SID

فیلم های آموزشی
عضویت در خبرنامه
بلاگ مرکز اطلاعات علمی
کارگاه های آموزشی
سرویس ترجمه تخصصی
سرویس های ویژه

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترفند های جستجو

کارگاه آنلاین
روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی

کارگاه آنلاین
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی

ANNALS of FUNCTIONAL ANALYSIS

Ann. Funct. Anal. 8 (2017), no. 1, 124–132
http://dx.doi.org/10.1215/20088752-3764566
ISSN: 2008-8752 (electronic)
http://projecteuclid.org/afa

A GRÜSS TYPE OPERATOR INEQUALITY

T. BOTTAZZI[1] and C. CONDE[1,2*]

Communicated by T. Yamazaki

ABSTRACT. In 2001, Renaud obtained a Grüss type operator inequality involving the usual trace functional. In this article, we give a refinement of that result, and we answer positively Renaud's open problem.

Archive of SID

1. INTRODUCTION

In 1935, Grüss [6] obtained the following inequality: if f, g are integrable real functions on $[a, b]$ and there exist real constants $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ such that $\alpha \leq f(x) \leq \beta, \gamma \leq g(x) \leq \delta$ for all $x \in [a, b]$, then

$$\left|\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)g(x)\,dx - \frac{1}{(b-a)^2}\int_a^b f(x)\,dx\int_a^b g(x)\,dx\right| \leq \frac{1}{4}(\beta-\alpha)(\delta-\gamma),$$

and the inequality is sharp in the sense that the constant $1/4$ cannot be replaced by a smaller constant. This inequality has been investigated, applied, and generalized by many mathematicians, including Banić, Bourin, Matharu, Moslehian, Ilišević, Renaud, and Varošanec, among others, in different areas of mathematics (see [8] and the references within).

In this work, $\mathcal{H}$ denotes a (complex, separable) Hilbert space with inner product $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Let $(\mathbb{B}(\mathcal{H}), \|\cdot\|)$ be the C^*-algebra of all bounded linear operators acting on $(\mathcal{H}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ with the uniform norm. We denote by Id the identity operator, and for any $A \in \mathbb{B}(\mathcal{H})$, we consider A^* its adjoint and $|A| = (A^*A)^{1/2}$ the absolute

Copyright 2017 by the Tusi Mathematical Research Group.

Received May 5, 2016; Accepted Jul. 25, 2016.

*Corresponding author.

2010 *Mathematics Subject Classification.* Primary 39B05; Secondary 39B42, 47B10, 47A12, 47A30.

Keywords. Grüss inequality, variance, trace inequality, distance formula.

www.SID.ir

کارگاه های آموزشی مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی

کارگاه آنلاین آشنایی با پایگاه های اطلاعات علمی بین المللی و ترفند های جستجو

کارگاه آنلاین
روش تحقیق و مقاله نویسی علوم انسانی

کارگاه آنلاین
پروپوزال نویسی و پایان نامه نویسی