



Effect of Fluid and Size on the Nonlinear Dynamic of Atomic Force Microscope Based on Modified Couple Stress Theory

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Molavian Jazi M.¹ MSc,
 Ghayour M.^{*1} PhD,
 Ziaei-Rad S.¹ PhD,
 Maani E.² PhD

How to cite this article

Molavian Jazi M, Ghayour M, Ziaei-Rad S, Maani E. Effect of Fluid and Size on the Nonlinear Dynamic of Atomic Force Microscope Based on Modified Couple Stress Theory. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(4):1029-1038.

¹Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

²School of Engineering Science, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
 Phone: +98 (31) 33915247
 Fax: +98 (31) 33915265
 ghayour@cc.iut.ac.ir

Article History

Received: August 23, 2018
 Accepted: November 26, 2018
 ePublished: April 06, 2019

ABSTRACT

The atomic force microscope (AFM) determines the topography of surfaces in nano scale based on the changes in the exited micro-cantilever's dynamic characteristics. Therefore, it is essential to simulate and predict more accurately the dynamic behavior of cantilever beams for use in design and fabrication of AFM. Based on the experimental observations, in contrast to the classic theory, the normalized stiffness of structures is not constant with the reduction of dimensions in micro and nano scales. This change, which can be either softness or stiffness, results in size-dependent behavior; non-classic continuum theories. This paper studies the effect of size on the dynamic behavior of AFM based on modified couple stress theory, and compares the results with those obtained from classic theory. The nonlinear partial differential governing equation of the system is derived, considering intermolecular and hydrodynamic forces, based on the modified couple stress theory. By applying Galerkin projection method, partial differential equations are transformed into ordinary equations and the discrete system is extracted. It is shown that considering size effect leads to enlargement of expected working domain of AFM, and also predicted amplitude and frequency of oscillations decreases and increases, respectively. Moreover, two theories predict different start point of bi-stability region. Solution approach is verified by comparing the results with two degrees-of-freedom model and analogue equations method. Furthermore, effect of hydrodynamic forces of fluid on dynamic behaviour of AFM is investigated.

Keywords Atomic Force Microscope; Size Effect; Modified Couple Stress Theory; Stability Analyses; Nonlinear Dynamic

CITATION LINKS

[1] Atomic force ... [2] Atomic force microscope-force mapping and ... [3] A review of atomic force microscopy ... [4] 3D-Dynamic Modeling and simulation of biological ... [5] Second phase of nanomanipulation of ... [6] Fractured polymer/silica fiber surface ... [7] Dynamic multmode analysis of non-linear piezoelectric microcantilever ... [8] Frequency shifts and analytical ... [9] Higher-mode excitation in the non-contact ... [10] Nonlinear dynamics of microcantilevers in tapping mode ... [11] Nonlinear dynamic analysis of atomic force ... [12] Nonlinear dynamics and chaos of microcantilever-based ... [13] Chaos in dynamic atomic force ... [14] Control of AFM nano-robot based on sliding mode ... [15] Influence of squeeze-film damping ... [16] Modeling of AFM microcantilevers ... [17] Frequency response of AFM nano robot in liquid ... [18] Dynamic analysis of tapping-mode AFM considering ... [19] Evaluation of length-scale effects ... [20] An experimental study into the size effect ... [21] Strain gradient plasticity: Theory ... [22] A microbend test method for measuring the ... [23] Evaluation of size effect on mechanical properties ... [24] Couple stress based strain gradient ... [25] Experiments and theory in strain gradient ... [26] Nonlocal polar elastic ... [27] Thin plate theory including surface ... [28] Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope ... [29] Investigation of the size effect on the vibrational ... [30] Dynamic behaviour of atomic force microscope ... [31] A simulation of atomic force microscope microcantilever ... [32] Effect of size on the dynamic behaviors ... [33] Melnikov-based dynamical analysis of microcantilevers ... [34] Effects of couple-stresses in linear ... [35] Influences of the surface energies on the nonlinear static ...

بررسی اثر اندازه و سیال بر دینامیک غیرخطی میکروسکوپ نیروی اتمی براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته

مهدی مولویان جزی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

مصطفی غیور * PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

سعید ضیایی‌راد PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

احسان معانی PhD

دانشکده علوم مهندسی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

چکیده

اساس کار میکروسکوپ نیروی اتمی، استفاده از تغییر شکل استاتیک یا پاسخ دینامیک تیر مرتعش برای تعیین توپوگرافی سطح در مقیاس نانو است. بنابراین پیش‌بینی صحیح رفتار دینامیک سیستم برای طراحی مناسب و عملکرد دقیق آن ضروری است. بنابر نتایج مطالعات تجربی با کاهش ابعاد یک سازه در مقیاس میکرو و نانو بر خلاف پیش‌بینی تئوری‌های کلاسیک، سختی بی‌بعد آن تغییر می‌کند. این تغییر که می‌تواند به صورت سخت‌شوندگی یا نرم‌شوندگی باشد، منجر به آرایه روش‌های مدل‌سازی غیرکلاسیک وابسته به اندازه شده است. در این مقاله با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته تأثیر اندازه بر رفتار دینامیک سیستم، بررسی شده و نتایج با پیش‌بینی‌های تئوری کلاسیک مقایسه شده است. به این منظور معادلات حاکم بر میکروتیر نیروی اتمی که در معرض نیروهای غیرخطی بین مولکولی و هیدرودینامیک ناشی از سیال قرار دارد، استخراج شده است. با به کارگیری روش گالرکین، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم به معادلات معمولی تبدیل و مدل گسسته سیستم استخراج شده است. نشان داده شده است که با در نظر گرفتن اثر اندازه، سختی بی‌بعد و دامنه کاری پیش‌بینی شده میکروسکوپ در مود غیرتماسی افزایش می‌یابد. همچنین پارامترهای طراحی نظیر دامنه و فرکانس ارتعاشات به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد و در ابعاد کوچک‌تر، شروع ناحیه دوپایا برای فواصل کمتری از میکروتیر تا سطح اتفاق می‌افتد. در ادامه، روش حل مبتنی بر مود اول گالرکین در قیاس با دو مود اول و همچنین روش عددی معادلات آنالوگ صحت‌سنجی شده است. همچنین، تأثیر نیروهای هیدرودینامیک سیال بر رفتار دینامیک میکروسکوپ نیروی اتمی مطالعه شده است.

کلیدواژه‌ها: میکروسکوپ نیروی اتمی، اثر اندازه، تئوری تنش کوپل بهبودیافته، تحلیل پایداری، دینامیک غیرخطی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۰۵

* نویسنده مسئول: ghayour@cc.iut.ac.ir

۱- مقدمه

برای اولین بار ایده میکروسکوپ نیروی اتمی در سال ۱۹۸۶ توسط بینینگ و همکاران^[1] ارائه شد. این ایده مبتنی بر استفاده از یک نوک تیز بسیار کوچک در انتهای یک میکروتیر برای تعیین توپوگرافی سطوح بود. یک سال بعد، استفاده از میکروتیر مرتعش برای تصویرکردن سطوح پیشنهاد شد^[2].

در سال‌های گذشته، توانمندی میکروسکوپ نیروی اتمی به عنوان ابزاری قدرتمند برای تصویر توپولوژی سطوح با جنس و خواص مکانیکی مختلف و در محیط‌های متفاوت و مهم‌تر از آن با دقت بالای نانومتر، منجر به کاربرد روزافزون و گسترده این تجهیز در تصویرکردن پلیمرها^[3] و یون‌ها گرفته تا مولکول‌ها و حتی سیستم‌های بیولوژیک شده است^[4]. همچنین میکروسکوپ نیروی اتمی که از این پس در این مقاله به اختصار میکروسکوپ نامیده می‌شود، کاربرد گسترده‌ای در نانومنیپولیشن ذرات پیدا کرده

است^[5]. مهم‌ترین قسمت میکروسکوپ، میکروتیر یک‌سرگیرداری بوده که یک نوک تیز در انتهای آزاد آن نصب شده است. سطح نمونه توسط نوک تیر اسکن می‌شود و موقعیت انتهای آزاد میکروتیر به وسیله حسگرها به کنترلر گزارش می‌شوند. برحسب این که میکروسکوپ در چه مودی فعالیت می‌کند، با هدف ثابت‌نگه‌داشتن یکی از پارامترهای دینامیکی، سیگنال کنترلی به عملگرهای پیرو ارسال می‌شود. این عملگرها مسئول حرکت دادن یا به‌نوسان درآوردن میکروتیر به وسیله تحریک پایه آن هستند. سیگنال کنترلی خود معیاری برای تخمین توپوگرافی سطح است. بسته به نوع سطح و محیط فعالیت، میکروسکوپ در یکی از سه مود تماسی، غیرتماسی یا ضربه‌ای فعالیت می‌کند.

در مود تماسی، نوک تیر با سطح نمونه در تماس است و توپوگرافی سطح براساس میزان نیروی وارد شده به پایه میکروتیر (روش ارتفاع ثابت) یا بر مبنای موقعیت میکروتیر (روش نیرو ثابت) به دست می‌آید. از آنجایی که در مود تماسی، نوک تیر می‌تواند در مواجهه با سطوح نرم نظیر بافت‌های بیولوژیک به نمونه آسیب برساند، مود غیرتماسی ابداع شد^[2]. در مود غیرتماسی، میکروتیر بالاتر از سطح و در نزدیکی فرکانس تشدید آن به نوسان در می‌آید. در این حالت تغییر توپوگرافی سطح و به تبع آن تغییر نیروهای بین‌مولکولی، باعث تغییر در مشخصه‌های ارتعاشی میکروتیر می‌شوند. از این رو، سیگنال کنترلی برای تنظیم ارتفاع پایه به نحوی که یک مشخصه ارتعاشی مانند دامنه نوسانات ثابت بماند، معیاری برای تعیین توپوگرافی سطح خواهد بود. در مود ضربه‌ای که در یک مرجع^[6] معرفی شد، در هر نوسان سطح توسط نوک میکروتیر لمس می‌شود و موقعیت پایه در راستای Z به‌گونه‌ای تنظیم می‌شود که دامنه نوسانات ثابت بماند.

با توجه به نحوه عملکرد میکروسکوپ، مدل‌سازی دقیق و اشراف بر رفتار دینامیک میکروتیر در طراحی و ساخت مناسب و تخمین صحیح توپوگرافی سطوح حین بهره‌برداری از آن کاملاً ضروری است^[7]. عوامل مختلف غیرخطی حاکم بر مساله نظیر نیروهای برهم‌کنش غیرخطی سطح و نمونه، نیروی ناشی از میرایی لایه فشرده سیال، نیروهای هیدرودینامیک و نیروی الکترواستاتیک منجر به رفتار غیرخطی میکروسکوپ می‌شود. در تعداد قابل توجهی از مقالات، به بررسی پدیده‌های مختلف غیرخطی در رفتار میکروسکوپ نظیر خمش پاسخ فرکانسی^[8, 9]، جهش، پایداری دوگانه^[10] و آشوب^[11-13] پرداخته شده است. در برخی از مطالعات نیز کنترل میکروسکوپ^[14] و اثرات سیال نظیر میرایی ناشی از لایه فشرده^[15]، نیروهای هیدرودینامیک^[16, 17] و نیروی موئینگی^[18] بر دینامیک میکروسکوپ بررسی شده‌اند.

ضخامت میکروتیر میکروسکوپ و ابعاد نوک آن در مقیاس میکرو و نانو است و امروزه به‌منظور حساسیت بالاتر، فرکانس بیشتر، اندازه و وزن کمتر و مصرف انرژی کمتر تمایل طراحان برای کمتر شدن اندازه این سیستم‌ها بیشتر می‌شود. در همه مطالعات مذکور، میکروتیر میکروسکوپ براساس تئوری محیط پیوسته کلاسیک مدل شده است، در حالی که تحقیقات تجربی متعددی نشان داده‌اند که با کاهش ابعاد یک سازه در مقیاس میکرو و نانو بر خلاف پیش‌بینی تئوری‌های کلاسیک، سختی بی‌بعد آن تغییر می‌کند^[19, 20]. به‌عنوان مثال فلک و همکاران در سال ۱۹۹۴ طی چند آزمایش پیچش روی سیم‌های مسی نازک نشان دادند که با کاهش قطر سیم از ۱۷۰ به ۱۲ میکرومتر، سختی پیچشی بی‌بعد مس ۳ برابر می‌شود^[21]. استولکن و/واتر در پژوهشی^[22] با انجام آزمایشات خمش روی تیرهایی از جنس نیکل نشان دادند که با

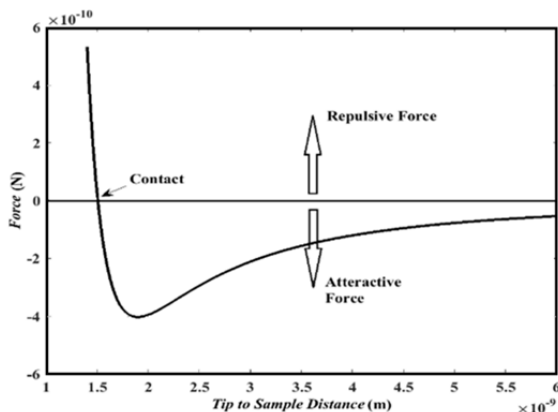
نیروهای برهم‌کنش بین مولکولی نوک میکروتیر و سطح نمونه است. به منظور توصیف نیروهای برهم‌کنش بین مولکولی از مدل پتانسیل لندارد- جونز استفاده شده است. در این مدل، علاوه بر نیروهای جاذبه واندروالس، نیروهای دفعی در برد کوتاه بین دو مولکول نیز توصیف می‌شود. براساس این مدل، برهم‌کنش بین نوک میکروتیر و سطح نمونه با انتگرال‌گیری از روابط پتانسیل لندارد- جونز روی یک کره و یک سطح صاف بی‌نهایت مدل می‌شود که رابطه ۱ را نتیجه می‌دهد [33]:

$$U_{LJ}(z_0 - w) = \frac{A_2 R}{6(z_0 - w - h_b)} - \frac{A_8 R}{1260(z_0 - w - h_b)^7} \quad (1)$$

در رابطه ۱، R شعاع نوک و A_2 و A_8 ثوابت هاماکر هستند که متناسب با چگالی نوک و سطح تعیین می‌شوند. با مشتق‌گیری از تابع پتانسیل لندارد- جونز، نیروی برهم‌کنش بین مولکولی وارد بر نوک میکروتیر حاصل می‌شود که مشتمل بر نیروهای جاذبه با توان ۲ و دافعه با توان ۸ در مخرج است:

$$F_{LJ} = -\frac{\partial U_{LJ}(z_0 - w)}{\partial (z_0 - w)} = \frac{A_2 R}{6(z_0 - w - h_b)^2} - \frac{A_8 R}{180(z_0 - w - h_b)^8} \quad (2)$$

نیروی مذکور برحسب تغییرات فاصله نوک تیر و نمونه در نمودار ۱ نشان داده شده است. با توجه به این نمودار، زمانی که فاصله نوک و نمونه نسبتاً زیاد باشد، نیروی جاذبه بین اتمی ناچیز است. با کاهش تدریجی این فاصله، نیروی جاذبه به تدریج افزایش می‌یابد. با کم‌شدن بیشتر فاصله و تداخل ابرهای الکترونی مولکول‌ها، یک نیروی الکتروستاتیک دفعی فزاینده، ایجاد و نیروی جاذبه تضعیف می‌شود. سرانجام در فاصله‌ای که نقطه تماس نامیده می‌شود، برآیند نیروهای بین‌مولکولی، برابر صفر و در ادامه، نیروی مزبور کاملاً دفعی می‌شود.



نمودار ۱) تغییرات نیروی بین اتمی نسبت به تغییرات فاصله نوک تیر و نمونه

۲-۲- نیروهای هیدرودینامیک ناشی از سیال

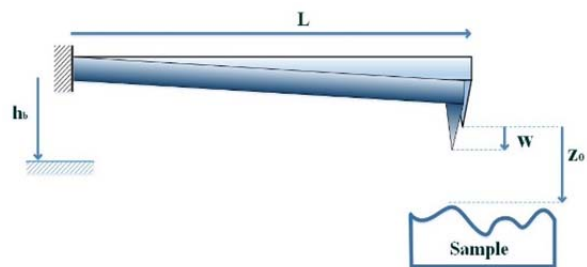
زمانی که میکروتیر در داخل یک سیال در ارتعاش باشد، نیروهای هیدرودینامیک به آن وارد می‌شوند که عمدتاً ناشی از تنش برشی سیال در لبه‌ها است. این نیروها روی ضریب کیفیت تشدید و فرکانس تشدید که از پارامترهای اساسی طراحی و عملکرد میکروسکوپ است، اثر قابل توجهی می‌گذارند. مشخصاً طراحان، میل به افزایش فرکانس تشدید به دلیل بهبود حساسیت و همین

کاهش ضخامت از ۵۰ به ۱۲/۵ میکرومتر، سختی بی‌بعد به شکل چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین، نامازو و همکاران در مطالعه‌ای [23] با انجام آزمایش‌های خمش نشان دادند که سختی خمشی بی‌بعد یک تیر سیلیکونی در ابعاد نانومتر ۲۳ تا ۳۸ برابر بیشتر از سختی آن در ابعاد میلی‌متر است. برای پیش‌بینی رفتار وابسته به اندازه سازه‌ها، تئوری‌های محیط پیوسته غیرکلاسیک مانند تئوری تنش کوپل بهبود داده شده [24]، تئوری گرادیان کرنش بهبود داده شده [25]، تئوری غیرموضعی [26] و تئوری انرژی سطح [27] ارایه شده‌اند.

با وجود تاثیر چشمگیر اثر اندازه، تنها در تعداد معدودی از مقالات پیشین، تاثیر اندازه بر دینامیک غیرخطی میکروسکوپ مطالعه شده است. تاثیر اندازه بر فرکانس تشدید و حساسیت میکروسکوپ، توسط کهرائیان و همکاران [28] براساس تئوری تنش کوپل بهبود داده شده مطالعه شده است. همین مطالعه به وسیله کرمی محمدی و عباسی [29] روی یک میکروسکوپ دارای میکروتیر جانبی، با استفاده از تئوری غیرموضعی انجام شد. چانگ و همکاران [30] نیز نشان دادند که براساس تئوری تنش کوپل جابه‌جایی میکروتیر میکروسکوپ در فرآیند نانوماسین‌کاری، کمتر از مقدار پیش‌بینی شده براساس تئوری کلاسیک است. در مقالاتی [31, 32] که در سال ۲۰۱۸ منتشر شده، تاثیر اندازه بر پاسخ فرکانسی میکروسکوپ مطالعه شده است. در مطالعات مذکور، تاثیر سیال بر پارامترهای موثر در طراحی میکروسکوپ و همچنین تاثیر اندازه بر دامنه کاری و رفتارهای غیرخطی آن نظیر سخت‌شوندگی، جهش و پایداری بررسی نشده است. از این رو در این مقاله، رفتار دینامیک میکروسکوپ براساس تئوری تنش کوپل بهبود داده شده، با در نظر گرفتن نیروهای هیدرودینامیک ناشی از سیال مطالعه شده است. تاثیر اندازه بر دو پارامتر اصلی طراحی یعنی دامنه و فرکانس کاری میکروسکوپ، بررسی و همچنین ناحیه پایدار سیستم برحسب فاصله اولیه میکروتیر از سطح نمونه تعیین شده است. در قسمت بعد، معادلات حاکم بر سیستم استخراج و روش‌های حل آن معرفی شده است. در بخش سوم، نتایج شبیه‌سازی مشتمل بر بررسی تاثیر اندازه و نیروهای هیدرودینامیک، بررسی و در نهایت، تحلیل پایداری و نتایج حاصل از مقاله ارایه شده‌اند.

۲- معادلات حاکم و روش‌های حل

میکروسکوپ نیروی اتمی به شکل یک میکروتیر یک سرگردار اویلر- برنولی مدل‌سازی و در شکل ۱ نشان داده شده است. چنانچه در شکل مشخص است، w خیز میکروتیر، z_0 فاصله اولیه نوک تا سطح نسبت به حالت آزاد میکروتیر، L طول میکروتیر و h_b جابه‌جایی پایه میکروتیر است.



شکل ۱) مدل شماتیک یک میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی [32]

۱-۲- نیروهای برهم‌کنش بین مولکولی نوک و سطح

مهم‌ترین عامل غیرخطی شدن دینامیک حاکم بر میکروسکوپ،

$$+ \left(3\pi\eta + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{2\eta\rho_f\omega} \right) \frac{\partial w}{\partial t} + [\rho A + \left(\frac{1}{12}\pi\rho_f b^2 + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{\frac{2\eta\rho_f}{\omega}} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}] = \left[\frac{A_2 R}{6(z_0 - w - h_b)^2} - \frac{A_8 R}{180(z_0 - w - h_b)^8} \right] \delta(x) - L) - \rho A \frac{d^2 h_b}{dt^2}$$

که یک معادله پاره‌ای مرتبه ۴ است. در رابطه ۶، E مدول یانگ، A پارامتر مستقل اندازه، l_2 مدول برشی، $\mu = E/2(1 + \nu)$ سطح مقطع میکروتیر و ρ چگالی میکروتیر است. پارامترهای b ، L و h به ترتیب معرف عرض، ضخامت، طول و ممان اینرسی سطح مقطع میکروتیر هستند.

به منظور این که نتایج به دست آمده کلی و قابل تعمیم به حالت‌های مختلف باشند، معادله حاکم بر ارتعاشات میکروسکوپ با تعریف پارامترهای بی بعد به صورت رابطه ۷ ساده می‌شوند:

$$\widehat{h}_b = \frac{h_b}{z_0}, \widehat{x} = \frac{x}{L}, \widehat{w} = \frac{w}{z_0}, \widehat{t} = \frac{t}{T} \quad (7)$$

با اعمال این تغییر متغیر در رابطه ۶ و قراردادن $T^2 = \rho A L^4 / S$ پس از ساده‌سازی داریم:

$$R(\widehat{w}) = \frac{\partial^4 \widehat{w}}{\partial \widehat{x}^4} + (C_{ah}) \frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{t}} + (1 + m_{ah}) \frac{\partial^2 \widehat{w}}{\partial \widehat{t}^2} - \left[\frac{m_2}{(1 - \widehat{w} - \widehat{h}_b)^2} - \frac{m_8}{(1 - \widehat{w} - \widehat{h}_b)^8} \right] \delta(\widehat{x}L) - L) + \frac{d^2 \widehat{h}_b}{d\widehat{t}^2} = 0 \quad (8)$$

که در آن:

$$C_{ah} = \frac{L^4}{TS} \left(3\pi\eta + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{2\eta\rho_f\omega} \right), m_{ah} = \frac{L^4}{T^2 S} \left(\frac{1}{12}\pi\rho_f b^2 + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{\frac{2\eta\rho_f}{\omega}} \right), m_8 = \frac{A_8 R L^4}{180(EI + \mu A \times l_2^2) z_0^9}, m_2 = \frac{A_2 R L^4}{6(EI + \mu A \times l_2^2) z_0^3}, S = EI + \mu A l_2^2 \quad (9)$$

۲-۴- روش تقریبی گالرکین

با استفاده از جداسازی متغیرها، اعمال روش گالرکین و استفاده از شکل مود اول میکروتیر، مساله به مدل یک‌درجه آزادی آن تقلیل پیدا می‌کند. براساس روش گالرکین داریم:

$$\int_0^1 R(\widehat{w}) \varphi_1(\widehat{x}) d\widehat{x} = 0 \quad (10)$$

و شکل مود متناظر با میکروتیر یک‌سردگر مطابق با رابطه ۱۱ است:

$$\varphi_1(\widehat{x}) = \cosh(k_{c1}\widehat{x}) - \cos(k_{c1}\widehat{x}) - \frac{\sinh(k_{c1}) - \sin(k_{c1})}{\cosh(k_{c1}) + \cos(k_{c1})} (\sinh(k_{c1}\widehat{x}) - \sin(k_{c1}\widehat{x})) \quad (11)$$

طور افزایش ضریب کیفیت تشدید دارند. ضریب کیفیت تشدید به صورت نسبت انرژی ذخیره‌شده در تیر به انرژی اتلافی در هر سیکل ارتعاش تعریف می‌شود.

در مدل دینامیکی فنر-میراکننده ساده، ضریب کیفیت تشدید نسبت معکوسی با ضریب میرایی دارد. به طور کلی، اثر نیروی هیدرودینامیک به صورت یک میراگر و جرم اضافه در سیستم ظاهر می‌شود.

در بسیاری از منابع^[17]، نیروی هیدرودینامیک وارده از طرف سیال که تیر در آن غوطه‌ور بوده، از رابطه ۳ محاسبه شده است:

$$F_{hyd} = - \left(3\pi\eta + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{2\eta\rho_f\omega} \right) \frac{\partial w}{\partial t} - \left(\frac{1}{12}\pi\rho_f b^2 + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{\frac{2\eta\rho_f}{\omega}} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

که در آن w ، ω ، η ، ρ_f و b به ترتیب عبارت از جابه‌جایی، فرکانس طبیعی ارتعاش تیر، ویسکوزیته و چگالی سیال و عرض میکروتیر هستند.

۲-۳- تئوری تنش کوپل بهبودداده شده

رفتار الاستیک خطی مواد براساس قانون هوک بنا شده است که در آن ارتباط نیروی کششی یک‌جهته وارده بر یک میله (F)، با تغییر شکل محوری (Δu) و ضریب سختی آن (K_s) بیان می‌شود:

$$F = K_s \cdot \Delta u \quad (4)$$

این رفتار الاستیک خطی، اساس فیزیکی الاستیسیته کلاسیک است که در آن به جای نیرو و جابه‌جایی از تنش (σ_{ij}) و کرنش (ϵ_{ij}) استفاده و ارتباط خطی آنها برای مواد ایزوتروپیک به وسیله مدول الاستیک (E) تعریف می‌شود:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} [\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij}] \quad (5)$$

که در آن ν ضریب پواسون است. چنانچه قبلاً نیز اشاره شد، توصیف رفتار تغییر شکل جامدات محدود به الاستیسیته کلاسیک نبوده و تئوری‌های الاستیسیته مرتبه بالاتر نظیر تئوری تنش کوپل و تئوری گرادیان کرنش ارائه شده‌اند.

در تئوری تنش کوپل که در سال ۱۹۶۲ ارائه شد^[34]، گرادیان‌های تغییر شکل چرخشی به عنوان پارامترهای اضافی تغییر شکل در نظر گرفته می‌شود. گرادیان‌های چرخشی، قسمت غیرمتقارن گرادیان تغییر شکل مرتبه دوم هستند و در این تئوری از قسمت متقارن آن صرف نظر شده است.

تئوری تنش کوپل بهبودداده شده توسط یانگ و همکاران در سال ۲۰۰۲ با معرفی مفهوم المان حجم ارائه شد^[24]. آنها مضاف بر معادلات تعادل کلاسیک نیرو و گشتاور، معادلات جدید حاکم بر تنش‌های مرتبه بالاتر به نام معادلات تعادل گشتاور کوپل را ارائه دادند. همچنین نتیجه گرفتند که نانسورهای تنش کوپل متقارن هستند و قسمت غیرمتقارن نانسور گرادیان چرخشی تأثیری در انرژی تغییر شکل ندارد.

معادله دینامیکی حاکم بر میکروسکوپ با نوشتن معادله میکروتیر اویلر-برنولی براساس تئوری تنش کوپل بهبودداده شده و با در نظر گرفتن نیروهای غیرخطی بین اتمی و نیروهای هیدرودینامیک حاصل می‌شود:

$$(EI + \mu A \times l_2^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (6)$$

که در آن $k_{c1} = 1.8751040$ است.

با جداسازی تابع تغییر شکل براساس دو تابع از مکان و زمان داریم:

$$\widehat{w}(\hat{x}, \hat{t}) = u(\hat{t})\varphi_1(\hat{x}) \quad (12)$$

با در نظر گرفتن حرکت نوسانی برای پایه به شکل $h_b = h_{b0} \cos(\omega t)$ و اعمال رابطه ۱۰، مدل یک درجه آزادی به صورت زیر به دست می آید:

$$(1 + m_{ah})m\ddot{u} + k_1 u + c_{ah}\dot{u} = \left[\frac{m_2}{(1 - u\varphi_1(1) - \hat{h}_{b0} \cos(\omega T\hat{t}))^2} - \frac{m_8}{(1 - u\varphi_1(1) - \hat{h}_{b0} \cos(\omega T\hat{t}))^3} \right] \frac{\varphi_1(1)}{L} + k_2 \hat{h}_{b0} \omega^2 T^2 \cos(\omega T\hat{t}) \quad (13)$$

که در آن:

$$m = \int_0^1 \varphi_1(\hat{x})^2 d\hat{x} \quad (14)$$

$$k_1 = \int_0^1 \varphi_1(\hat{x}) \frac{\partial^4 \varphi_1(\hat{x})}{\partial \hat{x}^4} d\hat{x} - \frac{K}{SL^2} \int_0^1 \varphi_1(\hat{x}) \frac{\partial^6 \varphi_1(\hat{x})}{\partial \hat{x}^6} d\hat{x} \quad (15)$$

$$c_{ah} = C_{ah} \int_0^1 \varphi_1(\hat{x})^2 d\hat{x} \quad (16)$$

$$k_2 = \int_0^1 \varphi_1(\hat{x}) d\hat{x} \quad (17)$$

۲-۵- روش معادلات آنالوگ

در این بخش، روش معادلات آنالوگ معرفی خواهد شد. این روش یک راهکار قدرتمند برای یافتن پاسخ مسایل غیرخطی مهندسی محسوب می شود. اساس کار این روش بر جایگزینی معادلات دیفرانسیل غیرخطی پاره ای کوپل با دسته معادلات دیفرانسیل غیرکوپل معادل است [35]. در صورتی که معادلات مشتقات جزئی مرتبه ۴ به صورت رابطه ۱۸ در نظر گرفته شود.

$$\frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} = a(x, t) \quad (18)$$

که در این رابطه $a(x, t)$ شامل ترم های خطی و غیرخطی است. پاسخ معادله فوق به صورت انتگرالی رابطه ۱۹ در نظر گرفته می شود.

$$w(x, t) = b_1 x^3 + b_2 x^2 + b_3 x + b_4 + \int_0^l G(x, \zeta) a(\zeta, t) d\zeta \quad (19)$$

در آن $b_i = b_i(t)$ ، $(i = 1.2.3.4)$ توابع وابسته به زمان دلخواه هستند که با توجه به شرایط مرزی تعیین می شوند. تابع G در این معادله، تابع فضای آزاد گرین بوده که پاسخ اساسی معادله ۱۹ است و به صورت رابطه ۲۰ تعریف می شود:

$$G(x, \zeta) = \frac{1}{12} |x - \zeta| (x - \zeta)^2 \quad (20)$$

مشتقات رابطه ۱۹ به صورت رابطه ۲۱ قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} &= 3b_1 x^2 + 2b_2 x + b_3 + \int_0^l \frac{\partial G(x, \zeta)}{\partial x} a(\zeta, t) d\zeta \\ \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} &= 6b_1 x + 2b_2 + \int_0^l \frac{\partial^2 G(x, \zeta)}{\partial x^2} a(\zeta, t) d\zeta \\ \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} &= \int_0^l \frac{\partial^4 G(x, \zeta)}{\partial x^4} a(\zeta, t) d\zeta \\ &= \int_0^l \delta(x - \zeta) a(\zeta, t) d\zeta \\ &= a(x, t) \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن δ تابع دلتای دیراک است. با جای گذاری رابطه ۱۸ تا ۲۱ و مشتقات آن در رابطه ۸، تابع ساختگی $a(x, t)$ با به کارگیری روش عددی قابل محاسبه است. به این منظور، بازه $[0, l]$ به N قسمت مساوی تقسیم می شود و تابع $a(x, t)$ که بر حسب یک قانون مشخص (ثابت، خطی، سهموی و غیره) نسبت به مکان تعریف می شود، در هر قسمت، مقدار خاص خود را دارد. در این مقاله برای این تابع از مقدار ثابت در هر المان استفاده شده که علاوه بر سهولت در پیاده سازی از دقت کافی برخوردار است. بنابراین فرض می شود که $a(x, t)$ در هر المان برابر با مقدار این تابع در نقطه میانی آن المان و صرفاً تابعی از زمان باشد. بنابراین رابطه ۱۹ به صورت زیر در می آید:

$$w(x, t) = b_1 x^3 + b_2 x^2 + b_3 x + b_4 + \sum_{i=1}^N a\left(\frac{(2i-1)l}{2N} \cdot t\right) \int_{\frac{(i-1)l}{N}}^{\frac{il}{N}} G(x, \zeta) d\zeta \quad (22)$$

رابطه فوق به شکل برداری رابطه ۲۳ قابل بیان است.

$$w(x, t) = \vec{h}(x)\vec{b} + \vec{g}(x)\vec{a} \quad (23)$$

که بردارهای به کاررفته به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \vec{h}(x) &= [x^3, x^2, x, 1] \\ \vec{b}(t) &= [b_1(t), b_2(t), b_3(t), b_4(t)]^T \\ \vec{g}(x) &= \left[\int_0^{\frac{l}{N}} G(x, \zeta) d\zeta, \dots, \int_{\frac{(N-1)l}{N}}^l G(x, \zeta) d\zeta \right] \quad (24) \\ \vec{a}(t) &= \left[a\left(\frac{l}{2N} \cdot t\right), a\left(\frac{3l}{2N} \cdot t\right), \dots, a\left(\frac{(2N-1)l}{2N} \cdot t\right) \right]^T \end{aligned}$$

اگر به ازای همه نقاط گره، بردارهای فوق محاسبه شود، رابطه ۲۳ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\vec{w}_{N \times 1}(x, t) = \vec{H}_{N \times 4}(x)\vec{b} + \vec{G}_{N \times N}(x)\vec{a} \quad (25)$$

که در آن ماتریس \vec{G} یک ماتریس $N \times N$ و \vec{w} بردار N تایی از میزان تغییر شکل تیر در نقاط گره است. با بازنویسی روابط ۲۱ براساس رابطه ۲۵ و جای گذاری آن در رابطه ۸، معادله دیفرانسیل به صورت رابطه ۲۶ حاصل می شود:

$$\vec{M}_1 \frac{d^2 \vec{b}}{dt^2} + \vec{M}_2 \frac{d^2 \vec{a}}{dt^2} + \vec{C}_1 \frac{d\vec{b}}{dt} + \vec{C}_2 \frac{d\vec{a}}{dt} - \vec{K}(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{F}_{LJ}(\vec{a}, \vec{b}) \quad (26)$$

بنابراین N معادله دیفرانسیل عادی، $N + 4$ مجهول شامل N مجهول a و ۴ مجهول b وجود دارد که ۴ معادله نیز از شرایط مرزی به دست می آید.

۳- نتایج شبیه سازی

در این بخش با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته شده که از این پس به اختصار تئوری تنش کوپل نامیده می شود، اهمیت در نظر گرفتن اثر اندازه بر پیش بینی صحیح رفتار دینامیک میکروسکوپ و به طور خاص روی سختی و تعیین دامنه کاری آن در مود غیرتماسی بررسی شده است. همین طور تاثیر نیروهای هیدرودینامیک ناشی از سیال بر دینامیک میکروسکوپ بررسی شده و روش حل معادلات با استفاده از روش های گالرکین دو شکل مود و AEM صحت سنجی شده است.

۳-۱- بررسی تاثیر اندازه

به منظور بررسی تاثیر اندازه، پارامتر مقیاس اندازه k طبق رابطه ۲۷ تعریف شده و با استفاده از آن در هر مرحله همه ابعاد تیر به یک

همان طور که مشخص است، براساس این تئوری، برخورد با سطح برای فواصل اولیه بیش از ۱۳ نانومتر پیش‌بینی می‌شود و به عبارت دیگر با در نظر گرفتن اثر اندازه، دامنه کاری گسترده‌تری برای میکروسکوپ غیرتماسی در اختیار طراح قرار می‌گیرد که از اهمیت بالایی برخوردار است.

در قسمت بعد با استفاده از معیار دامنه نوسانات آزاد، به بررسی اثر اندازه در پاسخ دینامیک میکروتیر پرداخته شده است. بدین منظور، برای ابعاد مختلف میکروتیر، براساس دو تئوری کلاسیک و تنش کوپل با پارامتر مستقل اندازه ۰/۱ میکرومتر و برای فاصله اولیه ۱۶ نانومتر، تغییرات دامنه نوسانات مقایسه شده‌اند. فاصله اولیه میکروتیر از نمونه به‌گونه‌ای انتخاب شده است که نیروهای بین‌مولکولی وارد بر نوک، در کل دامنه نوسان، ماهیتی جذبی داشته باشند و به عبارت دیگر تماس رخ ندهد.

در نمودار ۴، ارتعاشات آزاد نوک میکروسکوپ تحت تاثیر نیروهای بین‌مولکولی برای مقادیر مختلف k و به عبارت دیگر اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. همان طور که در این نمودار مشاهده می‌شود، براساس تئوری کلاسیک برای کلیه مقادیر k و به عبارتی برای ابعاد مختلف سازه، رفتار دینامیک میکروتیر به یک شکل پیش‌بینی می‌شود و دامنه بی‌بعد شده نوسانات تغییری نمی‌کند. در حالی که براساس تئوری تنش کوپل با کوچک شدن ابعاد میکروتیر، علاوه بر کاهش دامنه بی‌بعد، نوسانات فرکانس بی‌بعد نوسانات افزایش می‌یابد.

برای مقایسه نتایج تئوری کلاسیک و تنش کوپل بهبود داده شده، فرکانس و دامنه بی‌بعد ارتعاشات آنها در ضرایب مقیاس مختلف k از ۰/۱ تا ۲۰ در نمودار ۵ نشان داده شده است. در این نمودار مشخص است که به ازای k های کوچک که معادل با میکروتیرهایی با ابعاد بزرگ است، براساس هر دو تئوری، نوساناتی با دامنه و فرکانس بی‌بعد برابر پیش‌بینی می‌شوند. در صورتی که با افزایش این پارامتر و کوچک شدن ابعاد سازه بر خلاف تئوری کلاسیک، فرکانس نوسانات براساس تئوری تنش کوپل، افزایش و دامنه کاهش چشمگیری می‌یابد. ثابت ماندن دامنه بی‌بعد نوسانات حکایت از عدم تغییر سختی بی‌بعد سازه در ابعاد مختلف براساس تئوری کلاسیک دارد و کاهش دامنه براساس تئوری تنش کوپل نشان‌دهنده افزایش سختی بی‌بعد میکروتیر با لحاظ نمودن اثر اندازه است. به علاوه، با توجه به این که میکروتیر باید در نزدیکی فرکانس تشدیدش به نوسان در آید، تخمین صحیح آن حایز اهمیت است.

مقیاس تغییر داده شده است. برای مثال $k=10$ به معنی این است که همه ابعاد تیر ۱۰ برابر کوچک‌تر شده‌اند.

$$k = \frac{h_0}{h} = \frac{L_0}{L} = \frac{b_0}{b} = \frac{R_0}{R} \quad (27)$$

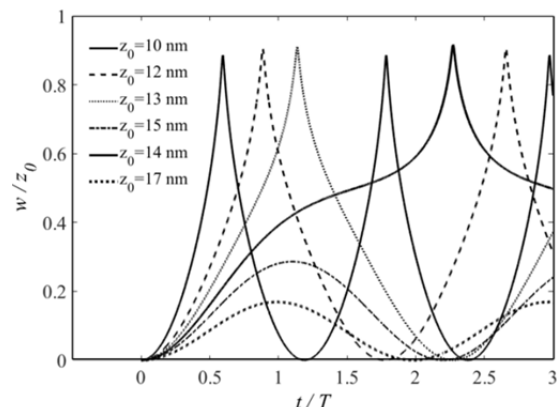
که در آن اندیس صفر مربوط به مشخصات پایه میکروتیری سیلیکونی بوده که اطلاعات آن در جدول ۱ ذکر شده است.

جدول ۱) مقادیر مشخصات پایه میکروتیر سیلیکونی

مشخصه سیستم	مقدار	واحد
E	۱۷۶	Gpa
θ	۰/۲۴	-
ρ	۲۳۳۲	Kg/m ³
h_0	۴	μm
b_0	۲۰	μm
L_0	۱۰۰۰	μm

به منظور بررسی تاثیر اندازه بر دینامیک میکروتیر با صرف نظر از حرکت نوسانی پایه، ارتعاشات نوک میکروسکوپ تحت اثر نیروهای بین‌مولکولی بررسی شده است. شرایط اولیه به‌گونه‌ای تعریف شده است که خیز تیر و سرعت آن در لحظه شروع برابر صفر باشد.

با توجه به ماهیت غیرخطی نیروهای بین‌مولکولی وارد بر نوک تیر، بسته به شرایط اولیه و فاصله اولیه نوک تا نمونه، پاسخ تیر متفاوت خواهد بود. به عنوان مثال، پاسخ دینامیک میکروتیری با ابعاد مذکور در جدول ۱ و مقیاس اندازه ۱۰ برای فواصل اولیه مختلف تا نمونه، براساس تئوری کلاسیک در نمودار ۲ نشان داده شده است.

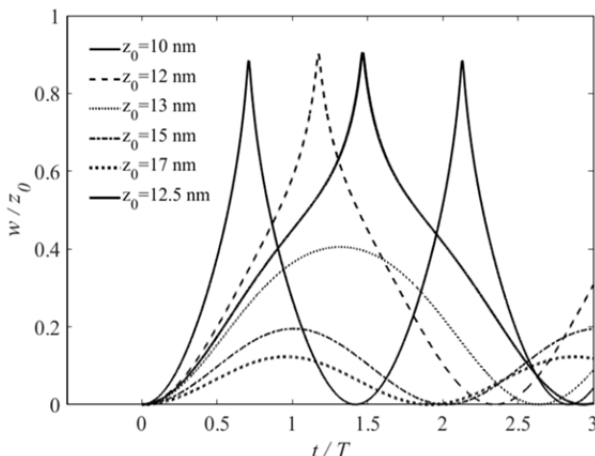


نمودار ۲) پاسخ دینامیک میکروتیر براساس تئوری کلاسیک برای فواصل مختلف اولیه نوک تا نمونه

همان طور که در این نمودار مشخص است، برای فواصل دورتر میکروتیر از سطح، علاوه بر این که نیروهای بین‌مولکولی ضعیف‌تر هستند و دامنه نوسانات کوچک‌تر بوده، برآیند نیروهای وارد نیز جذبی است (نمودار ۱). برای فواصل اولیه نزدیک‌تر به سطح، نیروهای وارد ماهیتی جذبی-دفعی دارند و میکروتیر وارد فاز تماسی و کاملاً دفعی شده و سطح نمونه توسط نوک تیر لمس شده است.

با کاهش فاصله اولیه میکروتیر به سطح نمونه تا کمتر از حدود ۱۵ نانومتر، نوسانات میکروتیر وارد فاز تماسی می‌شود. این بدان معناست که دامنه کاری یک میکروسکوپ که در مود غیرتماسی فعالیت می‌کند، براساس تئوری کلاسیک مشتمل بر فواصل اولیه نوک تا سطح بیش از ۱۵ نانومتر است.

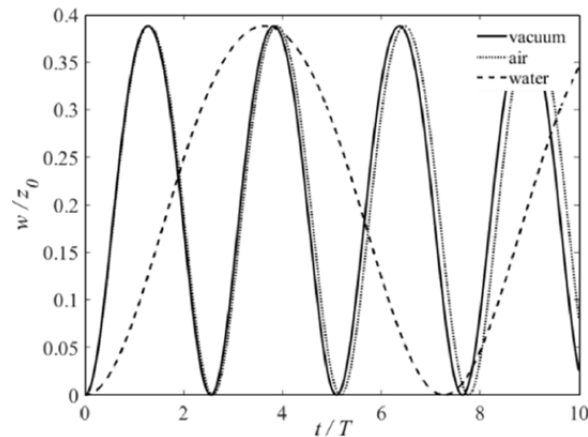
در نمودار ۳، پاسخ دینامیک همان میکروتیر براساس تئوری تنش کوپل و پارامتر مستقل اندازه ۰/۱ میکرومتر نشان داده شده است.



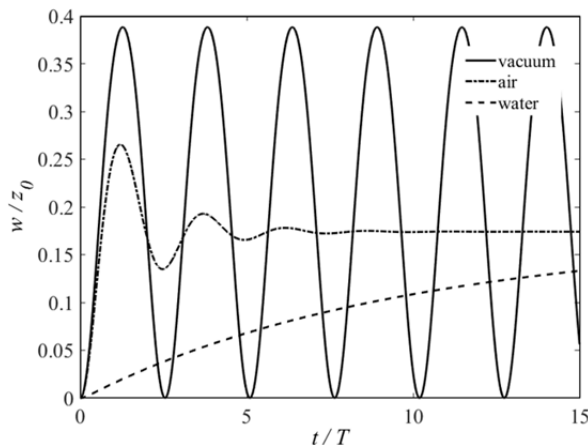
نمودار ۳) ارتعاشات آزاد میکروتیر براساس تئوری تنش کوپل برای فواصل مختلف اولیه نوک تا نمونه

در نمودار ۷، ارتعاشات آزاد میکروتیر در محیط خلأ، هوا و آب با در نظر گرفتن میرایی اضافه ناشی از نیروهای هیدرودینامیک سیال، علاوه بر جرم اضافه نشان داده شده است. وجود سیال باعث میراشدن نوسانات حول نیمه دامنه پیش‌بینی شده در خلأ می‌شود. گرانروی بیشتر آب نسبت به هوا منجر به حالت فوق میرایی می‌شود و نوک تیر پس از رهاشدن از حالت اولیه بدون فراجاهش، در نیمه دامنه پیش‌بینی شده در خلأ ثابت می‌شود.

نتایج فوق نشان می‌دهد که برای میکروسکوپ مرتعش در محیط مایع در قیاس با محیط گاز، فرکانس تشدید میکروتیر به دلیل وجود جرم اضافه و همین‌طور دامنه نوسان به دلیل وجود میرایی اضافه به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، در صورتی که طراح مخیر به انتخاب محیط کاری میکروسکوپ باشد، باید سیالی با ویسکوزیته و چگالی کمتر انتخاب شود.



نمودار ۶) ارتعاشات آزاد میکروتیر در شرایط محیطی متفاوت و با در نظر گرفتن جرم اضافه ناشی از نیروهای هیدرودینامیک

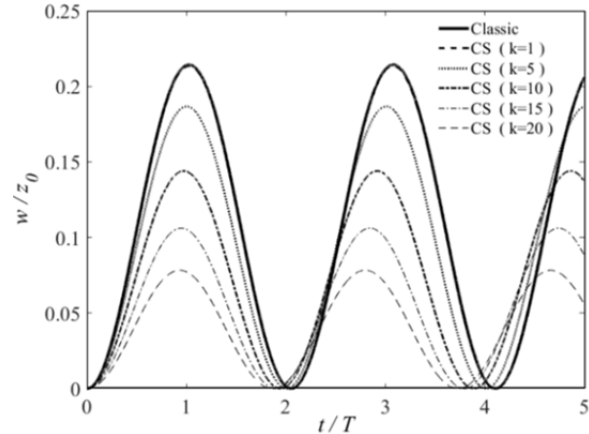


نمودار ۷) ارتعاشات آزاد میکروتیر در شرایط محیطی متفاوت و با در نظر گرفتن جرم و میرایی اضافه ناشی از نیروهای هیدرودینامیک

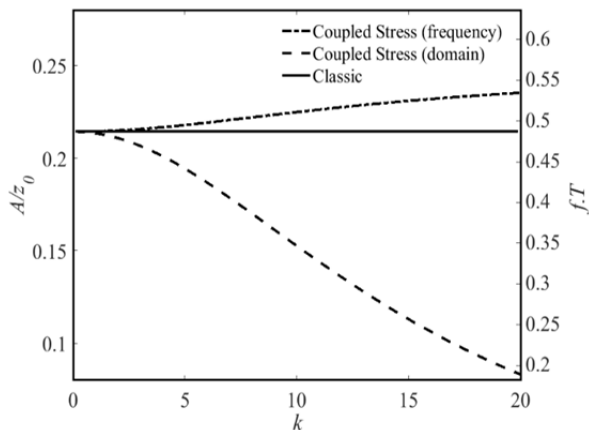
۳-۳- صحت‌سنجی روش حل

پیرامون صحت روش حل ارائه‌شده از روش تقریب مود اول گالرکین، در پژوهش دیگری از نویسندگان این مقاله به تفصیل بحث [32] و در آن برای مساله دیگری، نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از روش تقریب دو مود اول گالرکین و روش عددی معادلات آنالوگ AEM با تعداد المان‌های ۱۰، ۲۰، ۱۰۰ عدد مقایسه شده است.

در نمودار ۸، پاسخ دینامیک میکروتیر مذکور در جدول ۱، با مقیاس



نمودار ۸) ارتعاشات آزاد میکروتیر براساس تئوری کلاسیک و تنش کوپل برای مقادیر مختلف k



نمودار ۹) فرکانس و دامنه نوسانات آزاد بی‌بعد میکروتیر براساس تئوری تنش کوپل و کلاسیک برای مقادیر مختلف k

۳-۲- بررسی تاثیر نیروهای هیدرودینامیک

در ادامه، تاثیر نیروهای هیدرودینامیک ناشی از سیالی که میکروتیر AFM در آن نوسان می‌کند، بر پاسخ دینامیک آن بررسی شده است. همان‌طور که از رابطه ۳ بر می‌آید، اثر نیروهای هیدرودینامیک به صورت مجموع یک جرم و میراگر اضافه مدل‌سازی شده است. با صرف نظر از حرکت نوسانی پایه، ارتعاشات آزاد نوک میکروسکوپ تحت اثر نیروهای بین‌مولکولی بررسی شده است.

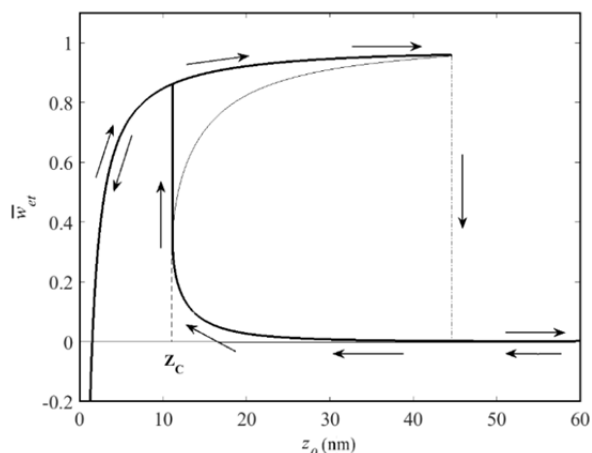
در نمودار ۶، تاثیر جرم اضافه ناشی از نیروهای هیدرودینامیک سیال بر ارتعاشات آزاد یک میکروتیر در شرایط محیطی متفاوت نشان داده شده است. این پاسخ براساس تئوری تنش کوپل و برای میکروتیری با مقیاس اندازه ۱۵ محاسبه شده است. فاصله اولیه نوک تا سطح برابر با ۱۲ نانومتر در نظر گرفته شده و شرایط اولیه به‌گونه‌ای تعریف شده است که خیز تیر و سرعت آن در لحظه شروع برابر با صفر باشد و صرفاً تحت تاثیر نیروهای بین‌مولکولی شروع به حرکت کند.

همان‌طور که در نمودار ۶ مشخص است، جرم اضافه ناشی از نیروی هیدرودینامیک سیال منجر به کاهش فرکانس ارتعاشات میکروتیر می‌شود. همچنین، کاهش فرکانس نوسانات برای آب که ویسکوزتر و چگال‌تر از هوا بوده، بیشتر است. در این بررسی، گرانروی و چگالی آب به ترتیب ۰/۰۰۱ Pa.s و ۱۰۰۰ kg/m³ و هوا به ترتیب ۱/۹۸۳ × ۱۰^{-۴} Pa.s و ۱/۲ kg/m³ در نظر گرفته شده است.

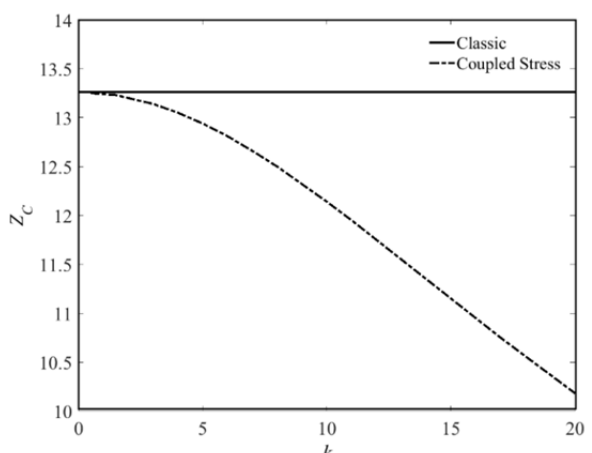
دوشاخگی چنگالی رخ می‌دهد و از آن پس سه نقطه تعادل پدید می‌آید که نقطه وسط تعادل ناپایدار است. با بروز پایداری دوگانه، رفتار دینامیک سیستم تغییر می‌کند. در ناحیه دوپایا، یکی از نقاط پایدار نزدیک سطح و دیگری نزدیک نقطه اولیه است.

با افزایش فاصله اولیه از $44/68$ نانومتر مجدداً سیستم، یک نقطه پایدار و این بار نزدیک نقطه اولیه نوک خواهد داشت. همان طور که در نمودار ۹ مشخص است، با افزایش فاصله اولیه در این نقطه، یک جهش در نقطه پایدار سیستم اتفاق می‌افتد، در صورتی که با کاهش فاصله اولیه، این پدیده در Z_C رخ می‌دهد.

در نظر گرفتن تاثیر اندازه در مدل‌سازی میکروتیر AFM نقش قابل توجهی در پیش‌بینی ناحیه دوپایا و در نتیجه رفتار دینامیک سیستم دارد. در نمودار ۱۰، نقطه دوشاخگی سیستم براساس تئوری‌های کلاسیک و تنش کوپل برحسب ابعاد متفاوت میکروتیر رسم شده که در این بررسی، پارامتر اندازه برابر $0/1$ میکرومتر در نظر گرفته شده است.



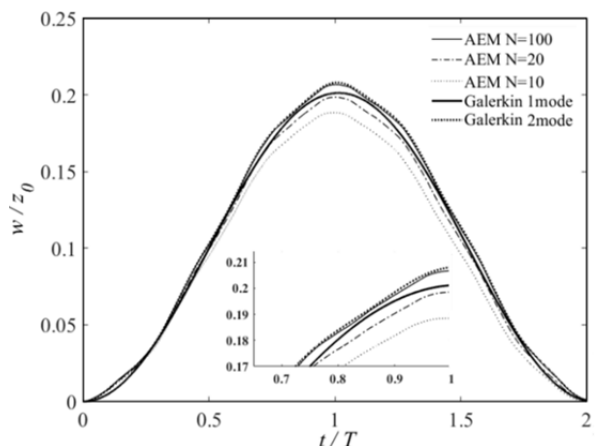
نمودار ۹) نمودار دوشاخگی نقاط تعادل پایدار سیستم برحسب مقادیر مختلف Z_0



نمودار ۱۰) نقطه دوشاخگی سیستم براساس تئوری‌های کلاسیک و تنش کوپل برحسب مقیاس اندازه k

همان طور که مشخص است، برای ابعاد بزرگ‌تر میکروتیر یعنی مقادیر کوچک مقیاس اندازه k ، نتایج حاصل از تنش کوپل با تئوری کلاسیک تقریباً برابر بوده، در حالی که با افزایش مقیاس اندازه و کوچک شدن ابعاد، نقطه دوشاخگی و شروع ناحیه دوپایا کاملاً متفاوت است. به عنوان مثال، طبق تئوری تنش کوپل برای مقیاس اندازه ۲۰ از فاصله اولیه $0/18$ نانومتر به بعد، پایداری

اندازه ۱۰ و فاصله اولیه نوک تا سطح 15 نانومتر و براساس تئوری تنش کوپل نشان داده شده است. همان طور که در این نمودار مشخص است، با افزایش تعداد المان‌های روش AEM به ۱۰۰ عدد پاسخ آن با تقریب دو مود گالرکین تقریباً منطبق هستند، همچنین پاسخ تقریب یک مود گالرکین نیز از دقت خوبی بهره می‌برد.



نمودار ۱۱) ارتعاشات آزاد میکروتیر براساس تنش کوپل از روش‌های گالرکین و AEM: $Z_0=15nm$

۴- تحلیل پایداری

در این قسمت، پایداری میکروتیر میکروسکوپ براساس تئوری تنش کوپل بررسی و نتایج آن با تئوری کلاسیک مقایسه شده است. با صرف نظر کردن از میرایی و تحریک خارجی هارمونیک در رابطه ۱۳ داریم:

$$\ddot{u} + f(u) = 0 \quad (28)$$

که در آن f طبق رابطه ۲۹، نیروهای وارد بر میکروتیر مشتمل بر نیروی سختی سازه‌ای و نیروهای بین‌مولکولی ندارد- جونز خواهد بود و نقاطی که برآیند نیروهای مذکور برابر صفر باشد، نقاط تعادل سیستم است.

$$f(u) = k_1 u - \left[\frac{m_2}{(1 - u\varphi(1))^2} - \frac{m_8}{(1 - u\varphi(1))^8} \right] \varphi(1)/L = 0 \quad (29)$$

با توجه به این که $\varphi(1)$ برابر با ۲ است، با ساده‌سازی رابطه ۲۹ خواهیم داشت:

$$\frac{k_1}{4} x^9 - \frac{k_1}{4} x^8 + M_2 x^6 - M_8 = 0 \quad (30)$$

که در آن:

$$x = 1 - 2u, M_2 = \frac{2m_2}{L} \text{ و } M_8 = \frac{2m_8}{L} \quad (31)$$

با حل معادله ۳۰، برای میکروتیری با مشخصات جدول ۱ و مقیاس اندازه ۱۵ و پارامتر اندازه $0/1$ میکرومتر، نقاط تعادل سیستم برحسب مقادیر مختلف فاصله اولیه نوک میکروتیر تا سطح نمونه محاسبه شده است. در نمودار ۹، نمودار دوشاخگی نقاط تعادل پایدار سیستم برحسب مقادیر مختلف فاصله اولیه نوک تیر تا سطح نشان داده شده است. \hat{w}_{et} جابه‌جایی بی‌بعد شده نوک میکروتیر در حالت تعادل است.

تا زمانی که نوک میکروتیر نزدیک به سطح باشد، یک نقطه تعادل پایدار برای سیستم وجود دارد. با افزایش فاصله اولیه در $0/11$ نانومتر

۵- نتیجه‌گیری

ماهیت غیرخطی نیروهای وارد بر میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی منجر به رفتار دینامیک پیچیده آن شده است. با توجه به نحوه عملکرد میکروسکوپ در شناسایی و اسکن سطوح، اشراف بر دینامیک میکروتیر، به منظور طراحی دقیق و قابل اعتماد سیستم و تخمین صحیح توپوگرافی حین بهره‌برداری از آن کاملاً ضروری است. از طرفی، عدم کارایی تئوری‌های کلاسیک محیط پیوسته در مدل‌سازی صحیح سازه‌ها با ابعاد میکرو و نانو در مطالعات متعددی نشان داده شده و همین موضوع سبب ارایه و به‌کارگیری مدل‌های غیرکلاسیک وابسته به اندازه شده است. در این مقاله، با استفاده از تئوری تنش کوپل، رفتار دینامیک میکروتیر مطالعه شد. نتایج نشان داد که براساس این تئوری، سختی بی‌بعد میکروتیر با کوچک شدن ابعاد آن بر خلاف تئوری کلاسیک افزایش می‌یابد. همچنین برای مود غیرتماسی، ناحیه کاری گسترده‌تری براساس تنش کوپل نسبت به تئوری کلاسیک پیش‌بینی شد. روش حل معادلات حاکم با استفاده از نتایج یک مدل ۲ درجه آزادی و همچنین نتایج روش معادلات آنالوگ صحت‌سنجی شدند. در این مقاله، تاثیر نیروهای هیدرودینامیک نیز بر دینامیک میکروتیر بررسی شد. به‌طور کلی، اثر نیروی هیدرودینامیک به‌صورت یک میرایی و اینرسی (جرم) اضافه در سیستم ظاهر می‌شود. نشان داده شد که جرم اضافه ناشی از نیروهای هیدرودینامیک باعث کاهش فرکانس تشدید و میرایی اضافه سیال باعث کاهش دامنه نوسان سیستم می‌شود. این تاثیر که برای سیال چگال‌تر و ویسکوزتر یعنی آب به نسبت هوا به‌مراتب چشمگیرتر است، در طراحی مطلوب نیست.

تحلیل پایداری سیستم نشان داد که برای برخی از مقادیر فاصله اولیه نوک میکروتیر تا سطح، پایداری دوگانه سیستم تجربه می‌شود. با در نظر گرفتن اثر اندازه، ناحیه متفاوتی برای پایداری میکروسکوپ نتیجه می‌شود، به‌نحوی که بر مبنای تئوری تنش کوپل، فاصله شروع ناحیه دوپایا کمتر از تئوری کلاسیک پیش‌بینی می‌شود.

با توجه به تمایل روزافزون طراحان میکروسکوپ‌های نیروی اتمی به کوچک‌تر نمودن ابعاد آن، در راستای دسترسی به فرکانس کاری و حساسیت بالاتر، یافته‌های این گزارش می‌تواند در پیش‌بینی صحیح رفتار دینامیک و انتخاب دقیق‌تر پارامترهای طراحی و بهره‌برداری، کارگشا باشد. در کارهای آتی، استفاده از دیگر تئوری‌های غیرکلاسیک که کمتر در این زمینه مورد توجه قرار گرفته‌اند و همچنین انجام آزمایشات تجربی می‌تواند به عمیق‌تر شدن دید طراحان نسبت به دینامیک غیرخطی میکروسکوپ کمک کند.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

تأییدیه اخلاقی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

تعارض منافع: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

سهم نویسندگان: مهدی مولویان‌جزی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ مصطفی غیور (نویسنده دوم)، پژوهشگر کمکی (۲۵٪)؛ سعید ضیایی‌راد (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی (۲۵٪)؛ احسان معانی (نویسنده چهارم)،

۶- پی‌نوشت

علامه

A_2	ثابت هاماکر
A_8	ثابت هاماکر
A	سطح مقطع تیر
b	عرض میکروتیر
C_{ah}	میرایی اضافه هیدرودینامیک
E	مدول یانگ
f	فرکانس
F_{LJ}	نیروی لنارد- جونز
F_{hyd}	نیروی هیدرودینامیک
G	تابع فضای آزاد گرین
h	ضخامت میکروتیر
h_b	جابه‌جایی پایه میکروتیر
\bar{h}_b	جابه‌جایی بی‌بعد پایه میکروتیر
I	ممان اینرسی سطح مقطع میکروتیر
k	مقیاس اندازه
L	طول میکروتیر
l_2	پارامتر مستقل اندازه
m_{ah}	جرم اضافه هیدرودینامیک
t	زمان
\hat{t}	زمان بی‌بعد
U_{LJ}	تابع پتانسیل لنارد- جونز
w	خیز تیر
\hat{w}	خیز بی‌بعد تیر
\hat{w}_{et}	خیز بی‌بعد تیر در حالت تعادل
x	فاصله طولی از پایه میکروتیر
\hat{x}	فاصله طولی بی‌بعد از پایه میکروتیر
z_0	فاصله اولیه میکروتیر تا سطح نمونه
Z_C	فاصله اولیه متناظر با دوشاخگی

علامه یونانی

ω	فرکانس طبیعی
ρ	چگالی میکروتیر
ρ_f	چگالی سیال
η	ویسکوزیته
μ	مدول برشی میکروتیر
ϑ	ضریب پواسون

منابع

- 1- Binnig G, Quate CF, Gerber Ch. Atomic force microscope. Physical Review Letters. 1986;56(9):930-934.
- 2- Martin Y, Williams CC, Wickramasinghe HK. Atomic force microscope-force mapping and profiling on a sub 100-Å scale. Journal of Applied Physics. 1987;61(10):4723-4729.
- 3- Jalili N, Laxminarayana K. A review of atomic force microscopy imaging systems: Application to molecular metrology and biological sciences. Mechatronics. 2004;14(8):907-945.
- 4- Taheri M. 3D-Dynamic Modeling and simulation of biological nanoparticle motion using AFM nano-robot. Modares Mechanical Engineering. 2016;15(12):311-316. [Persian]
- 5- Zarei B, Bathaee SH, Taheri M, Momeni M. Second phase of nanomanipulation of particles by atomic force microscopy using Coulomb, HK, and LuGre Friction Models. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(1):181-190. [Persian]
- 6- Zhong Q, Inniss D, Kjoller K, Elings VB. Fractured

- process. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(10):242-248. [Persian]
- 21- Fleck NA, Muller GM, Ashby MF, Hutchinson JW. Strain gradient plasticity: Theory and experiment. *Acta Metallurgica et Materialia*. 1994;42(2):475-487.
- 22- Stölken JS, Evans AG. A microbend test method for measuring the plasticity length scale. *Acta Materialia*. 1998;46(14):5109-5115.
- 23- Namazu T, Isono Y, Tanaka T. Evaluation of size effect on mechanical properties of single crystal silicon by nanoscale bending test using AFM. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2000;9(4):450-459.
- 24- Yang FA, Chong ACM, Lam DCC, Tong P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 2002;39(10):2731-2743.
- 25- Lam DCC, Yang F, Chong ACM, Wang J, Tong P. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2003;51(8):1477-1508.
- 26- Eringen AC. Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*. 1972;10(1):1-16.
- 27- Lu P, He LH, Lee HP, Lu C. Thin plate theory including surface effects. *International Journal of Solids and Structures*. 2006;43(16):4631-4647.
- 28- Kahrobaiyan MH, Asghari M, Rahaeifard M, Ahmadian MT. Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory. *International Journal of Engineering Science*. 2010;48(12):1985-1994.
- 29- Karami Mohammadi A, Abbasi M. Investigation of the size effect on the vibrational behavior of an AFM microcantilever with a sidewall probe, using strain gradient elasticity theory. *Modares Mechanical Engineering*. 2014;13(13):90-99. [Persian]
- 30- Chang WJ, Yang YC, Lee HL. Dynamic behaviour of atomic force microscope-based nanomachining based on a modified couple stress theory. *Micro and Nano Letters*. 2013;8(11):832-835.
- 31- Abbasi M. A simulation of atomic force microscope microcantilever in the tapping mode utilizing couple stress theory. *Micron*. 2018;107:20-27.
- 32- Jazi MM, Ghayour M, Ziaei-Rad S, Maani Miandoab E. Effect of size on the dynamic behaviors of atomic force microscopes. *Microsystem Technologies*. 2018;24(4):1755-1765.
- 33- Ashhab M, Salapaka MV, Dahleh M, Mezić I. Melnikov-based dynamical analysis of microcantilevers in scanning probe microscopy. *Nonlinear Dynamics*. 1999;20(3):197-220.
- 34- Mindlin RD, Tiersten HF. Effects of couple-stresses in linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. 1962;11(1):415-448.
- 35- Fu Y, Zhang J, Jiang Y. Influences of the surface energies on the nonlinear static and dynamic behaviors of nanobeams. *Physica E Low Dimensional Systems and Nanostructures*. 2010;42(9):2268-2273.
- polymer/silica fiber surface studied by tapping mode atomic force microscopy. *Surface Science Letters*. 1993;290(1-2):L688-L692.
- 7- McCarty R, Mahmoodi SN. Dynamic multimode analysis of non-linear piezoelectric microcantilever probe in bistable region of tapping mode atomic force microscopy. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2015;74:25-37.
- 8- Lin SM, Liauh CT, Lee SY, Ho SH, Wang WR. Frequency shifts and analytical solutions of an AFM curved beam. *Measurement*. 2014;47:296-305.
- 9- Safikhani Mahmoudi M, Yusefpoor A, Bahrami A. Higher-mode excitation in the non-contact atomic force microscopy. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;18(7):149-158. [Persian]
- 10- Lee SI, Howell SW, Raman A, Reifengerger R. Nonlinear dynamics of microcantilevers in tapping mode atomic force microscopy: A comparison between theory and experiment. *Physical Review B*. 2002;66(11):115409.
- 11- Pishkenari HN, Behzad M, Meghdari A. Nonlinear dynamic analysis of atomic force microscopy under deterministic and random excitation. *Chaos Solitons and Fractals*. 2008;37(3):748-762.
- 12- Zhang WM, Meng G, Zhou JB, Chen JY. Nonlinear dynamics and chaos of microcantilever-based TM-AFMs with squeeze film damping effects. *Sensors*. 2009;9(5):3854-3874.
- 13- Jamitzky F, Stark M, Bunk W, Heckl WM, Stark RW. Chaos in dynamic atomic force microscopy. *Nanotechnology*. 2006;17(7):S213-S220.
- 14- Habibnejad Korayem M, Habibnejad Korayem A, Taheri M, Rafee Nekoo S. Control of AFM nano-robot based on sliding mode control method in different biological environments. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;16(11):369-377. [Persian]
- 15- Bircher BA, Krenger R, Braun T. Influence of squeeze-film damping on higher-mode microcantilever vibrations in liquid. *EPJ Techniques and Instrumentation*. 2014;1:10.
- 16- Salgar M, Srinivas J. Modeling of AFM microcantilevers operating in tapping mode. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2012;7(11):7-10.
- 17- Sami S, Damircheli M, Korayem MH. Frequency response of AFM nano robot in liquid by considering the effect of cantilever dimension and environmental parameters. *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*. 2014;7(4):55-66.
- 18- Korayem MH, Kavousi A, Ebrahimi N. Dynamic analysis of tapping-mode AFM considering capillary force interactions. *Scientia Iranica*. 2011;18(1):121-129.
- 19- Tang Ch, Alici G. Evaluation of length-scale effects for mechanical behaviour of micro- and nanocantilevers: I. Experimental determination of length-scale factors. *Journal of Physics D Applied Physics*. 2011;44(33):335501.
- 20- Rezaei H, Sadeghi MH, Khosroabadi H. An experimental study into the size effect in micromilling