل ۲- نمونه حل شده مسئله در پایان گام ۳

۵. در گام بعدی مقدار سوددهی تمامی مشتریان به صورت زیر محاسبه می شود:

اگر تعداد مشتریان  $n$  باشد مقدار درآمد کل را که از تابع هدف مدل استخراج شده، از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$f = (a_1 - b_1 \cdot P) \cdot P + (a_2 - b_2 \cdot P) \cdot P + (a_3 - b_3 \cdot P) \cdot P + \dots + (a_n - b_n \cdot P) \cdot P \quad (14)$$

با مشتق گیری از این رابطه داریم:

$$f' = a_1 - 2b_1 \cdot P + a_2 - 2b_2 \cdot P + a_3 - 2b_3 \cdot P + \dots + a_n - 2b_n \cdot P \quad (15)$$

سپس مقدار  $P$  را با صفر قرار دادن رابطه بالا محاسبه می کنیم و داریم:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{2 \cdot \sum_{i=1}^n b_i} \quad (16)$$

با مقدار  $P$  به دست آمده از رابطه بالا مقدار درآمد هر مشتری را از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$S = (a_i - b_i \cdot P) \cdot P \quad (17)$$

سپس مقدار درآمد به دست آمده برای هر مشتری در این مرحله را از مقدار صرفه جویی محاسبه شده در گام ۴ کم می کنیم. در صورتی که این مقدار منفی شد مشتری مربوطه از مسیر حذف می شود و به گام ۴ بازمی گردیم و این مراحل را آنقدر تکرار می کنیم که این مقدار برای تمامی مشتریان باقیمانده مثبت باشد.

به صورت تصادفی این جواب را به دست آورد که در الگوریتم شبیه سازی تبرید از این روش استفاده شده است؛ به گونه ای که برای پارامتر  $P$  عددی به طور تصادفی از بازه  $[0/10]$  انتخاب شده است و همچنین تخصیص مشتریان به وسایل نقلیه و انتخاب یا عدم انتخاب مشتریان نیز به طور تصادفی در نظر گرفته شده است. اما روشی که در این مقاله برای تولید جواب اولیه الگوریتم رقابت استعماری بهبودیافته (IICA۱۷) در نظر گرفته شده است استفاده از روشی بر مبنای نزدیک ترین همسایه تصادفی است. گام های روش مبتنی بر نزدیک ترین همسایه تصادفی به صورت زیر است.

۱. ابتدا مشتریان به ترتیب کمترین فاصله از انبار مرکزی مرتب می شوند و سپس  $K$  مشتری اول هر یک، به یک وسیله اختصاص داده می شوند.

۲. سپس از بین سایر مشتریان باقیمانده، فاصله آنها را از  $K$  مشتری اختصاص یافته در گام اول محاسبه می کنیم و مشتری که کمترین فاصله به هریک از این  $K$  مشتری را داشته باشد به آن مشتری متصل می کنیم و این گام را تا اختصاص تمامی مشتریان به وسایل نقلیه ادامه می دهیم.

۳. با استفاده از روش  $2-opt$  که در ادامه توضیح داده می شود مسیرها را بهبود می دهیم.

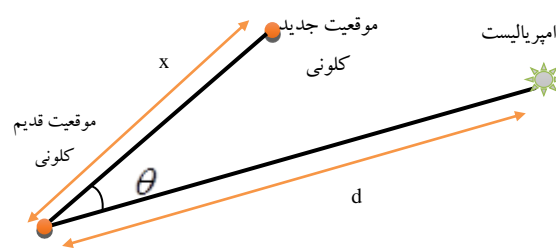
۴. در گام بعدی مقدار صرفه جویی حاصل شده از حذف مشتری را برای تمامی مشتریان محاسبه می کنیم:

به عنوان مثال در شکل (۲) صرفه جویی حاصل از حذف گره ۳ در مسیر ۲ برابر است با مجموع هزینه های پیمودن مسیر ۱-۳ و ۳-۵ منهای هزینه پیمودن مسیر ۱-۵.



## ۴-۳- روش پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم ICA

الگوریتم رقابت استعماری یک الگوریتم جدید در زمینه الگوریتم‌های تکاملی است که براساس تکامل سیاسی - اجتماعی انسان‌ها شکل گرفته است (آتشپز و لوکاس ۲۰۰۷). الگوریتم پیشنهادی مانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی با یک جمعیت اولیه (npopulation) شروع می‌شود (کشورها). پس از تولید کشورها به تعداد از قبل مشخصی (nperialist) از بهترین کشورها بر مبنای قدرتشان، امپراتورها انتخاب می‌شوند. سپس مابقی جواب‌ها به عنوان مستعمره به هر امپراتور با توجه به قدرتی که آن امپراتور دارد تخصیص داده می‌شود. قدرت هر استعمارگر به صورت عکس با هزینه آنها ارتباط دارد. پس از تقسیم تمام مستعمره‌ها میان استعمارگرها، درصدی از مستعمره‌ها (PA) شروع به حرکت به سمت امپراتوری خود می‌کنند. هر مستعمره با یک زاویه و با درصدی مشخص به سمت امپراتوری حرکت می‌کند.



شکل ۳- نحوه حرکت جواب‌ها

جستجوهای محلی بدین صورت است که هر بار به صورت تصادفی یک مستعمره یا امپراتوری انتخاب می‌شود و یک جستجوی محلی به صورت تصادفی بر آن اعمال می‌شود. در صورت ایجاد جواب بهتر، جواب جایگزین می‌شود و در غیر این صورت تغییرات اعمال نمی‌شود. قدرت هر امپراتوری بستگی به قدرت استعمارگر آن و مستعمره‌های آن دارد. این قدرت به صورت جمع قدرت استعمارگر و درصدی (ک) از میانگین قدرت مستعمره‌های آن نشان داده می‌شود. سپس رقابت استعماری میان تمام امپراتوری‌ها شروع خواهد شد. هر امپراتوری که نتواند با دیگر امپراتوری‌ها رقابت کند قادر به افزایش قدرت خود نخواهد بود و یا در مواردی کاهش قدرت خود را در پی خواهد داشت و در آخر از رقابت حذف خواهد شد. رقابت استعماری به تدریج سبب افزایش قدرت در استعمارگران قدرتمند و کاهش قدرت استعمارگران ضعیف‌تر خواهد شد. امپراتوری‌های ضعیف‌تر قدرت خود را از دست می‌دهند و سرانجام از هم می‌پاشند. حرکت مستعمرات به سمت امپراتوری‌های مربوطه و رقابت بین امپراتوری‌ها و مکانیسم از هم پاشیدگی امپراتوری‌ها سبب می‌شود که کشورها در یک وضعیت قرار بگیرند که در آن یک امپراتوری باقی می‌ماند و تمام کشورها مستعمره آن می‌شوند. در این حالت ایدئال مستعمرات هم قدرت استعمارگران قرار می‌گیرند.

## ۴-۳-۱- جستجوی محلی

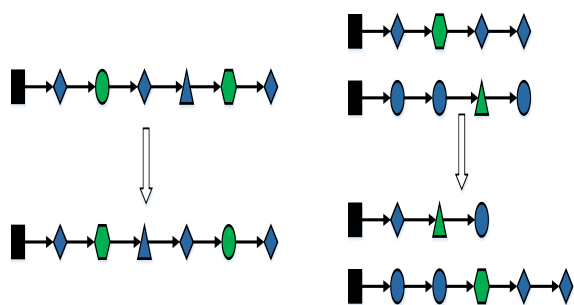
در مسائلی که فضای جواب گسترده‌ای را شامل می‌شوند، از جستجوهای محلی برای بهبود عملکرد روش‌های حل مختلف، استفاده می‌شود. با توجه به گستردگی و پیچیدگی مسأله موردنظر، انتظار می‌رود وجود چهار جستجوی محلی در قسمت مسیریابی

در شکل (۳) فاصله بین جواب‌های تولیدشده و بهترین جواب با  $d$  نشان داده شده است.  $x$  نیز عددی تصادفی با توزیع یک‌نواخت است. برای  $x$  داریم:

$$X \sim U(0, \beta \times d) \quad (18)$$

سپس بر مستعمره‌های هر امپراتوری به تعداد مشخصی جستجوی محلی اعمال می‌شود. نحو/ اعمال

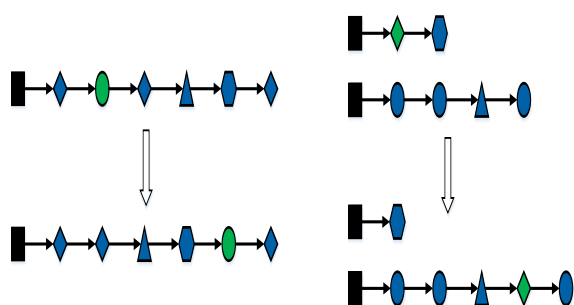
ج- عملگرهای چیدمان مجدد: در این روش پیشنهادی برای ایجاد جواب‌های جدید و افزایش تنوع جواب‌های ایجاد شده، از دو عملگر با احتمال به کارگیری یکسان استفاده شده است. عملگر اول تغییری از روش 2-opt (کروس، ۱۹۵۸) و (لین، ۱۹۶۵) است که نحوه عملکرد برای دو مشتری یک وسیله نقلیه و همچنین دو مشتری از دو وسیله نقلیه متفاوت در شکل (۵) دیده می‌شود.



شکل ۵- عملگر 2-opt

همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، عملگر گفته شده در صورت انتخاب دو مشتری از یک مسیر (سمت چپ)، توالی بین آن دو را برعکس می‌کند و در صورتی که از دو مشتری از دو مسیر متفاوت انتخاب کند (سمت راست)، توالی از آن دو مشتری و به بعد عیناً با یکدیگر عوض می‌شود.

عملگر دوم نیز تغییری از روش or-opt (واترز، ۱۹۸۷) است. این عملگر مکان یک مشتری را تغییر می‌دهد که نحوه عملکرد آن در یک مسیر و دو مسیر متفاوت در شکل (۶) دیده می‌شود.

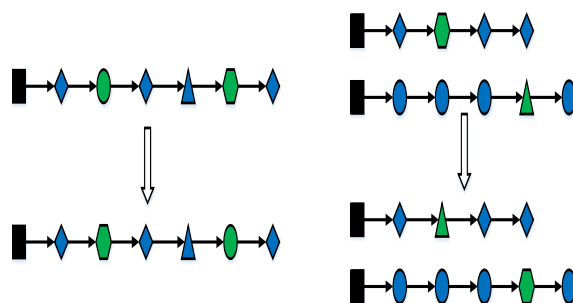


شکل ۶- عملگر or-opt

الگوریتم ارائه شده، بتواند کارایی آن را بهبود دهد. از این رو، از بین این عملگرهای جستجوی محلی روی هر جواب جدیدی که تولید می‌شود، یکی به صورت تصادفی عمل خواهد کرد. عملگرهایی که در این جستجوی محلی استفاده شده‌اند عملگرهای متغیر  $P$ ، تعویض دونقطه ۱۸، چیدمان مجدد ۱۹ (2-opt و or-opt) و عملگر انتخاب مشتری هستند.

الف- عملگر متغیر  $P$ : به منظور تغییر در قیمت هر بار که جستجوی محلی مربوط به متغیر قیمت اجرا می‌شود، به صورت تصادفی عددی در بازه  $[-\psi P, \psi P]$  انتخاب می‌شود و به مقدار قیمت اضافه می‌شود.

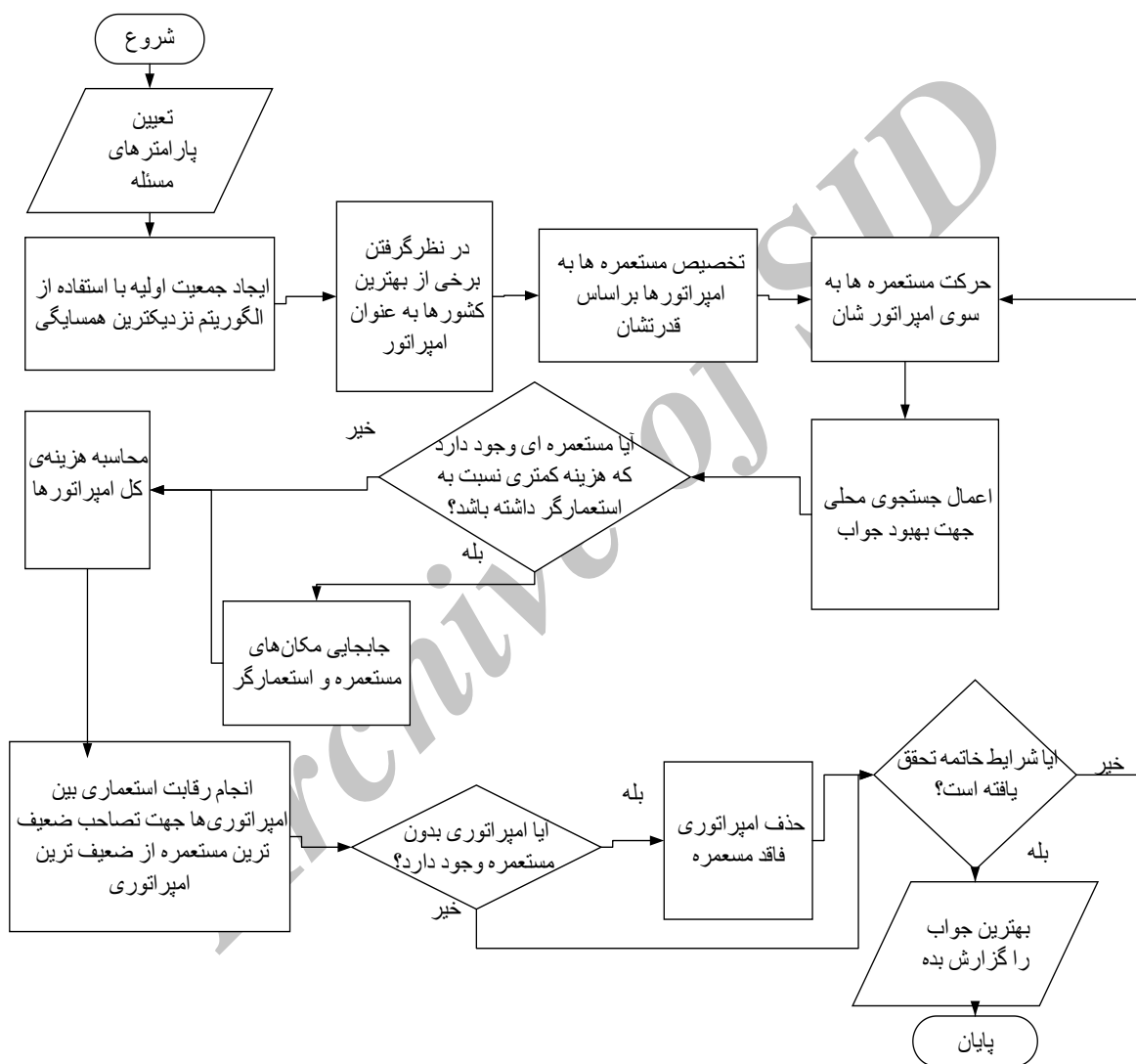
ب- عملگرهای تعویض دونقطه: این عملگرها برای ایجاد جواب‌های جدید و افزایش تنوع جواب‌های ایجاد شده هستند و رویه آن به این صورت است که از دو عملگر با احتمال یکسان استفاده می‌شود. عملگر اول به صورت تصادفی یک وسیله نقلیه را انتخاب می‌کند و جای دو مشتری را در آن تغییر می‌دهد. عملگر دوم نیز جای دو مشتری را در دو وسیله نقلیه متفاوت تغییر می‌دهد. این عملگر که از نوع swap در تبادل مشتری است (واترز، ۱۹۸۷)، در شکل (۴) مشاهده می‌شود.



شکل ۴- عملگر swap

انتخاب نشده باشد، آن را انتخاب می‌کند. سپس اقدام به حل مجدد این مسئله می‌کند. فرایند کلی الگوریتم رقابت استعماری بهبودیافته که در این مقاله به کار گرفته شده است، به ترتیب در شکل (۷) نمایش داده شده است.

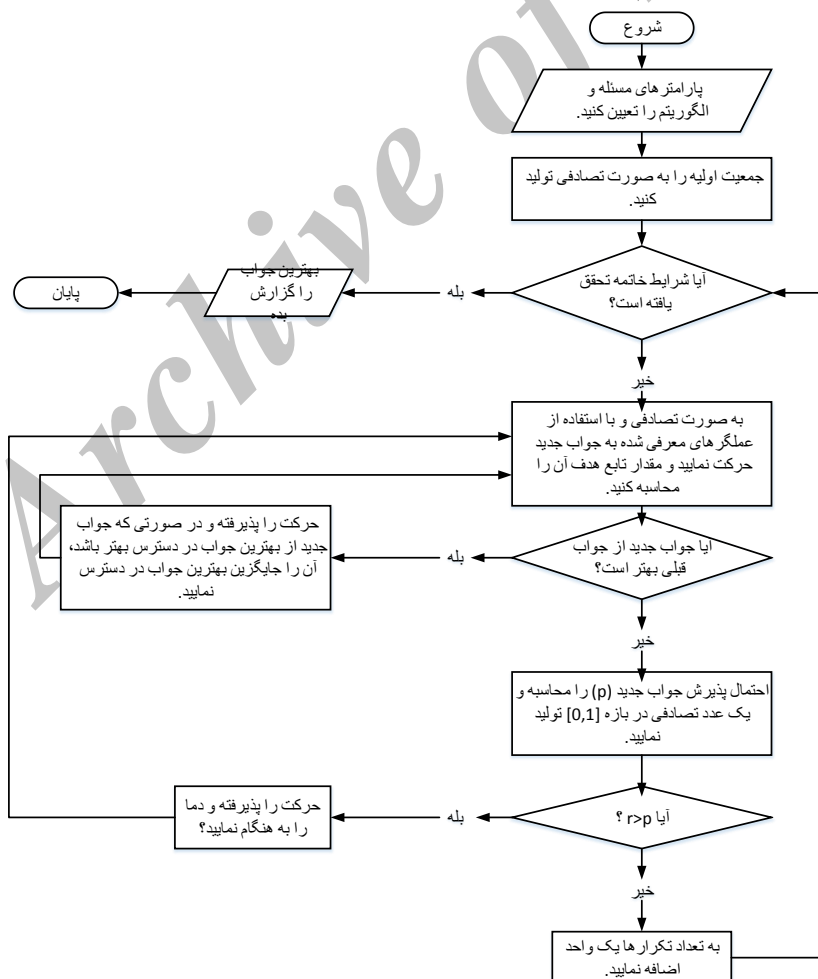
د- عملگر انتخاب مشتری: این عملگر نیز برای ایجاد جواب‌های جدید و افزایش تنوع جواب‌های ایجادشده به این صورت عمل می‌کند که از بین تمامی مشتریان یکی را به صورت تصادفی انتخاب می‌کند. در صورتی که این مشتری قبلاً انتخاب شده باشد، آن را از مسیر حذف می‌کند و در صورتی که



شکل ۷- فرایند کلی الگوریتم ICA بهبودیافته

احتمال  $\exp(-\Delta E/T)$  به‌عنوان جواب فعلی می‌پذیرد. در این رابطه  $\Delta E$  تفاوت بین تابع هدف جواب فعلی و جواب همسایه است و  $T$  یک پارامتر به نام دما است. در هر دما، چندین تکرار انجام می‌شود و سپس دما به آرامی کاهش داده می‌شود. در گام‌های اولیه، دما خیلی بالا قرار داده می‌شود تا احتمال بیشتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود داشته باشد. با کاهش تدریجی دما، در گام‌های پایانی احتمال کمتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود خواهد داشت و بنابراین الگوریتم به سمت یک جواب خوب همگرا می‌شود. گام‌های الگوریتم SA در شکل (۸) مشاهده می‌شود.

۴-۴- ارائه روش حل بر مبنای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید ایده اولیه استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی را نخستین بار کریک پاتریک (۱۹۸۴) و کرنی و همکارانش (۱۹۸۵) مطرح کردند. برای حل این مسئله بهینه‌سازی، الگوریتم SA ابتدا از یک جواب اولیه شروع می‌کند و سپس در یک حلقه تکرار به جواب‌های همسایه حرکت می‌کند. در این پژوهش از عملگر متغیر  $P$ ، عملگر تعویض دو نقطه و عملگر انتخاب مشتری در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید جهت جستجوی محلی استفاده شده است. اگر جواب همسایه بهتر از جواب فعلی باشد، الگوریتم آن را به‌عنوان جواب فعلی قرار می‌دهد (به آن حرکت می‌کند)، در غیر این صورت، الگوریتم آن جواب را با



شکل ۸- گام‌های الگوریتم SA

## ۵- نتایج محاسباتی

الگوریتم پیشنهادی به همراه الگوریتم شبیه‌سازی، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی متلب ۲۰ کدنویسی شد و بر یک رایانه 2.5 GHz با حافظه 6 گیگابایت اجرا شد.

### ۱-۵- مسائل نمونه

از آنجا که مسأله مورد بررسی، برای اولین بار معرفی شده است، مسأله نمونه برای آن وجود نداشت و ساختن چنین مسائلی امری ضروری به نظر می‌رسید. برای این مسئله، ۱۴ نمونه با تعداد مشتریان ۵ تا ۴۵ و تعداد وسایل نقلیه ۲ تا ۱۰ ساخته شد. مختصات مشتریان و تقاضای آنها برگرفته از نمونه‌های کلاس 1 استفاده شده در VRPLIB است<sup>۲۱</sup>.

همچنین برای تقاضای هر خرده‌فروش از تابع تقاضای خطی ۲۲ با شیب غیرصعودی استفاده شده است. برای این منظور مقدار متغیر ثابت به صورت تصادفی در بازه [15-45] و مقدار شیب به صورت تصادفی در بازه [2-5] برای هر خرده‌فروش در نظر گرفته شده است. همچنین برای قیمت خدمات ارائه شده یک بازه از ۱ تا ۱۰ در نظر گرفته‌ایم که سعی در یافتن بهترین قیمت برای ارائه خدمات به مشتریان داریم که از طرفی در بازار رقابتی بتوانیم مشتریان را به سوی خود جلب کنیم و از سوی دیگر سود خود را بیشینه کنیم. تعداد مشتریان و وسایل نقلیه برای مسائل نمونه در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

جدول ۱- مشخصات مسائل نمونه

نمونه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
تعداد مشتریان	۵	۷	۸	۱۰	۱۰	۱۲	۱۵	۱۸	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
تعداد وسایل	۲	۲	۳	۲	۳	۳	۵	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۰

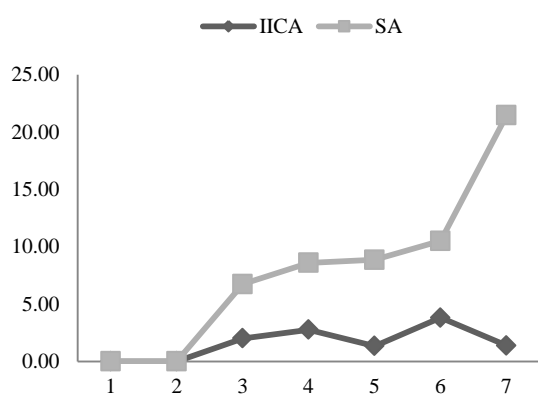
### ۲-۵- تنظیم پارامتر

پارامترهای تأثیرگذار در الگوریتم ICA پیشنهادی عبارت‌اند از: اندازه جمعیت هر دوره ( $npopulation$ )، تعداد قدرتمندترین امپراتوری‌ها ( $nimperialist$ )، نرخ جواب‌هایی که به امپراتور نزدیک می‌شوند ( $P_A$ )، ضریبی که هزینه امپراتوری را به هزینه استعمارگر وابسته می‌کند ( $\xi$ ) و ضریب مربوط به حرکت مستعمره‌ها به سمت استعمارگر خود ( $\beta$ ). همچنین پارامترهای تأثیرگذار در الگوریتم SA عبارت‌اند از: دمای اولیه ( $T_0$ )، ضریب تبرید الگوریتم ( $\alpha$ )، تعداد دفعات تکرار الگوریتم ( $IT$ ) و تعداد دفعات تکرار در هر

دما ( $innerIT$ ). مقدار تمامی این پارامترها با استفاده از روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی به دست آمده است. روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی را در سال ۱۹۶۰ پروفیسور تاگوچی معرفی کرد. این روش می‌تواند با کمترین تعداد آزمایش‌ها، شرایط بهینه را تعیین کند (روی، ۲۰۱۰). استفاده از این روش منجر به صرفه‌جویی بسیار در زمان و هزینه انجام آزمایش‌های موردنیاز برای تنظیم پارامتر نسبت به روش کلاسیک فاکتوریل کامل می‌شود. مقادیر هریک از پارامترهای مربوط به IICA و الگوریتم SA به کاررفته در این الگوریتم به صورت جدول (۲) تنظیم شده است.

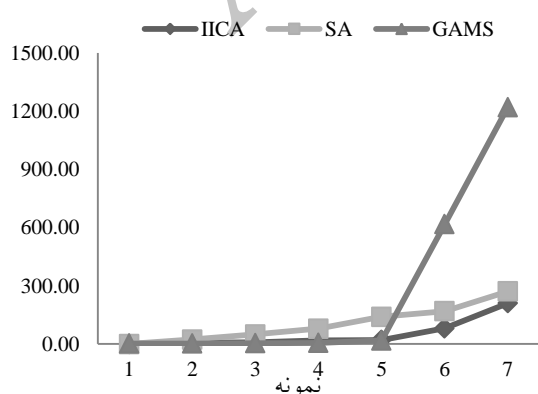
می‌شود، الگوریتم‌های IICA و SA توانایی دستیابی به جواب بهینه را برای مسائلی در مقیاس کوچک دارند که این نکته، اعتبار آنها را در حل مدل تأیید می‌کند.

براساس اطلاعات جدول (۳) با وجود انحراف قابل قبول از جواب بهینه در دو الگوریتم، عملکرد الگوریتم IICA براساس شاخص درصد انحراف از جواب بهینه، بسیار بهتر از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پایه (SA) است. درصد انحراف از جواب بهینه برحسب نمونه در شکل (۹) نیز دیده می‌شود.



شکل ۹- نمودار درصد انحراف از جواب بهینه برای مسائل در مقیاس کوچک

نمودار زمان محاسباتی برحسب نمونه برای بسته تجاری و هر دو الگوریتم فراابتکاری در شکل (۱۰) دیده می‌شود. براساس این شکل، IICA نسبت به SA عملکرد بهتری دارد، البته در نمونه گفته‌شده، IICA جوابی نزدیک به جواب بهینه ارائه داده است.



شکل ۱۰- نمودار زمان محاسباتی برحسب نمونه برای مسائل در مقیاس کوچک

جدول ۲- پارامترهای تنظیم‌شده الگوریتم‌ها

IICA		SA	
عامل	مقدار بهینه	عامل	مقدار بهینه
$npopulation$	50	$T_0$	۱۰۰
$nimperialist$	6	$\alpha$	۰/۹۹
$P_A$	0.64	$IT$	۸۰۰
$\xi$	0.195	$innerIT$	۷۰
$\beta$	1.8		

### ۳-۵- بررسی الگوریتم پیشنهادی برای مسائلی در مقیاس کوچک

برای سنجش اعتبار الگوریتم‌های پیشنهادی، عملکرد آن با عملکرد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پایه و حل‌کننده CPLEX بسته تجاری گمز ۲۳ (نسخه 24.1.3) در حل مسائلی در مقیاس کوچک مقایسه شده است. بدین منظور، برای هر یک از این نمونه‌ها، ابتدا جواب بهینه با استفاده از بسته گفته‌شده به دست آمد و سپس با نتایج الگوریتم‌ها مقایسه شد. در این پژوهش، شاخص دسته‌بندی یک مسئله در مقیاس کوچک، زمان حل توسط بسته تجاری گمز در نظر گرفته شد و مسائلی که زمان حلی کمتر از ۳۶۰۰ ثانیه داشتند، در این دسته قرار گرفتند. نتایج محاسباتی مربوط به بسته تجاری گمز، الگوریتم ICA بهبودیافته و الگوریتم SA به ترتیب در ستون‌هایی تحت عنوان GAMS, IICA و SA آمده است. برای هر مسئله، هر یک از الگوریتم‌ها سه بار اجرا شد.

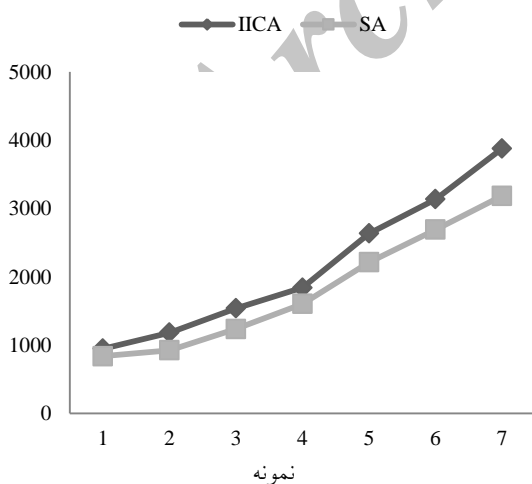
بهترین مقدار تابع هدف به دست آمده است و میانگین زمان اجرای الگوریتم برحسب ثانیه در این تعداد از دفعات اجرا، به ترتیب در ستون «تابع هدف» و ستون «زمان» گزارش شده است. ستونی که تحت عنوان %dev در این جدول مشخص است، برای نشان دادن درصد انحراف از جواب بهینه برای هر یک از الگوریتم‌های فراابتکاری است. همان‌گونه که مشاهده

جدول ۳- نتایج محاسباتی برای مسائلی در مقیاس کوچک

SA			IICA			GAMS			نمونه
% dev	زمان (s)	تابع هدف	% dev	زمان (s)	تابع هدف	زمان (s)	تابع هدف		
۰/۰۰	۰/۰۰	۱۶۸/۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۶۸/۲	۲/۳۱	۱۶۸/۲۰	۱	
۰/۰۰	۲۳/۱۵	۵۷/۱۸۷	۰/۰۰	۶/۵۹	۱۸۷/۵۷	۲/۴۷	۱۸۷/۵۷	۲	
۶/۷۱	۴۹/۱۳	۱۶۴/۹۴	۲/۰۰	۸/۱۳	۱۷۳/۳۲	۴/۳	۱۷۶/۸۶	۳	
۸/۶۰	۷۹/۰۲	۱۳۸/۳۹	۲/۷۶	۱۹/۳۵	۱۴۷/۲۳	۵/۷	۱۵۱/۴۱	۴	
۸/۸۶	۱۴۰/۲۹	۲۰۹/۳۷	۱/۳۳	۲۰/۲۴	۲۲۶/۶۷	۱۸/۲	۲۲۹/۷۲	۵	
۱۰/۵۱	۱۶۹/۳۹	۳۸۴/۴۹	۳/۸۱	۸۰/۸۵	۴۱۳/۲۷	۶۱۷/۶	۴۲۹/۶۵	۶	
۲۱/۴۶	۲۷۱/۲۸	۶۶۱/۹۹	۱/۳۸	۲۱۰/۲۷	۸۳۱/۲۷	۱۲۲۰/۹	۸۴۲/۸۸	۷	
۸/۰۲	۱۰۴/۶۱	۲۷۳/۵۶	۱/۶۱	۴۹/۳۱	۳۰۶/۷۹	۲۷۶/۳۵	۳۱۲/۳۳	میانگین	

جدول ۴- نتایج محاسباتی برای مسائلی در مقیاس بزرگ

ICA			SA			نمونه
زمان (s)	تابع هدف	% dev	زمان (s)	تابع هدف	% dev	
۲۴۸/۸	۹۴۷/۲۳	۱۱/۶۸	۳۲۸/۹۲	۸۳۶/۵۹	۸	
۳۱۷/۱	۱۱۸۲/۳	۲۱/۷۹	۳۷۱/۸۵	۹۲۴/۷۶	۹	
۳۸۱/۹	۱۵۳۷/۱	۱۹/۶۶	۵۹۱/۴۸	۱۲۳۴/۹۲	۱۰	
۴۳۰/۲	۱۸۴۱/۲	۱۲/۹۲	۶۳۹/۸۲	۱۶۰۳/۴۴	۱۱	
۸۱۲/۳	۲۶۳۴/۶	۱۶/۰۱	۱۱۲۸/۱	۲۲۱۲/۶۹	۱۲	
۱۰۱۲/۲	۳۱۳۷/۴	۱۴/۲۲	۱۴۲۹/۹	۲۶۹۱/۳۹	۱۳	
۱۴۲۳/۴	۳۸۷۹/۸	۱۷/۸۸	۱۸۸۴/۳	۳۱۸۶/۱۳	۱۴	
۶۶۰/۱	۲۱۶۵/۷	۱۶/۳۱	۹۱۰/۶۶	۱۸۱۲/۸۵	Ave	



شکل ۱۱- نمودار مقدار تابع هدف برحسب نمونه برای

مسائل در مقیاس بزرگ

براساس جدول و نمودارهای ارائه شده، می توان به این نتیجه رسید که برای مسائل در مقیاس کوچک، IICA نسبت به الگوریتم SA بسیار بهتر عمل می کند؛ این برتری شامل تمامی شاخص های بررسی (درصد انحراف از جواب بهینه و زمان محاسباتی) است.

#### ۵-۴- بررسی الگوریتم های پیشنهادی برای مسائلی در مقیاس بزرگ

در این قسمت نیز همانند قسمت قبل، برای هر مسئله، هریک از الگوریتم های شبیه سازی تبرید پایه و شبیه سازی تبرید بهبودیافته سه بار اجرا شد، بهترین مقدار تابع هدف به دست آمد و میانگین زمان اجرای الگوریتم برحسب ثانیه در این تعداد از دفعات اجرا، به ترتیب در ستون «تابع هدف»، ستون «زمان» و ستون «قیمت» جدول (۴) گزارش شده است.

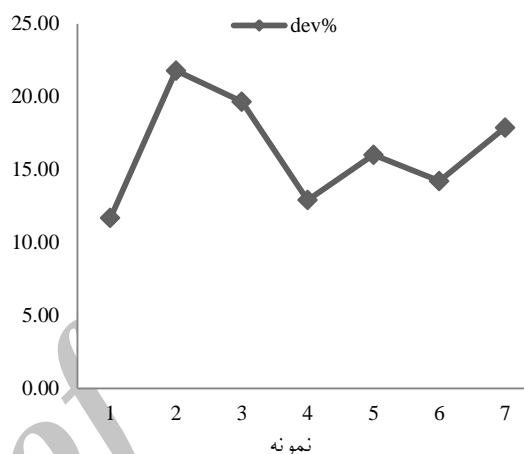
برای بررسی های بهتر، نمودار تابع هدف برحسب نمونه برای هر دو الگوریتم در شکل (۱۱) نمایش داده شده است. براساس این نمودار می توان به این نتیجه رسید که در حالت کلی، عملکرد IICA از الگوریتم SA بهتر است.

همان‌طور که از نمودار شکل (۱۱) مشخص است IICA در تمامی نمونه‌های با سایز بزرگ از نظر مقدار تابع هدف، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم SA داشته است. در شکل (۱۲) نیز نمایان است که مقدار انحرافات الگوریتم SA نسبت به الگوریتم IICA در تمامی نمونه‌ها مقداری زیاد است و به‌طور میانگین الگوریتم SA ۱۶/۳۱ درصد نسبت به الگوریتم پیشنهادی از نظر مقدار تابع هدف اختلاف دارد که این مقدار، عملکرد بهتر الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. همچنین در شکل (۱۳) مشخص می‌شود که عملکرد IICA نسبت به الگوریتم SA از نظر زمانی، در تمامی ۷ نمونه با سایز بزرگ بهتر است؛ طوری که میانگین زمانی حل این مسائل برای IICA ۶۶۰،۱۶ ثانیه است؛ در حالی که این مقدار برای الگوریتم SA، ۹۱۰/۶۶ ثانیه است که نشان‌دهنده عملکرد بهتر الگوریتم پیشنهادی است.

#### ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی

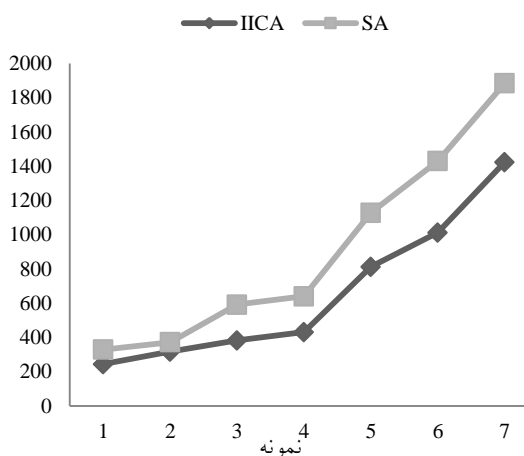
قیمت‌گذاری کالا معمولاً با توجه به قیمت محصولات رقیب، کشش بازار و هزینه‌های تولید در نظر گرفته می‌شود. در میان هزینه‌های تولید، هزینه توزیع کالا بخشی از هزینه‌ها است که توجه به این هزینه در انتخاب قیمت مناسب نقش مؤثری دارد. از سوی دیگر شرکت‌های توزیع می‌توانند با توجه به قیمت بهینه و هزینه‌های مسیریابی تنها خدمت‌دهی به مشتریانی را در نظر بگیرند که خدمات‌دهی به آنها در سطح قیمت بهینه مقرون‌به‌صرفه باشد و از این طریق سود مناسبی را نصیب خود کنند. در این مقاله مسأله مسیریابی وسیله نقلیه انتخابی باز با در نظر گرفتن قیمت‌گذاری بررسی شد. برای این منظور فرض شد که قیمت با تقاضای مشتریان یک

همچنین برای بررسی عملکرد دو الگوریتم، درصد انحرافات الگوریتم SA از IICA برحسب نمونه در شکل (۱۲) نشان داده شده است. براساس این نمودار مشاهده می‌شود که در تمامی نمونه‌ها الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم پایه عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد.



شکل ۱۲- نمودار درصد انحرافات الگوریتم SA نسبت به الگوریتم IICA

برای بررسی عملکرد دو الگوریتم براساس زمان محاسباتی، در شکل (۱۳) این شاخص برحسب نمونه آورده شده است. همان‌گونه مشاهده می‌شود IICA عملکرد قابل‌قبولی را از خود نشان می‌دهد.



شکل ۱۳- نمودار زمان محاسباتی برحسب نمونه برای مسائل در مقیاس بزرگ



- Croes, G. (1958). A method for solving traveling-salesman problems. *Operations research*, 6, 791-812 .
- Geunes, J., Shen, Z.-J. M., & Emir, A. (2007). Planning and approximation models for delivery route based services with price-sensitive demands. *European Journal of Operational Research*, 183(1), 460-471 .
- Glover, F., & Woolsey, L. (1974). Converting the 0-1 polynomial programming problem to a 0-1 linear program. *Operations research*, 22, 180-182 .
- Kirkpatrick, S. (1984). Optimization by simulated annealing: Quantitative studies. *Journal of statistical physics*, 34(5-6), 975-986 .
- Lin, S.-W., & Yu, V. F. (2015). A simulated annealing heuristic for the multiconstraint team orienteering problem with multiple time windows. *Applied Soft Computing*, 37, 632-642 .
- Lin, S. (1965). Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal*, 44, 2245-2269 .
- Liu, S.-C., & Chen, J.-R. (2011). A heuristic method for the inventory routing and pricing problem in a supply chain. *Expert Systems with Applications*, 38(3), 1447-1456.
- Roy, R. K. (2010). *A primer on the Taguchi method*: Society of Manufacturing Engineers.
- Sahinyazana, F. G., Y. Karab, B., & Rüstü Tanerc, M. (2015). Selective vehicle routing for a mobile blood donation system. *European Journal of Operational Research*, 245, 22-34 .
- Waters, C. (1987). A solution procedure for the vehicle-scheduling problem based on iterative route improvement. *Journal of the Operational Research Society*, 38(7), 833-839 .
- Y.i, J., Dong, Y., Shi, T., & Zhou, J. (2007). A two-stage model of vehiclerouting and transport service pricing with backhauls. Paper presented at the Grey Systems and Intelligent Services, 2007. GSIS 2007. IEEE International Conference on

رابطه خطی دارد و شرکت‌های توزیع از ناوگان حملی که به صورت اجاره‌ای در خدمت شرکت توزیع هستند استفاده می‌کنند و همچنین هر مشتری حداکثر یک بار بازدید می‌شود و قیمت یکسانی برای تمامی مشتریان در نظر گرفته شد. همان‌گونه که قبلاً نیز اشاره شد، چنین مسئله‌ای با وجود کاربرد بودن در ادبیات مسأله مسیریابی مشاهده نمی‌شود. پس از معرفی مسأله ذکر شده، مدل ریاضی برای آن ارائه شد و سپس روش حلی بر مبنای الگوریتم رقابت استعماری برای حل آن توسعه یافت و نتایج آن با نتایج حاصل از الگوریتم SA بررسی و تحلیل شد. مطالعه حاضر را می‌توان با در نظر گرفتن تابع تقاضای درجه دو برای هر مشتری توسعه داد. همچنین می‌توان از هزینه‌های دیگر برای این مسئله استفاده کرد. در نهایت، می‌توان الگوریتم‌های دقیق، ابتکاری یا فراابتکاری دیگر برای حل مسأله ذکر شده استفاده کرد.

## References

- Allahviranloo, M., Chow, J. Y., & Recker, W. W. (2014). Selective vehicle routing problems under uncertainty without recourse. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 62, 68-88 .
- Atashpaz-Gargari, E., & Lucas, C. (2007). *Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition*. Paper presented at the Evolutionary Computation, 2007. CEC 2007. IEEE Congress on.
- Černý, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of optimization theory and applications*, 45(1), 41-51 .
- Chang, C.-T., & Chang, C.-C. (2000). A linearization method for mixed 0-1 polynomial *Computers & Operations Research*, 27, 1005-1016 .

- 1- Vehicle routing problem
- 2- Selective vehicle routing problem
- 3- Open vehicle routing problem
- 4- Simulated Annealing with Restart Strategy
- 5- Boltzmann Function
- 6- Cauchy Function
- 7- Fuzzy
- 8- Robust
- 9- Reliable
- 10- Parallel Genetic Algorithm
- 11- Mobile blood collection system
- 12- VRP with Backhauls
- 13- Simulated annealing
- 14- Inventory Routing Problem
- 15- Tabu search
- 16- Imperialist competitive algorithm
- 17- Improved Imperialist Competitive Algorithm
- 18- Swap
- 19- Reversion
- 20- MATLAB

<sup>۲۱</sup> برای دستیابی به مسائل ذکر شده می توان به

[http://www.or.deis.unibo.it/research\\_pages/ORinstances/VRPLIB/VRPLIB.html](http://www.or.deis.unibo.it/research_pages/ORinstances/VRPLIB/VRPLIB.html) مراجعه کرد.

- 22- Linear demand function
- 23- GAMS

Archive of SID